Matematikából középszintű érettségivel a felsőoktatásba?

A felsőoktatás 2005-től nem felvételiztet. Az érettségi eredménye, osztályzata alapján kerülnek a tanulók a felsőoktatásba. Ez a lehetőség tulajdonképpen eddig is megvolt, tudniillik sok felsőoktatási intézmény (például a teljes műszaki felsőoktatás) lehetővé tette a felvételi eljárás során, hogy a felvételi pontszámot az úgynevezett hozott pontszám duplázásával számítsák ki. Az utóbbi 5–8 év tapasztalatai mutatják, hogy ez a lehetőség milyen „eredményeket" produkált, hová vezetett.

A Kiss Árpád Országos Közoktatási Szolgáltató Intézmény Vizsgafejlesztő Központ 2001 szeptemberében készített ‚Részletes érettségi vizsgakövetelmények' című munkaanyaga, valamint az OM honlapján 2003 áprilisában ugyanezen Központ által készített ‚Részletes érettségi vizsgakövetelmény matematikából' című anyag birtokában elemezzük a felsőoktatásra háruló feladatokat, új kihívásokat, azok megoldási lehetőségeit, módjait a felsőfokú matematikaoktatás szempontjából. Különös tekintettel arra, hogy a felsőoktatási intézmények 2005-ben a felvétel feltételeként középszintű érettségi követelményt írnak elő.

Összehasonlítva a középszintű érettségi követelményeket az eddigi elvárásokkal, feltárva, hogy a matematika mely területein és milyen mértékű a visszalépés, megfogalmazhatók azok a felsőoktatásra háruló feladatok, amelyek megoldása elengedhetetlen a hatékonyság (megtartás? növelés?) érdekében. Ugyanis a tudásállapot fejlesztése, a gondolkodás fejlesztése releváns előismereteken, releváns képességeken nyugszik. Eredményességét nagymértékben befolyásolja az előzetes tudás, azzal szoros korrelációban áll. (A tudás fogalmába beleértjük az ismereteken túl a készségeket, jártasságokat és képességeket is.)

A 2005-ös középszintű érettségi követelmények és ezek kritikája

Halmazok, matematikai logika

– Ismerje és használja a halmazmegadási módokat, az elem fogalmát, a halmazok egyenlősége, részhalmaz, üres halmaz, véges és végtelen halmaz, a komplementer fogalmát, alkalmazza az egyesítés, metszet és különbség műveleteket.
– Értse az állítás tagadása, az „és", a „vagy" logikai jelentését, az implikációt és az ekvivalenciát; használja a „minden", „van olyan" kvantorokat.
– Tudjon definíciókat, tételeket pontosan megfogalmazni. („szükséges feltétel", „elegendő feltétel"; „szükséges és elégséges feltétel")

Ezt a témakört elsősorban nem önállóan kérik számon, hanem teljes egészében megjelenik minden további témakörben. Szemléletformáló, a matematikaoktatás egészét átszövő módszerek, eszközök összességét kell jelentenie.

Már itt megfigyelhetők bizonyos visszalépések az eddigi követelményekhez képest, a halmazműveletekkel kapcsolatban, de különösen a logika területén. Középszinten nem kell ismerni a bizonyítási stratégiákat és bizonyítási módszereket! Mint ahogy a további témaköröknél kiderül, a középszinten érettségizőnek egyetlen bizonyítást sem kell tudnia! Ez ellentmond a 2001-es idézett anyagban az érettségi céljában megfogalmazottaknak is („az érettségi vizsgálja … tud-e állításokat, egyszerűbb gondolatmenetű bizonyításokat szabadon megfogalmazni … leírni”).

Ennél a pontnál kell megemlítenünk, hogy a matematika intellektuális tevékenység, gondolkodásmód. Absztrakciós szintjénél fogva a legalkalmasabb a gondolkodás fejlesztésére, a tanulók kognitív struktúrájának fejlesztésére, amely nem nélkülözheti az indoklási, bizonyítási igény, képesség kialakítását. Csak így jöhet létre a szélesebb értelemben vett tudás adaptivitása, alkalmazhatósága, mely ugyancsak megfogalmazódik a 2001-es említett anyagban egyik érettségi célként. („Az ismeretek alkotó módon való alkalmazási tudása problémák észrevétele hétköznapi dolgokban, modellalkotás, problémamegoldó stratégiák”.)

Számelmélet, algebra

– Alapműveleteket tudja elvégezni, műveleti azonosságokat használja!
– Természetes számok, számelméleti ismeretek témában: Oszthatósági alapfogalmak, lnko, lkkt kiszámítása; tudjon más számrendszerek létezéséről (2-ből 10-be átírás és fordítva)!
– Racionális számot tudja definiálni, ismerje az irracionális szám fogalmát!
– Ismerje a valós számkör felépítését, tudja az abszolút érték fogalmát!
– Hatványfogalom értelmezése racionális kitevőre, azonosságok használata; $\sqrt[n]{a}$ fogalma, négyzetgyökvonás azonosságainak alkalmazása; logaritmus fogalmának és azonosságainak használata.
– Betűkifejezések, nevezetes azonosságok: polinom ismerete, $(a+b)^2$, $(a-b)^2$, $(a+b)^3$, $(a-b)^3$, a^2-b^2, a^3-b^3 kifejezéseket tudja alkalmazni, egyszerűbb algebrai kifejezésekkel egyszerűbb műveleteket tudjon végrehajtani!
– Arányosságok: egyenes és fordított arányosság definícióját tudja, valamint százalékszámítással kapcsolatos egyszerűbb feladatokat tudjon megoldani!
– Egyenletek, egyenletrendszerek, egyenlőtlenségek: ismerje a mérlegelvet, a grafikus megoldást, az ekvivalens, illetve következmény egyenletre vezető átalakításokat!
– Algebrai egyenletek: tudjon egyismeretlenes elsőfokú, ill. másodfokú egyenletet megoldani (megoldóképlet ismerete, diszkrimináns fogalma, gyöktényezős alak használata); kétismeretlenes elsőfokú, ill. másodfokú egyenletrendszert tudjon megoldani; egyszerű, másodfokúra visszavezethető egyenletet, $\sqrt{ax+b} = cx+d$ típusú gyökös egyenletet tudjon megoldani!
– Nem algebrai egyenletek: $|ax+b| = cx+d$ típusú abszolút értékes egyenletet tudjon megoldani; definíciók és azonosságok közvetlen alkalmazását igénylő exponenciális, logaritmikus és trigonometrikus egyenleteket tudjon megoldani!
– Egyenlőtlenségek: egyszerű első- és másodfokú egyenlőtlenségeket tudjon megoldani!
– Ismerje két pozitív szám számtani és mértani közepének fogalmát, kapcsolatát!

A számelmélet, algebra témakörében szinte minden témarészben visszalépés van a korábbi tantervekhez (és a felsőoktatás elvárásaihoz) képest a középszintű követelményekben, azon túlmenően, mint már említettem, bizonyítani semmit sem kell (pl. $\sqrt{3}$ irracionális szám, hatványazonosságok, nevezetes azonosságok, négyzetgyökre, logaritmusra vonatkozó azonosságok, másodfokú egyenlet megoldóképlete…)!

Ezen túlmenően nem kell tudni a 10-esből a különböző alapú számrendszerekbe való átírást, és viszont, amit pedig már általános iskolában végeznek. Nem kell tudni, mit értünk azon, hogy egy számhalmaz egy műveletre nézve zárt (hogyan tudja akkor az N, Z, Q, Q^x, R kapcsolatait, a számkörbővítés szükségességét és módját?), nem kell ismerni a permanencia-elvet, amely pedig a matematika sok területén segít.

Nem kell tudni kettőnél több ismeretlent tartalmazó lineáris egyenletrendszert megoldani, nem kell tudni paraméteres egyenleteket, egyenletrendszereket megoldani. Nem kell tudni alapfeladatokon túlmenő abszolút értékes, gyökös, exponenciális, logaritmikus és trigonometrikus egyenleteket megoldani. Egyáltalán nem kell tudni abszolút értékes, gyökös, exponenciális, logaritmikus és trigonometrikus egyenlőtlenségeket megoldani (még alaptípust sem!). Mindezek ismeretét a felsőoktatás jelenlegi tantervei (akár műszaki, akár tudományegyetem, ahol a matematikai ismereteket felhasználják) feltételezik!

Az egyenletek, egyenlőtlenségek, egyváltozós valós függvényekre vonatkozó kérdések, ezek tárgyalása, megoldása csak a függvényekkel szerves egységben történhet, ráadásul nem választható szét az egyenletek megoldásának tanítása az egyenlőtlenségek megoldásának tanításatól matematikai, de módszertani szempontból sem. A követelményrendszerben még az aktuális fejezet elején sincs utalás az egyenletek, egyenlőtlenségek függvénytani alapon való tárgyalására.

Függvények, az analízis elemei

– Ismerje a függvény fogalmát és a függvénytani alapfogalmakat, az inverz szemléletes értelmezését!
– Ismerje és ábrázolja az $x \to ax + b$, $x \to x^2$, $x \to x^3$, $x \to ax^2 + bx + c$, $x \to \sqrt{x}$, $x \to |x|$ függvényeket!
– Tudjon értéktáblázattal fv-t ábrázolni, grafikonról adatokat leolvasni, egy-két lépéses fv-transzformációt tudjon végrehajtani; grafikon alapján tudjon egyszerű fv-eket jellemezni!
– Ismerje a számsorozat fogalmát, tudjon a számtani és mértani sorozat köréből az a_n-re és S_n-re vonatkozó összefüggések felhasználásával feladatokat megoldani! Tudja a kamatos kamatra vonatkozó képletet használni!

Döbbenetesen „sovány" a középszint elvárása a függvények témakörében! Nem kell tudni a függvénytulajdonságok definícióit sem! Egyáltalán nem kell tudni a függvényképzési módokat, a függvényekkel végzett műveleteket! Az anyag tárgyalási szintjén összekeveredik a vizsgálat tárgya és módja: a grafikon a függvény képe, s nem maga a függvény, a vizsgálat tárgya a függvény, nem pedig a grafikonja! A középszint előírása a jelenlegi általános iskolai szintet csak néhány alapfüggvény hozzávétele által haladja meg, de nem éri el sok területen a függvények elemi vizsgálatának szintjét, amelyre a felsőoktatás az analízist építeni tudná, ahol a függvényosztályok képezik a vizsgálat tárgyát.

Az már csak „természetes", hogy bizonyítás szóba sem kerül (például számtani, mértani sorozat: a_n, S_n).

A felsőoktatás bármely területén, ahol matematikát is tanítanak, az analízis mindenhol szerepel. Hogy lehetséges legyen analízist tanítani, a középszintű érettségivel rendelkező hallgatók fv-tani ismereteit alaposan rendezni kell és ki kell egészíteni.

Az analízis alapvető módszere a közelítés. Nem segíti a felsőfokú tanulmányokat az sem, hogy a geometria még emelt szinten sem kéri a terület- és térfogatképletek bizonyítását!

Geometria, koordinátageometria, trigonometria

– Elemi geometria: térelemek ismerete, szög fogalma, térelemek távolsága, szöge; ismerje a kör, gömb, szakaszfelező merőleges, szögfelező fogalmát;
– Geometriai transzformációk síkban: ismerje az eltolást, tengelyes tükrözést, középpontos tükrözést, pont körüli elforgatást, a középpontos nagyítást, kicsinyítést és tulajdonságaikat; háromszögek egybevágósági, ill. hasonlósági alapeseteit! Ismerje fel és használja fel az alakzatok szimmetriáját! Alkalmazza a hasonló síkidomok területének arányáról és hasonló testek felszínének és térfogatának arányáról szóló tételeket!
– Tudja csoportosítani a háromszögeket (szögösszeg, …), ismerje a nevezetes vonalakra, pontokra vonatkozó definíciókat, tételeket, alkalmazza a Pitagorasz-tételt és megfordítását, a magasság- és befogó tételt;
– Ismerje a négyszögek fajtáit, tulajdonságait, szögösszegét!
– Ismerje a konvex sokszög átlóinak számát, szögösszegét, a szabályos sokszög fogalmát! Ismerje a kör részeit, tudja, hogy az érintő merőleges az érintési pontba húzott sugárra, szögmérést fokban, radiánban, a Thalesz-tételt és megfordítását.
– Ismerje a forgáshengert, forgáskúpot, gúlát, hasábot, gömböt, csonkagúlát, csonkakúpot. Vektorok: ismerje a vektor fogalmát, abszolút értékét, vektorok összegét, különbségét, számszorosát, felbontását összetevőkre, skaláris szorzatát és a műveleti tulajdonságokat; vektor koordinátáit, műveleteket koordinátákkal adott vektorokkal.
– Trigonometria: tudja a hegyesszögek szögfüggvényeit, a szögfüggvények általános definícióját; tudja a pótszögek, kiegészítő szögek, negatív szög szögfüggvényeit, pitagoraszi összefüggést; tudja a sinus- és cosinus-tételt.
– Koordinátageometria: Ismerje a szakasz felező- és harmadoló pontjának koordinátáit, szakasz hosszát, háromszög súlypontját! Tudja felírni egyenes egyenletét különböző adatokból; egyenesek párhuzamossága, merőlegessége; egyenesek metszéspontjának kiszámítása. Adott középpontú és sugarú kör egyenletének felírása, kör és egyenes metszéspontja, adott pontba húzott érintő egyenlet felírása.
– Kerület, terület: Háromszög, nevezetes négyszögek, szabályos sokszögek, kör, körcikk, körszelet kerületének, területének kiszámítása. Felszín, térfogat szemléletes fogalma: hasáb, gúla, forgáshenger, forgáskúp, gömb, csonkagúla, csonkakúp felszínének, térfogatának kiszámítása képletbe való helyettesítéssel!

A geometria anyaga is lényegesen csökkent! Ez főleg a tudományegyetem matematika szakán továbbtanulóknak okoz súlyos gondokat! A középszinten geometriából sem bizonyítanak semmit. (Még a Pitagorász-tételt sem!) Nagy lehetőség marad kiaknázatlanul a diákok gondolkodásfejlesztését illetően. A geometria különösen alkalmas a tétel és definíció viszonylagosságának megmutatására, a bizonyítási stratégiák és módszerek elsajátítására. Az emelt szint követelményeit nézve derül ki, hogy a középszintnek nem követelménye az egyes fogalmak pontos definíciójának ismerete sem. Például: nem kell tudni pontosan megfogalmazni az egybevágósági transzformációk fogalmát; a parabolát nem kell ismerni középszinten. Milyen fogalomalkotás, fogalomismeret valósul meg, ha a definíciókig nem jutunk el? Így a fejezet általános követelményében megfogalmazottak – nevezetesen: „a geometria tanítása segíti a pontos fogalomalkotást, a struktúraalkotás képességét" – egyik vonatkozásban sem valósítható meg középszinten.

Valószínűségszámítás, statisztika

– Leíróstatisztika: statisztikai anyagok gyűjtése, rendszerezése, különböző ábrázolásai (osztályba sorolás, gyakorisági diagram, relatív gyakoriság); súlyozott számtani közép, medián, módusz, terjedelem, átlagos abszolút eltérés, szórás.
– A valószínűségszámítás elemei: esemény, eseménytér; Laplace-modell ismerete, relatív gyakoriság és valószínűség; visszatevéses mintavétel, binomiális eloszlás.

Erre a fejezetre nem tennék kritikai megjegyzést. Ma fontos, egyre fontosabb, hiszen a modern tudományelmélet egyik fontos pillére az a gondolkodásmód, amivel a sztochasztikus jelenségek leírhatók.

A középszintű érettségi 2005-ben

A középszintű érettségi 180 perces írásbeli vizsga. Akinek sikertelen az írásbeli vizsgája (10–32 százalék, jelenleg 20 százalék az elégséges alsó határa!), szóbeli vizsgát tehet. *(1. táblázat)*

A feladatsor feladatainak 30–50 százaléka (2008-ban 60 százaléka) a hétköznapi élet problémáiból indul ki, modellalkotást igénylő feladat.

1. táblázat. Az írásbeli vizsga tartalmi szerkezete.

	2003	*2008*
Gondolkodási módszerek, halmazok, logika	20%	25%
Aritmetika, algebra, számelmélet	25%	20%
Függvények	15%	10%
Geometria, koord.geom., trigonometria	25%	25%
Valószínűségszámítás, statisztika	15%	20%

A feladatsor jellemzői

A feladatsor két részből áll. Az első rész 45 perces; 15 db 2 pontos, alapfogalmakat, egyszerű összefüggések ismeretét ellenőrző kérdésekből áll.

Például:
Hozza egyszerűbb alakra: $x(x^2\text{-}1) / (x\text{-}1)$ ha $x \neq 1$
Egy függőleges falhoz támasztott létra alja a faltól 2,5m-re van. A létra a talajjal 60º-os szöget zár be. Milyen hosszú a létra?
Állítsa növekvő sorrendbe: 1/3, |-0,3|, -sin 90º, 5^{-1}!
Oldja meg R-ben: $2(x^2\text{-}1)/3 = 10$

A második rész időtartama 135 perc, mely további két részre oszlik. A II/a részben 4 példából 3-at kell megoldani 12–12 pontért (36 pont), a II/b részben 3 példából 2-t kell megoldani 17–17 pontért (34 pont) (a középszinten belül „összetettebb" feladatok).

A dolgozatot a saját iskolában írják, és a tanulót tanító tanár javítja. Az elérhető 100 pontot az alábbi szerint váltják osztályzatra:

0–32 elégtelen, 33–40 elégséges, 41–60 közepes, 61–79 jó, 80–100 jeles

A 2003-as követelmény szerint az elégséges alsó határa 20 százalék! Nem nagyon kell kommentár, hogy az előbbiekben ismertetett követelményekből összeállított kérdéssorból 41 pontot elérő közepest (de sok esetben az elégségest elérő) középszinten érettségizőt kellene felsőfokú matematikára tanítani.

(Nem térek ki a szóbeli vizsgalehetőség részleteire, mellyel ugyancsak elérhető a közepes érettségi jegy.) Olyan középszinten érettségizetteket, akik a középszinten előírt anyag 1/3-át, jó esetben 2/3-át, esetleg kivételes esetben az egészet tudják, kell felsőfokú matematikára oktatni. Ha az utóbbi optimális eset állna elő, akkor is igen sok tennivaló vár a felsőoktatásra, mielőtt felsőszintű matematikát kíván oktatni.

Az OKÉV-vizsgálatról

A teendők lehetséges alternatíváinak megfogalmazása előtt egy vizsgálati eredményből szeretnék idézni. Az oktatási miniszter 9/2000. (V.31.) sz. rendeletének 15. §-ában elrendelte a gimnáziumi matematikaoktatás eredményességének országos szakmai vizsgálatát. E vizsgálat 2. lépcsőjében került sor a közös érettségi-felvételi dolgozatok elemzésére, mely az OKÉV feladata volt. A vizsgálat célja többek között szakmai információk gyűjtésére irányult a matematikaoktatás jelenlegi helyzetéről. *Környei László* akkori közoktatási helyettes államtitkár 2002 áprilisában tanulmányozásra bocsátotta vizsgálati eredményeiket, mely – véleménye szerint – hasznos és eredményességet növelő döntések forrása lehet. (Vizsgálatai a 2001. évi matematika felvételi feladatsorok alapján történtek.) A közreadott elemzésnek nem volt feladata az eredmények színvonalának értékelése, de azt mégis megjegyzik, hogy az elért átlagpontszámok (37, illetve 31) nem engedik meg, hogy a leendő hallgatók megfelelő matematikai előképzettsége szempontjából nyugodtak lehessünk. Megjegyzik, hogy elengedhetetlennek tűnik a középiskolai anyag valamilyen módon való átismétlése!

A 2001-es felvételi feladatsorok tükrében a matematikai gondolkodás néhány alapvetőnek tekinthető területéről is gyűjtöttek információt. Ilyen volt többek között a fogalmak, összefüggések biztos ismerete, mely erős szórást mutatott (24 és 60 százalék között). A másik terület a modellalkotás képessége, mely a matematika alkalmazásának fontos színtere (más tudomány matematikai modelljének, vagy a matematika feladatban a megoldáshoz elvezető, úgynevezett belső modellnek a megkeresése). Az eredmények itt sem biztatóak (9 és 47 százalék között). A matematikai gondolkodás fontos eleme a bizonyítási igény és bizonyítási készség. A 2001-es felvételi feladatsorok eredményei ezen a területen is további fejlesztési teendőket jeleznek.

Mindez a vizsgálat még annak a reményében készült, hogy egyrészt minél egységesebb javítási szisztémát (mérési-értékelési rendszert) dolgozzanak ki az emelt szintű érettségire, másrészt ismereteket nyerjenek a matematika oktatásának szakmai vetületeiről (szakmai információkat a jelenlegi helyzetről), alapot adva a tantárgyi fejlesztésekhez.

Megoldási alternatívák

Az előzetes tudás pótlására, a felsőfokú tanulmányok szempontjából megfelelő szintre hozására, a megoldási lehetőségek megfogalmazásakor a didaktikai, matematika-módszertani kutatási eredményekre tekintettel kell lennünk. Tanulók, hallgatók matematikai ismeretszerzési folyamatát vezéreljük, szabályozzuk tanári és oktatói munkánk során, ezért a szakmódszertani elméleti eredmények és az oktatási tapasztalatok szintézise alapján kialakult két irányú rendszerből indulunk ki.

Az egyik irány: a matematikai ismeretszerzés forrásai (mennyiség, forma; mozgás, tér; tömegjelenség, tevékenység), a környezetünk azon tulajdonságai, amelyekből elsődleges matematika-fogalmak erednek.

A másik irány a vizsgálat közvetlen tárgya és célja szempontjából különböző tevékenységi szintek. A minőségileg különböző matematikai tevékenységszintek a hatványozott absztrakciónak felelnek meg, a matematika belső logikájának érvényesítését fejezik ki.

A vizsgálat tárgya és célja szempontjából négy, minőségileg különböző tevékenységszint különíthető el.

Az első szinten a vizsgálat közvetlenül a matematikai ismeretszerzés forrásaira irányul azzal a céllal, hogy matematikai objektumokat alakítsunk ki (számok, függvények; testek, síkidomok…). Ez a valóság elsődleges matematikai tükröződése.

A második szinten a vizsgálat áttevődik a kialakított matematikai objektumok halmazára.

Tehát a vizsgálat a matematikai objektumok halmazaira irányul, célja pedig ezek jellemző tulajdonságainak megállapítása, elemi összefüggések indoklása.

A harmadik szinten a matematikai objektumhalmazok eltérő és közös tulajdonságainak felismertetése és elkülönítése történik; azaz ezek szerkezetének felismertetése, tudatosítása a cél. Itt kristályosodnak ki olyan tulajdonságcsoportok, amelyekből a negyedik szinten a struktúrák, az axiómák kerülnek ki. Szerepelnek definíciók, tételek és bizonyítások is.

A negyedik szint a matematika axiomatikus felépítése. Teljessé válik a matematika belső logikájának működése: objektumhalmazok tulajdonságcsoportjainak összehasonlítása, közös és eltérő jegyek szétválasztása történik meg; meghatározott tulajdonságú halmazok, úgynevezett struktúrák megalkotására kerül sor.

A matematikai ismeretszerzési folyamat leírását összevetve a középszintű matematika érettségi követelményeivel megállapítható, hogy az elvárás az első és második szinten fogalmazódik meg, alig van olyan terület, amelyen a harmadik szintre lépne. Megjegyezném, hogy az eddigi követelmények, elvárások a középiskolától a harmadik szintet várták el, a felsőoktatás feladata a negyedik szint elemeinek megvalósítása volt. Az eddigi „lefelé szabályozás” helyett az új kétszintű érettségi követelmények megfogalmazása szerint áttérünk a „felfelé szabályozásra”, azaz megfogalmazódott, hogy a középiskola nem a felsőoktatási tanulmányokra, hanem az érettségire készít fel (a középszintűre!?!).

A matematikai ismeretszerzési folyamat leírását összevetve a középszintű matematika érettségi követelményeivel, megállapítható, hogy az elvárás az első és második szinten fogalmazódik meg, alig van olyan terület, amelyen a harmadik szintre lépne. Megjegyezném, hogy az eddigi követelmények, elvárások a középiskolától a harmadik szintet várták el, a felsőoktatás feladata a negyedik szint elemeinek megvalósítása volt. Az eddigi „lefelé szabályozás” helyett az új kétszintű érettségi követelmények megfogalmazása szerint áttérünk a „felfelé szabályozásra”, azaz megfogalmazódott, hogy a középiskola nem a felsőoktatási tanulmányokra, hanem az érettségire készít fel.

A felsőoktatásra váró feladatok

A felsőoktatás céljainak megvalósítása elképzelhetetlen, ha a bemenet szintjére, azaz a középszintű érettségi követelményeire nincs tekintettel. Az ismeretszerzési folyamat törés nélküli csatlakoztatásához a középiskola és a felsőoktatás között tehát megoldást kell találni, arról a szintről indulva, amelyet az előzőekben már vázoltam.

Itt nemcsak az előírt, lényegesen kevesebb matematikai ismeretek pótlására kell gondolnunk. (Ez elintézhető lenne felsőfokú előadásban gondolkodó, „leadom az anyagot” típusú oktató részéről, mondjuk, 2–3 hónap alatt). Itt a matematikai gondolkodási műveletek, a fogalomalkotás (induktív, deduktív), a tételek felfedeztetése, a bizonyítási igény és készség kialakításáról, a bizonyítási stratégiák, módszerek elsajátításáról, a problémamegoldásban való jártasság kialakításáról is szó van a 3. szint konkrét ismeretanyagának elsajátítása révén. Mindez – mint minden ismeretszerzés – csak szellemi tevékenység, méghozzá a diák saját tevékenysége által valósítható meg. Azaz a források szerinti szintek tovább bontandók szakaszokra, fokozatokra, s a tanulók, hallgatók tevékenységére transzformálva kell kialakítani a matematika-módszertani megoldásrendszert.

Mindeközben fel kell készítenünk a hallgatókat a felsőoktatás ismeretelsajátításának sajátosságaira is (előadás, gyakorlat, önálló munka…).

Mi a megoldás?

Mindezt az eddigi időkeretben a felsőoktatás matematika anyagának rovására, annak további csökkentésével valósítjuk meg? Így eleve kimondjuk, hogy a kiadott diploma alacsonyabb színvonalú az eddig kiadottakénál.

Növeljük az eddigi óraszámokat és az egyes szaktárgyakba (analízis, algebra, geometria …) építve valósítjuk meg a pótlást és ezek után térünk rá a felsőfokú matematika oktatására?

Mint ahogy az általános iskola után és a középfokú tanulmányok megkezdése előtt ez lehetségessé vált, esetleg 0. évfolyamon kíséreljük meg a felvett hallgatók tudását, készségeit, jártasságait, képességeit a felsőfokú tanulmányok végzésére alkalmassá tenni. Ez a megoldás lenne a leghatékonyabb, különösen a tudományegyetemek (de a műszaki felsőoktatásban is) kétszakos képzése esetén. Ugyanis feltételezhető, hogy például a fizika vagy kémia tekintetében is a matematikához hasonló problémák fogalmazódnak meg. A finanszírozás problémája ennél a megoldásnál is felmerül, de ezzel a megoldással biztosítható, hogy a diploma a korábbi színvonalú lehet.

Hogyan valósulhat ez meg matematikából?

Tanári tervezőmunka a tanítási-tanulási folyamatra

Ez két tényezőre épül: témakörönként felmérjük és figyelembe vesszük a hallgatók (tágabb értelemben vett) ismereteit, a 3. szint matematikai ismeretanyagát, azaz a tanítási célt.

Ezen peremfeltételek felderítése után készítjük el a tanítási-tanulási folyamat irányításának tervét (tananyagot didaktikai szerkezetbe foglaljuk: fogalmak, ezek kapcsolatrendszere, tételek, ezek kapcsolatai, bizonyítások, eljárások).

A szakaszokra bontott témát a hallgatók tevékenységére transzformáljuk, azaz feladatcsoportok láncolatára bontjuk. Ezek önálló feldolgozásával, közbeiktatott megbeszélésekkel, tanári irányítással és kiegészítésekkel szereznek és alkalmaznak ismereteket a hallgatók (információ-visszajelzés, formatív értékelés-módosítás). Ez tehát a módszer, mely önálló ismeretszerzésre készít fel, fejleszti az önellenőrzési, önértékelési képességet, mellyel a felsőfokú tanulmányokra készít fel.

A didaktikai alapelvek közül a fokozatosság elve a domináns a felsőfokú tanulmányokra való felkészítésben:

– fogalomkialakítás először induktív úton: bevezetés előtt optimális tapasztalati anyag gyűjtése, vizsgálata, majd absztrakció útján a definíció megalkotása; később fogalomkialakítás konstruktív, majd deduktív úton;

– fogalmak megerősítése, rögzítése, fogalomrendszerbe ágyazása (különböző definiálási lehetőségek, definíciók következményei, definíciók ekvivalenciája);

– fogalmak közti kapcsolatok, törvényszerűségek, tételek felfedeztetése (helyes gondolkodási képesség kialakítása!! tételek szerkezetének tudatosítása, tétel megfordítása, szükséges feltétel, elegendő feltétel …);

– bizonyítás során a logika szabályai szerint következtetünk a feltételekből az állításra; a bizonyítás nem lehet öncélú elméletieskedés; a bizonyítás során a természetes gondolatmenetet követve derítjük fel az utat a feltevéstől a konklúzióig; a fokozatosság elvét figyelembe véve tudatosítjuk a háromféle bizonyítási stratégiát (szintézis, analízis és nem teljes analízis) és a bizonyítási módszereket (direkt, indirekt, teljes indukciós);

– fokozatosság a jegyzetelési képesség kialakításában: különválasztott magyarázat és az anyag lejegyzése, majd címszavas jelzések a táblára, lényegkiemelés hangsúlyok alapján.

A 0. évfolyamos oktatás alkalom arra is, hogy a középiskolában megszokott oktatási formáról fokozatosan térjünk át a felsőoktatásban jellemző előadás-gyakorlat oktatási szisztémára.

A középiskolai tanórának komplex funkciója van (ismeretnyújtás, elsajátítás, alkalmazás, ellenőrzés, értékelés, osztályozás). A felsőoktatás zömmel hagyományos, áttekintő előadást tart, ahol az előadó a tudományág rendszeres áttekintését adja a hallgatóknak. Kész, megjegyzésre alkalmas formában ismeretközlés történik, logikailag felépített kész rendszerek oktatása folyik. Ez önmagában kritika tárgya lehet, mely a dolgozatnak nem témája. A gyakorlatokon történik az ismeretek alkalmazása, sokszor több héttel lemaradva az előadástól. Ennek hatékonysága is erősen megkérdőjelezhető. (megjegyzés: a felsőoktatásban is van még tennivaló!!!)

A 0. évfolyamos oktatás során az elméleti és gyakorlati képzés egysége a következő módon valósítható meg: a gyakorlat komplex funkcióját kihasználva (előadást előkészítő ismereteket rendszerező, alkalmazó, elméletformáló) szorosan az előadásokhoz illesztve szoros egymásra épülés, láncszerű kapcsolat valósítható meg.

Az előadás – önálló hallgatói munka – gyakorlat – önálló hallgatói munka – előadás lánc biztosítja a hallgatók motiváltságát; a folyamatos visszacsatolás, korrekció és önálló munka vezérlése az aktivitást. Hatékonyan irányítható a tanítási-tanulási folyamatban az ismeretelsajátítás, melynek során hosszabb távon is működőképes tudást szereznek, gondolkodási képességeket sajátítanak el.

Az előadás és gyakorlat, valamint a hallgatók önálló munkájának ily módon való szoros egymásra építése a tanítás-tanulást mint tényleges folyamatot valósítja meg. Erre a felsőoktatásban is tekintettel kell lennünk.

Mi az igazi megoldás?

Véleményem szerint akkor lenne igazán megőrizhető a felsőfokú oklevél értéke, színvonala, ha az oktatási kormányzat az eredeti koncepciót valósítaná meg a kétszintű érettségivel. Nevezetesen az emelt szintű érettségi jelenthetne belépőt a felsőoktatásba. Még ez esetben is marad feladat, amelyet az egyetemeknek meg kell oldaniuk az ismeretek pótlása terén.

Irodalom

Peller József (2003): *A matematikai ismeretszerzési folyamatokról.* ELTE Eötvös Kiadó.

Ambrus András (1995): *Bevezetés a matematikadidaktikába.* (egyetemi jegyzet) ELTE Eötvös Kiadó.

A tanulók matematikai tevékenységének tervezése és irányítása a középiskolában I–VI. (1988–89) Tankönyvkiadó, Budapest.

Falus Iván (1998): *Didaktika*. Nemzeti Tankönyvkiadó, Budapest.

Vigné Lencsés Ágnes (1997): *Egyenletek, egyenlőtlenségek megoldása függvénytani alapokon.* Mozaik Kiadó, Szeged.

Vigné Lencsés Ágnes (1998): *A középiskolai és műszaki főiskolai oktatás közti átmenet problémái. (Didaktikai és szakmódszertani eltérések és ezek megoldási lehetőségei különös tekintettel a matematika tárgya*). Ph.D értekezés, BME.

Vígné Lencsés Ágnes (1999): *A matematikai ismeretszerzési folyamat a függvények tanításában.* Főiskolai Matematika-, Fizika-, Informatikaoktatók XXIII. Országos Konferenciája Kiadványa, Miskolci Egyetem Dunaújvárosi Főiskolai Kar. 99–106.

Vigné Lencsés Ágnes
egyetemi docens,
Matematikai és Informatikai Intézet,
Matematika Tanszék,
TTK, PTE