Közgazdasági Szemle, XLIV. évf., 1997. július–augusztus (597–611. o.)

Eső Péter

Árverés és verseny a közbeszerzésben

Közbeszerzésnek ebben a cikkben egy oszthatatlan jószág vásárlását nevezzük, ahol, noha a vásárló jólétét a termék minősége utólag befolyásolja, azt előre nem lehet szerződésbe foglalni, s így számon kérni sem. Megmutatjuk, hogy ilyenkor egyfajta *korlátozott árverés* az a mechanizmus, amely társadalmilag optimális kimenetelhez vezet. Ezen új eredmény kifejtése előtt bemutatjuk az optimális adásvételi formák elméletének néhány, a magyar olvasók számára esetleg ismeretlen eredményét.*

A közelmúltban a Közgazdasági Szemle hasábjain több árveréselméleti tárgyú írás is megjelent (*Szatmári* [1996], *Kondrát* [1996]). Ezek a cikkek az úgynevezett *eladási* problémával foglalkoztak, vagyis azzal, amikor a *vevők versengenek* a tárgy megvételéért (festmény- vagy kincstárjegyárverés). Ebben az írásban a fordított alaphelyzetet vizsgáljuk, amikor a jószág (termék vagy szolgáltatás) *beszerzése* történik árverés vagy valamilyen más mechanizmus segítségével. Ilyenkor nem feltétlenül az eladók versenyeztetése az optimális beszerzési mód. Az első szakaszban egy számpéldán is illusztráljuk, hogy a verseny korlátozása bizonyos esetekben a köz javát szolgálhatja. A cikk hátralevő részében pedig arra keresünk választ, hogy általános esetben mi a társadalmilag optimális adásvételi forma. A modell eredménye az, hogy tág feltételek között a társadalmilag legjobb piacforma az eladók személyére szabott *árpadlóval* megszorított árverés (az eladók egymás alá licitálhatnak, amíg egyéni árpadlójukat el nem érik). A cikk során utalunk az optimális adásvételi mechanizmusok elméletének néhány, eddig még magyarul nem ismertetett eredményére is.[1]

* Az aukciós irodalomba *Eric van Damme* professzor (CentER, Tilburg) vezetett be, akinek ez úton is köszönetet mondok segítségéért és az inspiráló beszélgetésekért. A cikk megírásához vezető tanulmányutamat a közgazdasági PhD-képzés támogatta. Az írás korábbi változataihoz fűzött megjegyzéseikért köszönet illeti *Csekő Imrét, Jos Jansent, Alejandro Manellit, Eric Maskint, Simonovits Andrást, Tomas Sjöströmöt*, különösképpen pedig *Bárczy Pétert* és *Eső Mártát*. Sokoldalú segítségéért, többéves támogatásáért hálás vagyok tanszékvezetőmnek, *Zalai Ernőnek*. A jelen változat az OTKA F020815. számú programja keretében készült.

[1] Az optimális adásvételi mechanizmusok elméletének angol megnevezése *theory of optimal auctions*. Aukción tehát a szakirodalom nem feltétlenül árverést ért, hanem bármilyen adásvételi mechanizmust (amelybe az egységáron való eladástól az árverésen keresztül az alkudozásig minden belefér). A továbbiakban a széles értelemben vett aukciós mechanizmus helyett adásvételt, a szűk értelemben vett aukció helyett árverést mondunk.

Eső Péter PhD hallgató, Budapesti Közgazdaságtudományi Egyetem és Harvard Egyetem. E-mail: esop@ursus.bke.hu.

Közbeszerzés és minőség

A gazdasági javakat minőségük alapján a mikroökonómiában a következőképpen szokás csoportosítani. *Közönséges* a termék, ha minősége a termelőtől függetlenül állandó, homogén, vagy azt legalábbis a vétel előtt a fogyasztó költségmentesen kiderítheti. Ebbe a kategóriába tartoznak például az árutőzsdén megforduló standard termények. *Keresési* jószágról beszélünk, amikor a termék minősége még a megvétel előtt kiderül, de ezt az információt költséges megszerezni; illetve ha a minőség ugyan csupán utólag, a fogyasztás közben derül ki, de az úgymond bíróság előtt bizonyítható, verifikálható. Másképp fogalmazva: a termék minősége már a vételkor *szerződésbe foglalható*, és a termékért járó fizetség a kóstolással (vagy csak utólag) tapasztalt minőségtől függővé tehető. Ilyen termékek például a piacon árult gyümölcsök. Vannak azonban olyan áruk, amelyeknél a szerződésbe nem foglalható minőségi jellemzők nem hanyagolhatók el. Ezek a *tapasztalati* javak. Jogi vagy más gyakorlati okok miatt nehéz sok év múltán számon kérni egy atomreaktor vagy egy szilikon műmell gyártóján azt, hogy terméke az újabb tudományos eredmények szerint veszélyesebb, leszerelése pedig drágább, mint azt sok évvel azelőtt bárki hitte. (Egy új termék gyártója ki is kötheti, hogy a káros mellékhatások rizikóját nem a feltaláló, hanem a felhasználó viseli.) Tapasztalati jószágnak számítanak az oszthatatlan keresési javak is, ahol a kóstolás és az elfogyasztás között nincs különbség.[2]

A kortárs mikroökonómia egyik legfontosabb kutatási területe a különböző terméktípusokhoz „illő” adásvételi mechanizmusok meghatározása. A szempont általában a társadalom jóléte: olyan játékszabályokat keresünk és *implementálunk*, amelyek keretei között mozogva a szereplők stratégiai önérdekükre hallgatva éppen a társadalmilag lehető legjobb állapotot valósítják meg.[3]

Azt a problémát, amikor egy vásárló oszthatatlan tapasztalati jószágot akar venni versenyző eladóktól, *közbeszerzési feladatnak (procurement problem)* nevezzük. Ebben a cikkben a közbeszerzési feladat társadalmilag optimális megoldásáról lesz szó: megmutatjuk, hogy mi az a mechanizmus, amely viszonylag általános esetben a vásárló és eladók társadalmában a legjobb kimenetelre vezet.

Az Olvasóban felmerülhet, hogy a feladat megfogalmazása túlzottan absztrakt, s így annak a kormányok, önkormányzatok beszerzési problémáihoz annyi köze sincs, mint a hátizsákfeladatnak a turizmushoz. Ez bizonyos mértékig így van. Amire itt vállalkozunk, az nem is egy új közbeszerzési törvény megszövegezése, hanem egy közgazdaságtani, azon belül is aukcióelméleti modell felállítása és elemzése. A problémának szükségképpen csak egy szeletét vizsgáljuk, amely sok közbeszerzési probléma esetén, reméljük, azért a legfontosabb.

A legegyszerűbb közbeszerzési módszer természetesen a potenciális beszállítók versenyeztetése – a vevő azzal köt üzletet, aki (például egy nyílt árverésen) a legolcsóbb árat vállalja. Lássunk egy egyszerű számpéldát, amely megvilágítja, hogy miért nem feltétlenül szerencsés az eladók ilyen versenyeztetése egy közbeszerzési problémánál! Tegyük fel, hogy két helyi cég jelentkezik a városi szemétszállítás megszervezésére. Mindkét cég számára adottság, hogy milyen költséggel, erőfeszítéssel tudja megoldani a feladatot (ez függ korábbi tapasztalataiktól, munkatársaik képzettségétől stb., amely rövid távon nem változtatható meg). Az egyszerűség kedvéért tegyük fel, hogy egy külső szemlélő számá-

[2] Tapasztalati javaknál fontos probléma az erkölcsi kockázat is. A független magyar bírósághoz nem lehet olyan keresettel fordulni, hogy a vendéglőben elfogyasztott vacsora a gyertyafény ellenére nem érte el a célját, és ezért pénzünk visszajár. A vendéglős érvelhet úgy, hogy nem benne volt a hiba: a hódítás eleve kudarcra volt ítélve.

[3] Az implementációelméletről lásd *Csekő* [1996].

ra mindkét vállalat technológiájának költsége a [0,1] intervallumon független, egyenletes eloszlású véletlen változó, x_1 és x_2.

Noha a nagyobb költségről (jóindulatúan) feltesszük, hogy nagyobb erőfeszítést és jobb minőséget is jelent, a vevő a túlzottan jó minőséget nem igényli. Tegyük fel, hogy x_s költségű szolgáltatás a vevő számára $v(x_s)$ pénzben kifejezett hasznosságot eredményez, ahol

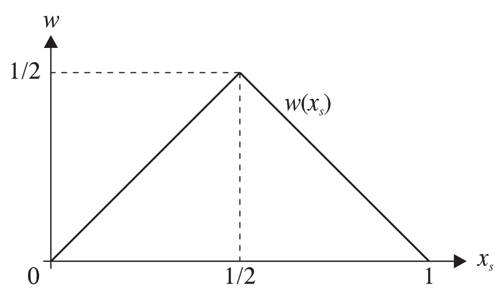
$$v(x_s) = \begin{cases} 2x_s, & \text{ha } x_s \in [0;1/2] \\ 1, & \text{ha } x_s \in (1/2;1]. \end{cases}$$

Látható, hogy $v(x_s) = 1/2$-nél a vevő preferenciái telítődnek. Érdemes még meghatározni a *társadalmi többletet,* amely a mikroökonómiában szokásos módon a vevő hasznának és az eladó költségének a különbsége: $w(x_s) = v(x_s) - x_s$.

$$w(x_s) = \begin{cases} x_s, & \text{ha } x_s \in [0;1/2] \\ 1 - x_s, & \text{ha } x_s \in (1/2;1]. \end{cases}$$

A $w(.)$függvényt az *1. ábrán* láthatjuk. A későbbi számítások ellenőrzésénél érdemes néha rápillantani.

1. ábra
Illusztráció a számpéldához



A kérdés az, hogy amennyiben a vásárló előzetesen nem képes megfigyelni az eladók költségét (x_1 és x_2 realizációját), utólag pedig nem tudja bizonyítani azt (így előzetesen nem lehet az *utólag* tapasztalt minőségtől függő díjazásban megállapodni), akkor milyen közbeszerzési technikát választva lesz a társadalmi többlet várhatóan a legnagyobb.

Tegyük fel például, hogy a vevő nyílt versenytárgyalást (árverést) hirdet, ahol a két vállalat egymás alá licitálhat, és az önkormányzat végül az olcsóbb cégtől rendeli meg a szemétszállítást. Az ár természetesen x_1 és x_2 *maximuma* lesz (a drágább cég ott esik ki a versenyből), míg a társadalmi többletet a $w(.)$ függvény x_1 és x_2 minimumánál felvett értéke adja meg (a szemétszállítást végül az olcsóbb erőforrásokat használó cég valósítja meg). Ha x_1 és x_2 minimumát z-vel jelöljük,[4] akkor a várható társadalmi többletet $w(z)$ várható értéke adja. Ez egy egyszerű valószínűségszámítási feladat, és eredménye: a várható társadalmi többlet 1/4.

Most tegyük fel, hogy a vevő, félredobva a versenysemlegesség elvét, az 1. cégnek

[4] Mivel x_1 és x_2 véletlen változó $F_1(x)=F_2(x)=x$ eloszlással, ezért z is valószínűségi változó, csak az eloszlása komplikáltabb egy kicsit: $F_z(x) = 1 - (1 - x)^2$.

megtiltja, hogy 1/2-nél alacsonyabb licitet adjon be. Ekkor három, egymást kölcsönösen kizáró eset lehetséges.

– Ha $x_2 < 1/2$, akkor a 2. vállalat nyer, hiszen 1/2 vagy az alatti licitek ellen az 1. cég nem rúg labdába. A társadalmi többletet x_2 határozza meg; az $x_2 < 1/2$ feltétel mellett $w(x_2)$ várható értéke 1/4.

– Ha $x_2 > 1/2$, de $x_1 < 1/2$, akkor a nyerő licit „egy hajszállal” x_2 alatt lesz, de most mindenképpen 1. nyer. Az $x_1 < 1/2$ feltétel mellett $w(x_1)$ feltételes várható értéke újra 1/4.

– Ha $x_1 > 1/2$ és $x_2 > 1/2$, akkor a helyzet ugyanolyan, mint az árpadló nélküli árverés esetében: x_1 és x_2 maximuma lesz az árverésen a nyerő ár, a társadalmi többletet pedig x_1 és x_2 minimuma határozza meg. Kiszámolható, hogy ekkor a társadalmi többlet feltételes várható értéke 1/3.

Ebből viszont már következik, hogy a diszkriminatív versenyeztetési módszerrel a társadalmi többlet várható értéke nagyobb, mint a szimpla árverés mellett. A többlet várható értéke számszerűen 13/48, mivel az első eset 50 százalék, a második és harmadik 25-25 százalék eséllyel következik be.

Azt a meglepő eredményt, hogy a verseny korlátozásával a társadalom nyer, nyilvánvalóan a *kontraszelekció* jelensége okozza.[5] Ha hagyjuk a szállítókat egymás alá licitálni, akkor félő, hogy végül a legolcsóbb megoldás egyben a legigénytelenebb is lesz. Természetesen, ha a beszerzési problémánál *nem merül fel minőségi kérdés* (vagy a minőség utólag könnyen számon kérhető a szállítón), akkor *a verseny előmozdítása növeli a társadalmi többletet*. Az információs aszimmetria szempontjából átfogalmazva cikkünk mondanivalóját, a kérdés pontosan az, hogy miképpen és milyen mértékben kell korlátozni a versenyt, hogy a „tragacseffektust” a lehető legjobban kiküszöböljük. A korlátozás módszere éppen az imént látott licitpadló lesz.

A közbeszerzési játék

Legyen a szállítók (eladók) halmaza S, a szállítókat indexeljük s-sel. Az s szállító „titka” a tárgy vagy szolgáltatás objektív értéke, azaz előállításának költsége, x_s, amelyről feltesszük, hogy a kívülálló számára egy $F_s(x_s)$ eloszlásfüggvénnyel leírható eloszlást követ az $I = [0,1]$ intervallumon. Az eloszlásfüggvényről feltesszük, hogy mindenütt deriválható, és a sűrűségfüggvény pozitív, $f_s(x_s) > 0$. A különböző eladók költség- (vagy típus-) eloszlásai *függetlenek*, az együttes eloszlást jelölje F, ennek értelmezési tartománya I^S. Az s szállítón kívül az összes többi típusának eloszlását F_{-s}-sel jelöljük.

A vevő, ha a megvásárolt tárgy vagy szolgáltatás (utólag kiderülő objektív) értéke x_s, akkor azt a $v(x_s)$ pénzben mért hasznosságfüggvény szerint értékeli, ahol $v(.)$ folytonos, konkáv függvény. A függvény konkávitása azt jelenti, hogy a vevő az egyre nagyobb ráfordítást egyre kisebb mértékben értékeli, azaz a termék „minőségének” határhaszna csökkenő. Figyeljük meg, hogy $v(.)$ nem függ attól, hogy *melyik* szállítótól származik a termék, ami kétféleképpen értelmezhető. Vagy a vevő pártatlanságaként (például nem számít, hogy a szállítók helyi munkaerőt alkalmaznak-e, s hogy melyikük a párttitkár veje), vagy úgy, hogy a szállítók egyformán hozzájutnak minden erőforráshoz (a külföldi is alkalmazhat helyi munkást, és a párttitkárnak is van még eladósorban lévő leánya).

A társadalmi többletet w-vel jelöljük: $w(x_s) = v(x_s) - x_s$. Társadalmi szinten nem számít, hogy a vevő éppen mennyit fizet a termékért az eladónak, hiszen az az előbbi jólétét pontosan ugyanannyival csökkenti, mint amennyivel az utóbbiét növeli. A vevő célja a

[5] A kontraszelekcióról és más, az információ közgazdaságtana által vizsgált jelenségekről magyarul lásd *Vincze* [1991].

$w(.)$ társadalmi többlet várható értékének, a szállítóké pedig várható profitjuknak a maximalizálása. Mindkét fél kockázatsemleges.

A feladat játékként való modellezésének utolsó lépése, hogy megadjuk a szereplők stratégiahalmazát. A vevő stratégiai döntése tulajdonképpen az adásvételi mechanizmus meghatározása, az eladók lehetséges akcióit pedig természetesen maga a mechanizmus fogja meghatározni. Az olyan mechanizmust, ahol az eladó feladata semmi más, mint bejelenteni (nem feltétlenül valódi) költségét, *közvetlen (direkt) mechanizmusnak* nevezzük. Közvetlen, mert a vételi döntés az eladók típusának (költségének) *közvetlen kinyilvánításán* alapszik. A döntés persze nem feltétlenül az, hogy a legalacsonyabb költségű eladótól veszünk, sőt a győztesnek fizetett ár sem feltétlenül annyi, mint amennyit az illető költségként bejelent. A lényeg az, hogy közvetlen mechanizmusban a vevő csupán az eladók típusát kérdezi meg. Ezek talán a legegyszerűbb mechanizmusok.

A direkt mechanizmusoknál bonyolultabbakra nincs is azonban szükség. *Roger Myerson* 1979-ben az adásvételi problémáknál általánosabb kontextusban mondta ki és bizonyította be a következő tételt:

1. tétel (kinyilvánítási elv). *Bármilyen bonyolult adásvételi mechanizmusban létrejövő egyensúlyi kimenetel megvalósítható közvetlen mechanizmus révén is, ahol ráadásul minden szereplő a költségét (típusát) őszintén vallja be.*

(Egyensúlyon játékelméleti Nash-egyensúlyt értünk, azaz olyan lejátszást, ahol a szereplők kölcsönösen legjobb választ adnak egymás egyensúlyi stratégiáira.)

Bizonyítás. Az állítás igazsága a következőképpen látható be verbális úton. Tegyük fel, hogy a bonyolultabb mechanizmusban a szereplők stratégiahalmazai rendre A_s, $s \in S$. Ebben a játékban legyen az eladók $a^* = (a_s^*)_{s \in S}$ stratégiaegyüttese Nash-egyensúly. Azaz, amennyiben az s játékos típusa x_s, akkor $a_s^*(x_s)$ legjobb válasz a többiek a_{-s}^* stratégiakombinációjára. Most lépjünk közbe, pártatlan játékmesterek, és javasoljuk mindenkinek a következő *közvetlen mechanizmust.*

Írja fel mindenki egy lapra a típusát (nem feltétlenül a valódit), ξ_s-t, és adja oda a játékmesternek. A játékmester, miután összeszedi a bevallásokat, a bonyolult mechanizmus a_s^* egyensúlyi stratégiái alapján meghatározza, hogy az s játékos a bonyolult mechanizmusban mit játszana, ha típusa valóban a felírt ξ_s lenne – természetesen $a_s^*(\xi_s)$-t, minden $s \in S$-re. A játékmester azt is kiszámítja, hogy mi lenne a kimenetel (a játékosok kifizetései) a bonyolult mechanizmus mellett, és mindenki ezt a kifizetést kapja meg.

Ebben a direkt mechanizmusban a típusok őszinte bevallása Nash-egyensúly. Ha ugyanis az s játékos feltételezi, hogy a többiek őszintén tárják fel a költségüket, akkor neki is érdemes a valódi $\xi_s = x_s$-et bejelentenie, hiszen ez legjobb válasz a többiek őszinte bevallásokon alapuló $a_{-s}^*(x_{-s})$ stratégiakombinációjára. Ekkor pedig a játékmester kalkulációi révén ugyanaz a kimenetel valósul meg, mint ami a bonyolult mechanizmus a^* egyensúlyában. Q. E. D.

A kinyilvánítási elv értelmében elég figyelmünket a közvetlen mechanizmusokra fordítanunk. Itt az eladók akcióhalmaza egyszerűen az I intervallum – nem tesznek mást, mint bejelentenek egy 0 és 1 közé eső számot költség gyanánt. A mechanizmus pedig leírható azzal, hogy $\{x_s\}_{s \in S}$ költségek bevallása esetén az egyes eladóktól mekkora eséllyel vásárol a vevő, és hogy a vásárlástól függetlenül várhatóan mekkora fizetség (transzfer) üti az eladó markát. (A transzfer lehet negatív is.) Az s játékossal való *üzletkötés valószínűségét* jelöljük p_s-sel; az előbbiek értelmében p_s: $I^S \rightarrow [0,1]$. Hasonlóképpen, legyen a különböző bejelentett típusegyüttesek mellett az s eladónak *várhatóan kifizetett összeg* (transzfer) összege t_s, ahol t_s: $I^S \rightarrow \Re$.

Egy közvetlen mechanizmust a $\{p_s, t_s\}_{s \in S}$ függvénypárcsalád egyértelműen meghatároz. Ha a játékosok az $x = \{x_s\}_{s \in S}$ költségeket jelentik be, akkor az $M = \{p_s, t_s\}_{s \in S}$ mechanizmusban az s eladótól való vétel esélye $p_s(x)$, és neki várhatóan $t_s(x)$ transzfer üti a markát. Feladatunk ezek után nem más, mint annak az $M = \{p_s, t_s\}_{s \in S}$ mechanizmusnak a meghatározása, amely a maximális várható társadalmi többletet eredményezi, miközben a játékosok (eladók) őszinte típusbejelentései a játékban Nash-egyensúlyt alkotnak. A következő szakaszban ezt a „szöveges feladatot" írjuk fel egy feltételes szélsőérték-számítási probléma alakjában, majd azt kellően emészthető formára is hozzuk.

A feladat egyszerű megfogalmazása

A bevezetett jelölésekkel a társadalmi többlet várható értéke:

$$W = \sum_{s \in S} \int_{I^S} \left[v(x_s) - x_s \right] p_s(x) dF(x). \qquad (1)$$

A képletben $dF(x) = f(x)dx$ a típusok együttes eloszlása szerinti integrálást jelenti – azaz a várható érték képzését. Olyan mechanizmust, azaz $\{p_s, t_s\}_{s \in S}$ függvénypárcsaládot keresünk, hogy (1) értéke a lehető legnagyobb legyen, azaz (1) lesz feladatunkban a célfüggvény.[6] Ebbéli törekvéseinket több feltétel is korlátozni fogja. A legegyszerűbb az a feltétel, hogy a vevő *csak egy darab* jószágot akar vásárolni, azaz, tetszőleges x költségbejelentés esetén a különböző eladókkal való üzletkötés esélyének összege legfeljebb 1:

$$\sum_{s \in S} p_s(x) \leq 1, \qquad \text{minden } x \in I^S\text{-re.} \qquad (2)$$

A második feltétel azt fogja kifejezni, hogy a bevezetendő mechanizmusban az eladók önérdeküket követik. Mivel több eladó is szerepel, és erről ők maguk is tudnak, azért a helyzetet többszemélyes optimumszámítási feladatnak, azaz *játéknak* tekintjük, amelyben a Nash-egyensúly(oka)t tekintjük kimenetelnek. A Nash-egyensúly(ok) meghatározásához szükség van az eladók célfüggvényére .

Nézzük azt a lehetőséget, hogy az s eladó valódi költsége x_s, de ő y_s költséget jelent be. Ekkor s – feltéve, hogy a többi játékos nem csal, azaz *őszintén* vallja be a költségét – várható értékben a következő nyereségre számíthat:

$$\Pi_s(y_s \mid x_s) = \int_{I^{S \setminus \{s\}}} \left[t_s(y_s, x_{-s}) - p_s(y_s, x_{-s}) x_s \right] dF_{-s}(x_{-s}).$$

Az x_{-s} vektor, mint korábban már definiáltuk, az s játékoson *kívül* a többiek költségbejelentését tartalmazza. Az (y_s, x_{-s}) vektor úgy keletkezik, hogy az x vektorban az s-edik elemet, x_s-t *kicseréljük* y_s-re.

Ha az s játékos a valódi x_s helyett y_s költséget jelent be, akkor $p_s(y_s, x_{-s})$ eséllyel a vevő vele köt üzletet, ezért várható tényleges költsége $p_s(y_s, x_{-s})x_s$. Amikor az eladók költségbejelentése (y_s, x_{-s}), akkor a vevő az eladónak $t_s(y_s, x_{-s})$ transzfert fizet – *várható értékben*, tehát ez a fizetség attól nem függ, hogy ki szállítja a jószágot. Ezért az eladók (y_s, x_{-s}) együttes költségbejelentése esetén az s játékos $[t_s(y_s, x_{-s}) - p_s(y_s, x_{-s})\, x_s]$ várható nyereséghez jut. Mivel minden eladó csak a saját költségét ismeri, az s játékos ennek a különbség-

[6] Figyeljük meg, hogy a célfüggvényben nem szerepelnek a transzferek, t_s-ek. Korábban már láttuk, hogy ennek mi az oka: amikor az egyéni (termelői és fogyasztói) többleteket társadalmivá összegezzük, a fizetségek kiesnek. Társadalmi szinten egy csere annál hatékonyabb, minél nagyobb mértékben haladja meg a vevő rezervációs ára az eladóét (azaz a költséget); az nem számít, hogy a felek mennyit fizetnek. A transzfereknek a modellben az lesz a szerepük, hogy az eladókat valós költségeik őszinte feltárására sarkallják.

nek az x_{-s} eloszlása szerinti várható értékével számol. Így kapjuk $\Pi_s(y_s|x_s)$-re a fenti kifejezést.

A képletet egyszerűbben is felírhatjuk, ha bevezetünk két jelölést. Legyen $P_s(y_s)$ az s eladótól való vétel várható valószínűsége, $T_s(y_s)$ pedig a neki fizetett transzfer várható nagysága *csupán az s játékos információja*, azaz az x_s költség ismeretében. $P_s(y_s) = \int_{I^{S\setminus\{s\}}} p_s(y_s, x_{-s}) dF_{-s}(x_{-s})$, vagyis ez a kifejezés $p_s(y_s, x_{-s})$ várható értéke a többiek típusait tartalmazó x_{-s} eloszlása szerint. Hasonlóan $T_s(y_s) = \int_{I^{S\setminus\{s\}}} t_s(y_s, x_{-s}) dF_{-s}(x_{-s})$. Ekkor $\Pi_s(y_s|x_s) = T_s(y_s) - P_s(y_s)x_s$.

A kinyilvánítási elv szerint, mint korábban láttuk, a bonyolult adásvételi mechanizmusok helyettesíthetők egy közvetlennel, ráadásul olyannal, hogy az eredeti egyensúlyt a közvetlen mechanizmusban a játékosok úgy valósítják meg, hogy minden szereplő a típusát *őszintén* vallja be. Vagyis a Nash-egyensúly, amit keresünk, olyan, hogy ott a játékosok nem járnak jobban *hamis* költség bejelentése esetén, mintha igazat jelentenének be; feltéve, hogy a többiek is így cselekszenek. Ezt a feltételt *ösztönzési korlátnak* (*incentive compatibility*, IC) szokás nevezni, és a következőképpen írható fel a bevezetett jelölésekkel:

$$\Pi_s(x_s|x_s) \geq {}_s(y_s|x_s), \text{ azaz}$$
$$T_s(x_s) - P_s(x_s)x_s \geq T_s(y_s) - P_s(y_s)x_s,\ \forall y_s \in I,\ \forall x_s \in I,\ \forall s \in S. \quad (3)$$

Az utolsó feltétel a szereplők *részvételi korlátja* (*participation constraint*, PC). A mechanizmusnak olyannak kell lennie, hogy az eladók önként részt vegyenek benne, igazmondás esetén a várható nyereségük ne legyen negatív:

$$\Pi_s(x_s|x_s) = T_s(x_s) - P_s(x_s)x_s \geq 0. \quad (4)$$

A (3) és (4) korlátok egyszerre tartalmazzák a p_s és t_s függvényeket (pontosabban azok x_{-s} szerint integrált alakját). Az alábbi tétel segítségével a transzferfüggvények innen is kiejthetők, és így sem a célfüggvényben, sem a korlátozó feltételekben nem fognak szerepelni.

A most, illetve később következő tételek bizonyítása a folyamatosság sérelme nélkül átugorható. Azért hagytuk mégis a főszövegben ezeket a levezetéseket, mivel nem túl technikaiak – az egyetem első két évének matematika tananyaga az utóbbi néhány évtizedben mindig messze meghaladta azt, amire itt szükség van. A bizonyítások ismertetésének kifejezett előnye az, hogy ezzel bemutatjuk az aukcióelméletben másutt is használt (matematikailag néha kicsit pongyola) módszereket.

2. tétel (ösztönzési korlát). *Tegyük fel, hogy a $p_s(x)$ függvények eleget tesznek a $\sum_{s\in S} p_s(x) \leq 1,\ \forall x \in I^S$ feltételnek.*

– Akkor és csak akkor találhatók olyan $t_s(x)$ transzferfüggvények, amelyekre a $\{p_s, t_s\}$ mechanizmus ösztönző, ha minden s-re $P_s(x_s)$ csökkenő függvény.[7]

– Ha a mechanizmus ösztönző, akkor $\Pi_s(x_s|x_s) = \Pi_s(1|1) + \int_{x_s}^{1} P_s(y)dy$.

Az eredeti, Myerson-féle tétel (amely nem vételi, hanem eladási problémára vonatkozik, és formailag is különbözik a fentitől) bizonyításával együtt megtalálható *Myerson* [1981] 63–65. oldalain. A következőkben egy egyszerűsített, nem teljes bizonyítást közlünk. A bizonyítás matematikailag azért „sántít”, mert felhasználjuk a P_s és T_s függvé-

[7] Csökkenőn nem növekvőt értünk, tehát nincs szó *szigorú* fogyásról.

nyek differenciálhatóságát, amely egyáltalán nem biztosított. Noha ez a probléma kezelhető, ennek részleteibe nem bocsátkozunk.

Bizonyítás. Az ösztönzési korlát szerint a $\Pi_s(y_s|x_s)$ függvény rögzített x_s mellett az $y_s = x_s$ pontban veszi fel a maximumát. Differenciálható függvények esetében ennek első- és másodrendű feltétele az, hogy a függvény első deriváltja zérus, második deriváltja nempozitív legyen a kérdéses pontban. Azaz:

$$T_s'(x_s) - x_s P_s'(x_s) = 0, \text{ és}$$
$$T_s''(x_s) - x_s P_s''(x_s) \le 0.$$

Az elsőrendű feltételt azonosságként még egyszer differenciálva kapjuk, hogy $T_s''(x_s) - P_s'(x_s) - x_s P_s''(x_s) = 0$. Behelyettesítve ezt a maximum másodrendű feltételébe: $P_s'(x_s) \le 0$. Azaz $P_s(x_s)$ csökkenő, ahogy az első állítás kívánja.

A tétel második állítása a következőképpen látható be. Az elsőrendű feltételből integrálással adódik, hogy $T_s(x_s) = T_s(0) + \int_0^{x_s} y dP_s(y)$. Behelyettesítve az s játékos őszinte költségbejelentés melletti profitjába:

$$\Pi_s(x_s|x_s) = T_s(0) + \int_0^{x_s} y dP_s(y) - x_s P_s(x_s).$$

Ha $x_s = 1$, akkor $\Pi_s(1|1) = T_s(0) + \int_0^1 y dP_s(y) - P_s(1)$, amit felhasználva, egy átalakítással $\Pi_s(x_s|x_s)$ a következő alakra hozható:

$$\begin{aligned}
\Pi_s(x_s|x_s) &= \Pi_s(1|1) + P_s(1) - x_s P_s(x_s) - \int_{x_s}^1 y dP_s(y) \\
&= \Pi_s(1|1) + \underbrace{P_s(1) - x_s P_s(x_s) - yP_s(y)\Big|_{x_s}^1}_{0} + \int_{x_s}^1 P_s(y)dy \\
&= \Pi_s(1|1) + \int_{x_s}^1 P_s(y)dy
\end{aligned}$$

Az átalakítás során parciális integrálást végeztünk. Q. E. D.

Vegyük észre, hogy a tétel második felének állítása szerint a részvételi korlát úgy biztosítható, hogy az $x_s = 1$ költséget bejelentő eladó várható profitját a transzferek révén 0-ra szorítjuk le. Ez természetesen úgy érhető el, hogy az ilyen eladónak a vevő pontosan egységnyi árat ad a termékéért, ha éppen tőle vesz, de nem fizet neki semmit, ha nem tőle vásárol. Mivel az üzletkötés előzetesen várható esélye, $P_s(y)$, minden y-ra nemnegatív (hiszen valószínűség), ezért minden x_s-re $\Pi_s(x_s|x_s) \ge 0$. Szintén a képletből következik, hogy a részvételi korlát teljesülése esetén elképzelhető, hogy az 1-nél kisebb költségű eladó pozitív profitot érjen el. Ennek oka természetesen a vevő és az eladó közötti információs aszimmetria, ezért ezt a profitot az *információ járadékának* lehet nevezni.

A társadalmilag optimális mechanizmus

Az előző fejezetben kiderült, hogy feladatunk az (1) célfüggvény maximalizálása p_s-ben, úgy, hogy közben két korlátot nem szabad áthágnunk: bármilyen x együttes típusbejelentés mellett $\sum_{s \in S} p_s(x)$ ne legyen nagyobb 1-nél; valamint a $p_s(x)$ függvénynek x_{-s} eloszlása szerinti várható értéke, a $P_s(x_s)$ függvény, ne legyen növekvő x_s-ben. Magyarán, adott x esetén az egyes eladókkal való üzletkötés valószínűségét úgy kell megválasztani, hogy a vevő legföljebb egy tárgyat vegyen; és hogy az s eladó szempontjából nézve, minél nagyobb x_s költséget jelent be, várhatóan annál kisebb legyen a vele való üzletkötés valószínűsége. (Ez utóbbi szükséges és elégséges ahhoz, hogy a mechanizmus ösztönző lehessen.)

A megoldás módszere roppant egyszerű, csak vegyük észre, hogy a feladat feltételei mellett a célfüggvényben az összegzés és az integrálás felcserélhető:

$$W = \int_{I_s} \left\{ \sum_{s \in S} [v(x_s) - x_s] p_s(x) \right\} dF(x) .$$

Most egy adott x-hez számítsuk ki minden eladónál a vevő és az eladó rezervációs ára közötti különbséget, azaz minden s-re $[v(x_s) - x_s]$-et. Attól az eladótól kell venni, aki esetében ez a különbség a legnagyobb pozitív szám. Azaz, minden s-re $p_s(x) = 1$, ha a $[v(x_s) - x_s]$ különbség a többi eladóéhoz képest a legnagyobb és pozitív, amúgy legyen $p_s(x) = 0$.[8] Ezzel a módszerrel garantált, hogy minden x-re a kapcsos zárójelben álló szumma a (2) korlát engedte lehető legnagyobb pozitív érték lesz. Mivel az eloszlás sűrűségfüggvénye feltevésünk szerint pozitív, ekkor a fenti integrál (a várható érték) is a lehető legnagyobb. A megoldás közben nem sértjük meg a (2) feltételt, azaz legfeljebb egy jószágot vesz a vevő.

A gond az, hogy ez a módszer néha ellentmond annak a feltételnek, amely pedig az ösztönzéshez nélkülözhetetlen: annak, hogy $P_s(x_s)$ csökkenő legyen. Ha a $w(x_s) = v(x_s) - x_s$ függvény valamely szakaszán *szigorúan monoton növekvő*, akkor $P_s(x_s)$ is szigorúan nő ugyanebben a tartományban. Ebből a tartományból vett x_s és a nála nagyobb y_s számokra ugyanis $[v(y_s) - y_s] > [v(x_s) - x_s]$, ezért az y_s költséget bejelentő s-sel várhatóan gyakrabban köt üzletet a vevő, mint az x_s-t bejelentővel, hiszen az üzletkötés kritériuma éppen az a különbség, amely y_s esetében nagyobb.[9] Az Olvasó észrevehette, hogy a cikk elején említett számpéldában éppen ez volt a helyzet: a társadalmi többlet függvénye, $w(x_s) = v(x_s) - x_s$, szigorúan növekvő volt a $[0,1/2]$ szakaszon.

Erre a problémára a megoldás ötlete újra Roger Myersontól származik. E szerint alakítsuk át az eredeti $w(x_s) = v(x_s) - x_s$ függvényt oly módon, hogy monoton csökkenővé váljék, de egyéb tulajdonságait (például, hogy az eladók közötti választás megalapozására szolgál) ne veszítse el. Egy folytonos függvényt úgy a legegyszerűbb monoton csökkenővé tenni, hogy tekintjük a primitív (vagy integrál-) függvényét, azt konkávvá alakítjuk (vesszük a függvénygörbe alatti pontok konvex burkának a felső határát), majd az így nyert függvényt újra deriváljuk. Mivel konkáv függvényt differenciálunk, a derivált függ-

[8] Kis zűrt okoz, ha több legnagyobb pozitív különbség is van (azaz, ha a legnagyobbak egyenlők) – ekkor teljesen mindegy, közöttük hogyan osztjuk el az üzletkötés egységnyi valószínűségét, a lényeg csak az, hogy az esélyeik összege 100 százalék legyen. Ha, ellenkezőleg, *nincs* pozitív a $[v(x_s) - x_s]$ különbségek között, akkor mindegyik $p_s(x)$-et zérusnak kell választani.

[9] A vevő minden olyan esetben, amikor az x_s-et bejelentő s-sel üzletet kötne, üzletet fog kötni az y_s-t bejelentő s-sel is, de pozitív valószínűséggel bekövetkeznek olyan esetek is, amikor az s eladó a $[v(x_s) - x_s]$ értékkel „nem győzi le” a többi eladót, de a $[v(y_s) - y_s]$ értékkel igen.

vény már monoton csökkenő lesz. A műveletet képletesen nevezhetjük a függvény „kivasalásának”.[10]

Esetünkben is ezt a módszert kell alkalmazni, annyi bonyolítással, hogy a $w(x_s)$ függvénynek nem egyszerűen primitív függvényét kell vennünk, hanem az *eloszlás* szerinti integrálját; végül a konkávifikált integrálfüggvényt is az eloszlás szerint kell differenciálni. Legyen $c = F_s(x_s)$, és mivel f_s mindenütt szigorúan pozitív, $x_s = F_s^{-1}(c)$.

$$H_s(c) = \int_0^{F_s^{-1}(c)} w(y)dF_s(y)\,,$$

$$G_s(c) = \max\left\{\lambda H_s(a) + (1-\lambda)H_s(b) \,|\, a,b \in I,\ \lambda \in [0,1] \text{ és } \lambda a + (1-\lambda)b = c\right\},$$

$$\bar{w}(x_s) = \frac{d}{dc}G_s(c)\,.$$

A $\bar{w}(.)$ függvény rendelkezik néhány kedvező tulajdonsággal. Definíciója szerint monoton csökkenő, illetve folytonos, mivel $w(.)$ és $f_s(.)$ is az. Értéke állandó, amikor $w(.)$ növekvő (de nemcsak akkor, mint ahogy a *2. ábrán* is látjuk). A két függvény, $w(.)$ és $\bar{w}(.)$ x_s eloszlása szerint vett integrálja megegyezik az egységintervallumon. Sőt – és ezt a tulajdonságot még később ki is használjuk –, ha valamely x_s pontban $w(x_s) = \bar{w}(x_s)$, és ebben a pontban $w(.)$ csökkenő, akkor a két integrál szintén megegyezik: $H_s[F_s(x_s)] = G_s[F_s(x_s)]$.

A $\bar{w}(.)$ függvény legfontosabb tulajdonsága azonban az, hogy $w(.)$ helyett alkalmas az eladók közötti választásra is. Ha minden x-re kiszámítjuk az egyes eladókhoz tartozó $\bar{w}(x_s)$ értékeket, akkor a vevőnek attól az eladótól kell vásárolnia, akihez a legnagyobb ilyen pozitív érték tartozik:

3. tétel (kisimítás). *Legyen*

$$\bar{p}_s(x) = \begin{cases} 1/|M|, & \text{ha } s \in M = \left\{i \,|\, \bar{w}(x_i) \geq \bar{w}(x_j),\ \forall j \in S\right\} \\ 0 & \text{egyébként} \end{cases}$$

$$\bar{P}_s(x_s) = \int_{I^{S\setminus\{s\}}} \bar{p}_s(x_s, x_{-s})dF_{-s}(x_{-s}).$$

A $\{\bar{p}_s\}_{s\in S}$ *függvénycsalád maximalizálja (1)-et és* $\bar{P}_s(x_s)$ *csökkenő* x_s*-ben.*

Bizonyítás. Először alakítsuk át a célfüggvényt, titkon becsempészve $\bar{w}(.)$-t:

$$\begin{aligned} \mathrm{W} &= \int_{I^S}\left[\sum_{s\in S}\bar{w}(x_s)p_s(x)\right]dF(x) + \int_{I^S}\left[\sum_{s\in S}\left[w(x_s)-\bar{w}(x_s)\right]p_s(x)\right]dF(x) \\ &= \int_I\left[\sum_{s\in S}\bar{w}(x_s)P_s(x_s)\right]dF_s(x_s) + \sum_{s\in S}\int_I\left[w(x_s)-\bar{w}(x_s)\right]P_s(x_s)dF_s(x_s)\,. \end{aligned}$$

[10] Myersonnak *növekvő* függvényre volt szüksége, ezért ő a primitív függvényt konvexifikálta (vette az epigráf konvex burkának az alsó határát), majd azt deriválta. A „kivasalás” további értelmezéséről lásd még *Bulow–Roberts* [1986].

Parciális integrálással a második tag az alábbi kifejezéssé alakítható:

$$W = \underbrace{\sum_{s \in S} \left[H_s\left(F_s(x_s)\right) - G_s\left(F_s(x_s)\right) \right] P_s(x_s) \Big|_0^1}_{=0} - \underbrace{\sum_{s \in S} \int_I \left[H_s\left(F_s(x_s)\right) - G_s\left(F_s(x_s)\right) \right] dP_s(x_s)}_{\geq 0} .$$

Itt az első tag zérus, mivel $H_s(.)$ és $G_s(.)$ az egységintervallum két végpontjában megegyezik. A második tag nemnegatív, mivel $H_s[F_s(x_s)] - G_s[F_s(x_s)] \leq 0$, illetve $dP_s(x_s) \leq 0$. Így a várható társadalmi többlet egyszerűen

$$W = \int_{I^S} \left[\sum_{s \in S} \overline{w}(x_s) p_s(x) \right] dF(x) - \sum_{s \in S} \int_I \left[H_s\left(F_s(x_s)\right) - G_s\left(F_s(x_s)\right) \right] dP_s(x_s) ,$$

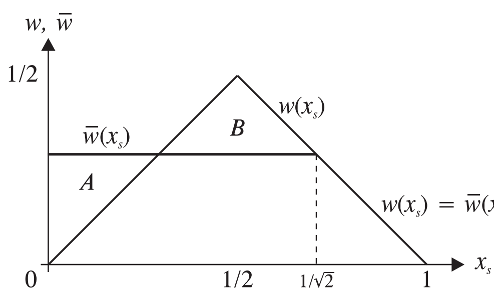
ahol a második tag mindig nemnegatív.

Tudjuk, hogy $\overline{p}_s(x_s)$ maximalizálja az első tagot. Behelyettesítve $\overline{P}_s$ -t a második tagba, az zérussá válik, mert amikor $H_s[F_s(x_s)]$ és $G_s[F_s(x_s)]$ értéke eltér, akkor $\overline{w}(x_s)$ és így $\overline{P}_s(x_s)$ is állandó, $d\overline{P}_s(q_s)$ pedig 0-val egyenlő. Ez azt jelenti, hogy $\overline{p}_s(x_s)$ az egész kifejezést is maximalizálja. Q. E. D.

A cikk fő eredményének kimondása előtt, a grafikus szemléltetés kedvéért, térjünk vissza egy pillanatra a számpéldához! Mivel a példában a költségeloszlások *egyenletesek* voltak a [0,1] intervallumon, ezért a $w(x_s)$ függvényt úgy simítjuk ki, hogy a *2. ábrán* látható A és B területek megegyezzenek. Az így kapott $\overline{w}(x_s)$ függvény $x_s \leq \frac{1}{\sqrt{2}}$ -re állandó, egyébként egybeesik a $w(x_s)$ függvénnyel.

2. ábra

A w függvény „kivasalása” a számpéldában



Mindezek után lássuk a cikk fő eredményét! Elöljáróban tisztázzuk, hogy *Vickrey-tenderen* a más nevén *második áras, titkos licites aukciót* értjük. Ebben az árverési formában minden eladó bead egy titkos árajánlatot; a legalacsonyabb licit benyújtója nyeri a tendert, de fizetségként a *második* legalacsonyabb árajánlatot kapja. Ismert, hogy ilyenkor a valós költség benyújtása *gyengén domináns* stratégia az össze nem játszó eladók számára.[11] A tételben árplafonnal és árpadlóval megszorított Vickrey-

[11] Esetünkben ez a tenderforma a hagyományos (angol) árveréssel ekvivalens eredményre vezet, ahol a versenyző eladók egymás ajánlatát megismerve egyre alacsonyabb liciteket adhatnak be. A nyílt licitálás során ugyanis a nyertes a legalacsonyabb költségű eladó lesz; utolsó ellenfele pedig ugyancsak a második legalacsonyabb költségnél esik ki. (Vö. *Szatmári* [1996]).

tender szerepel, amelyben az árplafonnál magasabb vagy az árpadlónál alacsonyabb liciteket kizárjuk.

4. tétel (optimális közbeszerzési mechanizmus). *Legyen $r_0 \in I$-t az a legkisebb olyan szám, amelyre $w(r) \leq 0$, ha $r_0 \leq r < 1$. (Ilyen szám van, mert a feltétel $r_0 = 1$-re üres, így az állítás ott igaz.) Ha az I-ből származó $\{r_s\}_{s \in S}$ számokra fennáll, hogy*

$$E[w(x_s) \mid x_s < r_s] \leq E[w(x_s) \mid x_s < r], \qquad \forall r \in [0,1], \tag{5}$$

akkor az r_0 árplafonnal és az egyéni r_s árpadlókkal megszorított Vickrey-tender társadalmilag optimális.[12]

Bizonyítás. Ebben az árverési formában a szereplők domináns stratégiája a következő: nem venni részt a versenyben, ha x_s a licitplafonnál magasabb; bejelenteni a valós x_s-t, ha az r_s és r_0 közé esik; illetve r_s-t jelenteni, ha $x_s < r_s$. Az árplafonnal a vevő azt éri el, hogy az r_0-nál nagyobb költségű eladók nem vesznek részt a mechanizmusban, az árpadlókkal pedig azt, hogy amennyiben az s eladó költsége az r_s küszöb alatt van, akkor a vele való üzletkötés esélye és a neki fizetett transzfer mindig ugyanakkora, függetlenül attól, hogy pontosan mekkora a költség értéke. Az árpadló tehát „összemossa" az s eladó r_s alatti költséggel rendelkező típusait; ezeket a típusokat a vevő *egyformán* kezeli.

Most vizsgáljuk meg, hogy a modell feltételei mellett valóban optimális-e ezt tenni! A vevő hasznossági függvénye, $v(x_s)$ konkáv, ezért a $w(x_s) = v(x_s) - x_s$ függvény lehet az egész intervallumon monoton növő, végig monoton fogyó vagy egycsúcsú (előbb növő, majd csökkenő). Ha a függvénynek van monoton növő szakasza, akkor meg kell hozzá határozni a „kivasalt" $\bar{w}_s(.)$ függvényeket.[13] Mindegyik kivasalt függvényről tudjuk, hogy konstans, valahányszor az eredeti függvény növekvő, ezért esetünkben alacsony x_s értékekre állandó. Azt is tudjuk, hogy ahol a kisimított függvény csökken, ott csökken az eredeti is, és ekkor a két függvénynek egybe kell esnie. Egy $w_s(.)$ függvény tehát kezdetben konstans (ha az eredetinek van növekvő szakasza), majd egybeesik az eredeti függvénnyel, és ekkor mindkettő monoton fogyó.

Világos, hogy ha az s eladó költsége a $\bar{w}_s(.)$ függvény konstans szakaszára esik, akkor függetlenül a költség konkrét nagyságától, ugyanúgy kell kezelni, mintha x_s éppen az a pont lenne, ahol $\bar{w}_s(.)$ konstansból csökkenőbe vált. Eme „töréspont" alatti költséggel rendelkező típusokat tehát a vevőnek egyformán kell kezelnie. Ha az eladó költsége a $\bar{w}_s(.)$ függvény csökkenő szakaszára esik, akkor természetesen mindig az alacsonyabb költséget kell előnyben részesíteni, hiszen akkor a függvény (a társadalmi többlet) értéke nagyobb lesz. Mivel a $\bar{w}_s(.)$ függvények a szigorúan csökkenő szakaszukon egybeesnek [mindegyik ugyanazzal a $w(.)$ függvénnyel esik egybe], ezért amennyiben két eladó költsége egyaránt ilyen szakaszra esik, akkor az alacsonyabb költségűt kell választani.

Ezzel a verbális okfejtéssel beláttuk, hogy az ideális mechanizmus valóban az egyéni árpadlókkal megszorított Vickrey-tender. A közös árplafont az indokolja, hogy lehetséges egy olyan magas r érték, amely fölötti költségekre a társadalmi többlet nem pozitív; ilyen esetben nem szabad senkivel üzletet kötni. Definíciója szerint r_0 éppen ez a felső küszöbérték. Amit még be kell látnunk, az az, hogy az egyéni r_s árpadlók is „éppen ideálisak", azaz, ezeknél az értékeknél váltanak a $\bar{w}_s(.)$ függvények konstansból szigorúan fogyóba. A $\bar{w}_s(.)$ függvények alakjának ismeretében azt kell csak megmutatnunk, hogy a

$$\bar{w}_s(x_s) = \begin{cases} w(r_s), & \text{ha } x_s \in [0; r_s] \\ w(x_s), & \text{ha } x_s \in (r_s; 1] \end{cases}$$

[12] $E[a \mid B]$-vel az a valószínűségi változó B feltétel melletti *feltételes várható értékét* jelöljük.

[13] A felülvonással ellátott függvény eladónként eltérő $\bar{w}_s(.)$ lehet, noha a kiinduló társadalmi többlet függvény, $w(.)$ „eladósemleges". Ennek oka az, hogy a különböző eladók költségeloszlása más és más lehet, ezért a $w(.)$ függvény kisimításakor is eltérő függvényeket nyerhetünk.

függvény az eredeti $w(.)$ függvény kisimítottja (az s eladó eloszlása szerint). Ehhez két tulajdonság megléte szükséges. Az, hogy az eredeti és a kisimított függvénynek az x_s eloszlása szerinti integrálja a $[0;r_s]$ intervallumon megegyezzék; valamint, hogy az $(r_s;1]$ intervallumon $w(x_s)$ monoton csökkenő legyen.

Az (5) feltétel tulajdonképpen azt követeli meg, hogy r_s maximalizálja $w(x_s)$-nek az $x_s < r_s$ feltétel melletti feltételes várható értékét. Ennek a maximumfeladatnak az elsőrendű feltétele: $\int_0^{r_s} w(x_s)dF_s(x_s) = w(r_s)F_s(r_s)$.[14]

Ez pontosan azt jelenti, hogy az eredeti $w(x_s)$ függvénynek az x_s eloszlása szerint vett integrálja az r_s pontban megegyezik a $[0;r_s]$ intervallumon állandó, $\bar{w}_s(x_s) = w(r_s)$ függvény x_s eloszlása szerint vett integráljával.

Az $E[w(x_s) \mid x_s < r\,]$ feltételes várható érték r szerinti második deriváltja az $r = r_s$ pontban egyszerűen $[f_s(r_s)/F_s(r_s)]w'(r_s)$, így a feladat (szükséges) másodrendű feltétele azt kívánja meg, hogy $w'(r_s)$ nempozitív, azaz a $w(x_s)$ függvény az r_s pontban csökkenő legyen. Az eladó hasznossági függvényének konkávitásából pedig következik, hogy ekkor a $w(x_s)$ függvény az egész $(r_s,1]$ intervallumon fogyó. Q. E. D.

Korábbi és további eredmények, tanulságok

Az *eladási feladatot* a nyolcvanas évek elején sokan, részletesen tárgyalták. Ha a vevők értékelései egymástól függetlenek és a vevők kockázatsemlegesek, akkor a megoldást *Myerson* [1981] adja, amelyről a cikk során már sok szó esett. Az érdekesség lényegében az, hogy bevételi szempontból az összes ismert egyszerű árvereztetési, tendereztetési forma ekvivalens, és az eladó várható értékben a második legmagasabb fizetési hajlandósággal egyező összeget tud elérni, annál többet semmiképpen (lásd *Szatmári* [1996]).

Ez az eredmény roppant érzékeny a feltételek megváltoztatására. Kockázatelutasító vevők esetén a helyzet azért bonyolultabb, mivel egy újabb hatás is fellép: az eladó (aki továbbra is kockázatsemleges) nemcsak a tárgy eladójaként, hanem a vevők kockázat elleni biztosítójaként is szerepel. Mivel a vevőket (pongyolán szólva) a hazugsággal járó kockázat sarkallja az igazmondásra, viszont optimális esetben az eladónak mentesítenie kellene a vevőket mindenféle kockázattól, ez a két hatás egymást ellen dolgozik (*Maskin–Riley* [1984]). Kiderül, hogy ilyenkor a Vickrey-tender (másodlicites aukció) rosszabbul szerepel, mint az egyszerű (első licites) versenytárgyalás.

A vevők szimmetriája hasonlóan fontos feltevés. Ha *ex ante* nem egyformák (például, ha vételi hajlandóságuk, amely véletlen változó, nem ugyanolyan eloszlást követ), elképzelhető, hogy nincs is egyszerű szabály, amely a legjobb eredményre vezetne. Az optimális adásvételi mechanizmus szabályai a vevők fizetési hajlandósága eloszlásának számszerű paraméterértékeitől fognak függni, ami az alkalmazásokat tekintve nem szerencsés. Másrészt viszont, ha a vételi hajlandóságok *függetlenségét* hagyjuk el a feltételek közül, érdekes módon az eladó (várható értékben) akár ugyanazt a bevételt is kasszírozhatja, amelyet teljes informáltság mellett érne el. Ebben az esetben tehát az információs aszimmetria nem vezet semmiféle hatékonysági veszteséghez (*Crémer–McLean* [1988]). Ezekről a kérdésekről az érdeklődő olvasónak *Milgrom* [1989] vagy Wilson [1992] munkáit ajánljuk.

Az általunk közbeszerzési feladatnak nevezett *vételi problémát* először *Manelli–Vincent* [1995] cikk tárgyalja. A probléma nem csupán az eladási feladat megfordítása, hanem

[14] *A feltételes várható érték* differenciálhatósága a (0;1] intervallumon biztosított, mivel a $w(.)$ és az $F_s(.)$ függvény folytonos, valamint $F_s(x_s) > 0$, ha $x_s > 0$.

annál bonyolultabb a kontraszelekció jelensége miatt, amiről már korábban volt szó. E szerzőket elsősorban az érdekelte, hogy milyen esetben optimális a *versenyeztetés teljes kizárása* társadalmi szempontból, illetve tisztán bevételi szempontból.[15] A versenyeztetés teljes kizárása egészen pontosan azt jelenti, hogy a vevő sorba rendezi az eladókat, majd egymás után vételi árajánlattal fordul hozzájuk, amíg csak valamelyik eladó el nem vállalja a szállítást. A vevő egyszerre mindig csak egy eladóval tárgyal, árajánlata „vegye-vigye" (*take it or leave it*) jellegű, tehát elutasítás esetén arra visszatérni már nem lehet (ezt, tegyük fel, a vevő el tudja hitetni az eladókkal). Természetesen az árajánlat minden egyes eladó számára különböző lehet, azt sem kötjük ki, hogy emelkedő vagy csökkenő-e az ajánlatok sorozata. Noha Manelli és Vincent sikeresen levezet bizonyos feltételeket, amelyek mellett az ilyen „vegye-vigye" ajánlatsorozatok az optimálisak, bebizonyosodott, hogy ezek a feltételek nem túl szerencsések, még elvileg sem ésszerű a fennállásukat feltételezni.[16] Az eladási feladattal kapcsolatos eredmények megfordításából következik, hogy *közönséges jószág* és *ex ante* egyforma, kockázatsemleges eladók esetén a társadalmilag vagy egyszerű bevételi szempontból optimális vételi mechanizmus az ár(le)verés (bármilyen technikával). Ez a cikk lényegében ezt az eredményt általánosítja *nem* közönséges (esetünkben tapasztalati) jószágok és nem szimmetrikus eladók esetére.[17] Az általunk megadott, árpadlós módszer hátulütője, hogy az egyéni árpadló konkrét értéke számszerűen függ a modell paramétereitől, ezért a gyakorlatban csak nehezen lenne kiszámítható. Érdekes lenne ilyen szempontból robusztusabb mechanizmust találni. Modellünk arra volt példa, hogy tapasztalati jószágok esetén (ahol tehát a minőség utólag nem kérhető számon) érdemes a túl alacsony liciteket eleve kizárni a versenyből, de az árpadlónál magasabb licitek közül szigorúan a legjobb ajánlatot kell választani. Ha egy szállítóról előzetesen több információ áll a rendelkezésünkre (például tudjuk, hogy az őt jellemző x_s paraméter egy szűkebb intervallumba esik), akkor az ő árpadlója esetleg különböző lehet, de az elfogadott liciteket ugyanolyan mérce szerint vetjük össze.

A tanulmány és tágabb értelemben az ilyen kérdésekkel foglalkozó szakirodalom legfontosabb üzenete véleményem szerint az, hogy a legegyedibbnek tűnő adásvételi ügyletekben sem szabad megkerülni a (minél inkább nyilvános) versenyeztetést. A minőséggel, az ígéretek utólagos betartatásával, egyes szállítók megbízhatóságával, avagy a tárgy, szerződés egyediségével kapcsolatos aggodalmak sem indokolják a verseny kizárását. Tapasztalati jószágok esetében (modellünk szerint) elképzelhető, hogy a vevő nem minden licitet fogad el (azaz egyfajta „egyedi bánásmód" érvényesül), de az elfogadott licitek között az egyetlen választási szempont az ár.

Hivatkozások

BULOW, J.–ROBERTS, J. [1989]: The Simple Economics of Optimal Auctions. Journal of Political Economy, Vol. 97, 1060–1090. o.

[15] A „társadalmi" szempont abban különbözik az eladó „bevételi" szempontjától, hogy az utóbbiban a beszállító profitját nem vesszük figyelembe, míg előbbiben az a fogyasztói többlet súlyával azonos súllyal szerepel a döntéshozó célfüggvényében.

[16] Feltételeik teljesüléséhez a cikkünkben szereplő értékelő függvénynek, $v(.)$-nek kell szakadásosnak lennie az ajánlattételi pontokban. Nincs jó közgazdasági érv ilyen diszkontinuitások feltételezésére. Bővebben lásd *Eső* [1995].

[17] Az általánosítás annyiban sántít, hogy itt csak a társadalmilag optimális mechanizmust sikerült egyszerű szabályként megadni; a bevételmaximalizálót lehetetlen. Ez utóbbi kijelentés igazságáról az Olvasó a miénkhez hasonló ábrán maga is meggyőződhet.

CRÉMER, J.–MCLEAN, R. [1988]: Full Extraction of the Surplus in Bayesian and Dominant Strategy Auctions. Econometrica, Vol. 56, 1247–1257. o.

CSEKŐ IMRE [1996]: Választás és mechanizmus. Felületes ismerkedés az implementációelmélettel. Közgazdasági Szemle, sz.

ESŐ PÉTER [1995]: A Comment on Optimal Procurement Mechanisms. Kézirat.

FUDENBERG, D.–TIROLE, J [1991]: Game Theory. MIT Press.

KONDRÁT ZSOLT [1996]: Az aukciós módszer hatása a kincstár bevételére. Közgazdasági Szemle, 6. sz.

MANELLI, A. M.–VINCENT D. R.[1995]: Optimal Procurement Mechanisms. Econometrica, Vol. 63, 591–620. o.

MASKIN, E.–RILEY, J. [1984]: Optimal Auctions with Risk Averse Buyers. Econometrica, Vol. 52, 1473–1518. o.

MILGROM, P. R. [1989]: Auctions and Bidding: a Primer. Vol. 3, 3–22. o.

MYERSON, R. B. [1979]: Incentive Compatibility and the Bargaining Problem. Econometrica, Vol. 47, 61–73. o.

MYERSON, R. B. [1981]: Optimal Auction Design. Mathematics of Operation Research, Vol. 6, 58-71. o.

SZATMÁRI ALEXANDRA [1996]: Aukciók, avagy a képbe kerül, ha a Louvre a képbe kerül. Közgazdasági Szemle 4. sz.

VINCZE JÁNOS [1991]: Fejezetek az információ közgazdaságtanából I–III. Közgazdasági Szemle, 2 –4. sz.

WILSON, R. [1992]: Strategic Analysis of Auctions. Megjelent: *Aumann, R.–Hart, S.* (szerk): Handbook of Game Theory. North Holland; 8. fejezet, 227–279. o.