Közgazdasági Szemle, XLIX. évf., 2002. január (25–44. o.)

NASZÓDI ANNA

A sávos árfolyamú deviza megközelítése opciók segítségével

A cikk legfontosabb állítása, hogy a sávos árfolyamrendszer devizája leírható egy összetett pozícióval, amelynek a három alkotóeleme: egy lebegő árfolyam-rendszerbeli deviza, egy *long put* opció és egy *short call* opció. Az opciók alaptermékének meghatározása nem kézenfekvő, így egy, a cikkben ismertetett egyszerű opciós modell nem mutatja jól, hogy milyen opciós jogok bújnak meg a sávos árfolyamrendszer devizájában. A helyes modell leírása után a szerző bemutatja, hogyan lehet a lebegő árfolyam folyamatából a sávos árfolyam folyamatát meghatározni.*

A sávos árfolyamrendszer és az opciók több módon is összefüggnek. Először is a sávos árfolyamrendszerű devizában felfedezhetők opciók, másodszor a sávos árfolyamrendszer devizájára mint alaptermékre is lehet opciós ügyletet kötni. A szakirodalomban a sávos árfolyam és az opciók gyakran az utóbbi összefüggésben kerülnek a vizsgálódás középpontjába.[1] Ez a cikk jórészt az előbbi összefüggést vizsgálja, de érinti a sávos rendszerű devizára szóló opció árazásának kérdését is.

A sávos árfolyamrendszert újfajta, mégis természetesnek tűnő módon közelítem meg: a sávos árfolyam-rendszerbeli árfolyamot opciók segítségével határozom meg. A sávos árfolyamelmélet és az opcióelmélet lehetséges összekapcsolásáról már *Krugman* [1991] is említést tesz a sávos árfolyam témakörében alapműnek számító cikkében, de nem fejti ki ezt a kérdéskört. A tanulmány tárgya: hogyan lehet a sávos árfolyamot opciók segítségével megközelíteni. A sávos árfolyam opciókkal való értelmezése nem kézenfekvő, így egy egyszerű és első ránézésre hihető modellel nem is lehet helyesen leírni a sávos árfolyamot. A bonyolultság szemléltetésére bemutatom az egyszerű modellt és annak hibáját.

A sávos árfolyamot természetesen nemcsak opciókkal lehet helyesen leírni, de azok számára, akik foglalkoztak opciókkal, ez egy természetesnek tűnő megközelítési mód. Az opciókkal való pontos leírás izgalmas, kihívásokkal teli feladat, a kapott eredmény

* Köszönöm *Darvas Zsoltnak* a dolgozat készítésének folyamatos figyelemmel kísérését és hasznos tanácsait. Továbbá köszönöm *Király Júlia, Kóbor Ádám, Kollányi Tamás, Makara Tamás* és *Naszódi Márton* segítségét és észrevételeit.

[1] *Campa-Chang* [1996], valamint *Malz, A. M.* [1996] a sávos árfolyamrendszer hitelességét vizsgálta empirikus módon az ERM országok devizáira szóló opciók prémiumának segítségével. *Campa–Chang–Refalo* [1999] a brazíliai sávos árfolyamrendszer hitelességét vizsgálták 1994 októbere és 1997 júliusa között. Szintén az opciók prémiumának adatsorát vették alapul, melyből a várható devizaárfolyam visszaszámított sűrűségfüggvényét vezették le. *Mizrach* [1996] azt a kérdést vizsgálta, hogy a devizaopciók alapján mennyire lehetett az ERM válságot előrejelezni. Az opciós prémiumokon alapuló módszere az angol font esetében kevésbé mutatkozott jónak, míg a francia frank esetében kiválóan vizsgázott. *Dumas–Jennergren–Näslud* [1993], [1995] modellje a sávos árfolyamrendszerbeli opcióárazásról szól, ahol az árfolyam folyamatát a Krugman modell alapján képzik.

Naszódi Anna a Láthatatlan Kollégium tagja.

pedig elegáns, mivel az általában megkerülhetetlen sztochasztikus differenciálegyenletek megoldását az opcióelmélet szolgáltatja.

Sávos árfolyamrendszerben az árfolyam mozgását többféleképpen jellemzik az irodalomban, attól függően, hogy milyen jegybanki árfolyam-politikát feltételeznek, amellyel az árfolyam a kitűzött sávban tartható. Az árfolyam mozgását lebegő rendszerben általában a véletlen bolyongás folyamatával, illetve az eltolásos véletlen bolyongás folyamatával írják le. A sávos árfolyamot pedig ehhez hasonlóan, azzal a különbséggel, hogy nem engedhető meg az árfolyam sávon kívülre kerülése. *Rose* [1995] két modellt tárgyal erre vonatkozóan.

Az egyik szerint, ha a véletlen bolyongás folyamata által generált érték a sávon kívülre esne, akkor helyette a sáv szélének megfelelő értéket veszi fel az árfolyam (*reflecting sticky barriers*).[2]

A másik modell szerint, amilyen mértékben eltávolodna a véletlen bolyongást követő árfolyam a sávtól (a sávon kívülre), annyival távolodik el a sáv szélétől, de a sáv belsejében (*reflecting mirror barriers*).[3]

Az első modell olyan jegybanki árfolyam-politikát feltételez, amelyben a jegybank csak a sáv szélén avatkozik be, és csak olyan mértékben, hogy az árfolyamot a sávon belül tartsa. Ezzel szemben a másik modell szerint a jegybank nagyobb mértékben intervenál, azaz túlreagálja az árfolyamot befolyásoló sokkot. Ennek köszönhetően, a sávból való kilépés helyett a sáv közepéhez közeledik az árfolyam. Ugyanakkor ez utóbbi esetben az is előfordulhat, hogy a jegybank túlzott reakciója az árfolyamot a másik sávszélig vagy még azon túlra vinné, ahol újabb jegybanki beavatkozásra van szükség. Ez főleg a szűk árfolyamsávok esetében merülhet fel, s az említett probléma miatt a második modell *(reflecting mirror barriers)* feltételezése a jegybanki intervenciós politikáról nehezen védhető. Ráadásul ahhoz, hogy a jegybank megfordítsa a sokk irányát a sáv szélén, erős, nagy tartalékkal rendelkező jegybankot kell feltételezni.

A sávos árfolyam opciós megközelítésében egy ismert folyamatú, látens változót vezetek be, ami hasonló szerepű, mint az előbbi két modellben a véletlen bolyongással jellemzett változó. Ezt a változót a továbbiakban *látens, lebegő árfolyam*nak nevezem, definíciója: ez az az árfolyam, ami akkor lenne, ha az árfolyamrendszer lebegő lenne, minden más változatlansága mellett.

Legtöbbször a fenti látens, lebegő árfolyam szerepét a „fundamentum" tölti be. Ezen olyan makroökonómiai mutatókból képzett változót kell érteni, amely meghatározó az árfolyamra nézve. Így olyan makroökönómiai mutatókat fog össze, amelyek jelentős hatással vannak az árfolyamra, többek között a GDP, a fizetési mérleg, az árszínvonal, a kamatkülönbség sorolható ide. Amiért szívesen mellőzöm a fundamentum mint változó használatát, az az, hogy a fundamentum gyakran nem definiált, illetve többféle definíciója is létezik. Így nem egyértelmű, hogy milyen mutatókból és hogyan kell számolni.[4] Amit viszont feltételezni szoktak róla, az az, hogy valamilyen meghatározott folyamatot követ. Én a látens, lebegő árfolyamot fogom azzal a tulajdonsággal felruházni, hogy meghatározott folyamattal lehet leírni.

[2] $X_{t+1} = x_t + \varepsilon_{t+1}$ a véletlen bolyongás folyamata. Az $\bar{x}$, és az x által korlátozott folyamat:

$$x_{t+1} = \left\{ \begin{array}{lll} \bar{x} & , & \text{ha} \quad X_{t+1} \geq \bar{x} \\ X_{t+1} & , & \text{ha} \quad x < X_{t+1} < \bar{x} \\ x & , & \text{ha} \quad X_{t+1} \leq x \end{array} \right\}$$

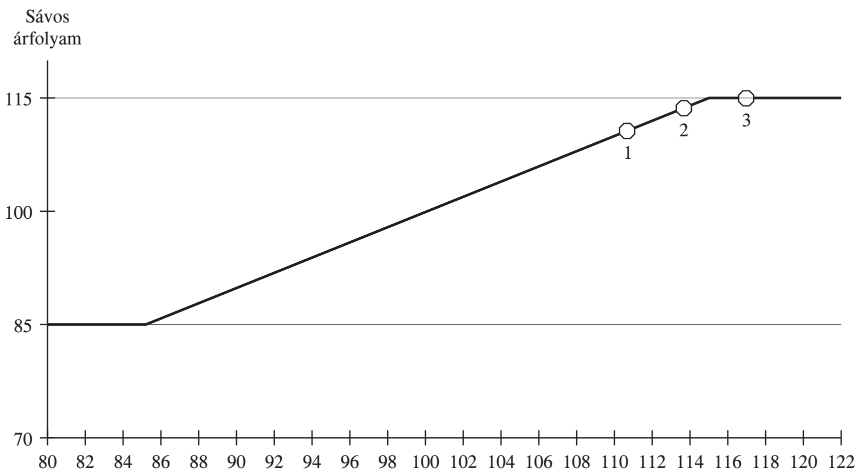
[3] $X_{t+1} = x_t + \varepsilon_{t+1}$ a véletlen bolyongás folyamata. Az $\bar{x}$, és az x által korlátozott folyamat:

$$x_{t+1} = \left\{ \begin{array}{lll} 2\bar{x} - X_{t+1} & , & \text{ha} \quad X_{t+1} \geq \bar{x} \\ X_{t+1} & , & \text{ha} \quad x < X_{t+1} < \bar{x} \\ 2x - X_{t+1} & , & \text{ha} \quad X_{t+1} \leq x \end{array} \right\}$$

[4] A monetarista árfolyammodellben (amelyen a Krugman-modell is alapszik) pontosan definiálva van a fundamentum.

1. ábra

A sávos árfolyam a pénz forgási sebességének a függvényében



A fent vázolt kétféle lehetséges folyamat közül az általam feltételezett folyamat az elsővel *(reflecting sticky barriers)* mutat rokonságot annyiban, hogy a jegybanki politikáról feltételezem, hogy nem reagálja túl a sokkokat. Tehát csak a sávszéleken avatkozik be a jegybank, és csak olyan mértékben, amilyen mértékben szükséges az árfolyam sávban tartásához.

Amint azt később látni fogjuk, a sávos árfolyam a bolyongási folyamat változójának függvényében egy *S* betűhöz hasonlít. Ez intuitív módon is könnyen belátható.[5] A sávos árfolyam irodalmában nemcsak a bolyongási folyamat (vagy fundamentum) változójának függvényében megadott sávos árfolyam képét szokták *S*-hez hasonló függvényként említeni, hanem létezik egy másik ilyen alakú görbe is. Ez a görbe a sávos árfolyam mai értékének függvényében mutatja a jövőbeli sávos árfolyam várható értékét. Ezt a görbét az opciós megközelítés keretei között is vizsgálni fogom.

A sávos árfolyam bemutatása opciókkal

Ezzel a megközelítéssel nem a magyar árfolyamrendszerre kívánok elemzési keretet felállítani. Bár jelenleg a magyar árfolyamrendszer is sávos árfolyamrendszer, ugyanakkor csúszó rendszer is egyben.[6] A sáv csúszásának megengedésével könnyen kiegészíthető a

[5] Lásd az *1. ábrát,* amely *Krugman* [1991] egyik ábrájának reprodukciója. Az intuícióнkra támaszkodik Krugman következő érvelése erre vonatkozóan (az idézetben *v* a fundamentumot, *s* az árfolyamot jelöli): „… képzeljük el azt az árfolyamot, amely a 2-es pontban, tehát még a sávon belül van. Ha *v* értéke kicsivel csökken, akkor az árfolyam a 2-espontból kiindulva visszavonul a 45 fokos egyenes mentén, mondjuk az 1-es pontba. Ha azonban *v* egy kicsit megnő, akkor az árfolyam nem ennek megfelelő mértékben fog növekedni, mert a monetáris hatóságok közbelépnek, hogy megvédjék a célsávot. Az árfolyam így a 3-as pontnak megfelelő helyzetbe kerül.

Ez azonban azt jelenti, hogy a célsáv felső határának közelében *v* csökkenése nagyobb csökkenést okoz *s*-ben, mint amekkora növekedést növekedésével előidéz. Mivel feltevésünk szerint *v* véletlen bolyongási folyamatot követ, '*s' változásának várható változása negatív*." (163. o. – kiemelés az eredeti szövegben.)

[6] 2001. október elsejétől megszűnt az árfolyamsáv csúszása. A jegybank az euró középárfolyamát fixen, 276,1 forinton jegyzi majd.

modell, ha a csúszás ütemét előre meghatározottnak vesszük az árfolyamrendszer fennállásának idejére. Mivel Magyarországon a leértékelési ütem nem determinisztikusan változik, valamint az árfolyamrendszer megváltoztatásának idejét sem ismerjük, ezért az itt következő modell nem a hazai csúszó, sávos árfolyamrendszerről szól.

Ennek megfelelően – nem ragaszkodva ahhoz, hogy a hazai országnak azt az országot nevezzük, amely a devizájának árfolyamát egy külföldi ország devizájához rögzítette – a sávos árfolyamrendszert bevezető ország devizájára mint egy külföldi devizára fogok utalni; hazai devizának pedig azon ország devizáját nevezem majd, aminek a devizájához a sávos rendszerű deviza árfolyamát rögzítették. Az *r,* a hazai kamatláb, így azon ország kamatlábát jelenti majd, amelynek a devizájához rögzített a sávos rendszerű deviza árfolyama; a *q* pedig a sávos árfolyamrendszert alkalmazó, külföldi ország kamatlábát jelenti.

Az $S_{sávos}$ árfolyamon a sávos árfolyamrendszer egységnyi devizájának a hazai pénzben kifejezett értékét értem. Így a sávos árfolyamrendszerű deviza erősödését az $S_{sávos}$ növekedése jelzi.

Feltételezem, hogy a jegybank a sávos árfolyamrendszert előre meghatározott ideig fenn fogja tartani. Így a sávos árfolyamrendszer az előre bejelentett *T* idő múlva szűnik meg. A sávos árfolyamrendszer fenntartásának időszakát végtelenként is meghatározhatja a jegybank ($T = \infty$), azaz akár örök időkre emellett az árfolyamrendszer mellett dönthet.[7] Feltételezem, hogy ha *T* véges, akkor lebegő árfolyamrendszer váltja fel a sávos árfolyamrendszert *T* idő múlva.[8]

Feltételezem továbbá, hogy a jegybank árfolyam-politikája hiteles, azaz a meghirdetett árfolyamrendszert az előre meghatározott ideig fenn tudja és kívánja tartani.

Az elemzési keret szerint egy sávos rendszer devizája nem más, mint a mögötte meghúzódó, látens, lebegő rendszerű deviza és két opció. A két opció közül az egyik egy long put opció, amelynek kötési árfolyama a sáv gyenge szélével egyezik meg. A másik opció egy short call opció, amelynek kötési árfolyama a sáv erős szélével egyezik meg.

A két opció létét könnyű megérteni, ha a következőkre gondolunk: amikor a jegybank megígéri, hogy meghatározott ideig nem engedi kilépni a devizáját az előre meghatározott sávból, akkor ezzel egyrészt visszavásárlási kötelezettséget vállal. Azaz a devizába beépít egy eladási jogot (a sávos deviza tulajdonosának szemszögéből), amellyel akkor érdemes élni a jegybankkal szemben, amikor a deviza árfolyama a sáv gyenge szélét eléri. A devizába való beépítésen azt értem, hogy ezek az opciós jogok csakis a devizával együtt léteznek. Másrészt a jegybank a sáv erős széle által is korlátozza az árfolyamot. Ennek a korlátozásnak az árfolyamra gyakorolt hatása megegyezik azzal, mintha a jegybank vételi jogot kötne ki magának a saját devizájára vonatkozóan a sáv erős szélén, amelyet szintén beépít a devizába.[9] A továbbiakban ezt a fiktív vételi jogot egy valódi call opcióval modellezem. Fontos még megjegyeznem, hogy ezek az opciók amerikai típusú opciók, azaz mindaddig, ameddig az árfolyamrendszer fennáll, bármikor lehívhatók.

[7] A sávos árfolyam opciós leírásának az az alapja, hogy a látens, lebegő árfolyam mostani értékének függvényében, illetve a látens, lebegő árfolyam folyamatának ismeretében határozom meg a sávos árfolyam mostani értékét, és annak folyamatát az opcióárazás segítségével. Az opciók *T*-időpontban járnak le, így a $T = \infty$ azt jelenti, hogy lejárat nélküli opciókról van szó.

[8] Ehelyett a feltételezés helyett azzal is élhetnénk, hogy egy eltérő sávszélességű sávos árfolyamrendszer váltja fel az eredeti sávos árfolyamrendszert, sőt bármilyen más árfolyamrendszer is követheti a jelenlegi árfolyamrendszert. Ez a feltételezés, akárcsak a sáv csúszásának feltételezése, könnyen beépíthető a modellbe.

[9] A put opció létét könnyebb elfogadni, mert a devizapiaci szereplők valóban fordulhatnak a jegybankhoz azzal, hogy az vásárolja meg a sávos árfolyamú devizájukat a sáv gyenge szélének megfelelő árfolyamon. Tehát a put opció ténylegesen lehívásra kerülhet. A call opció a valóságban nem létezik, hiszen a jegybank nem kötelezhet senkit devizaeladásra, de azzal, hogy a jegybank meghatározza a sáv erős szélét, azonos hatást ér el az árfolyamra nézve, mintha valóban egy call opcióval rendelkezne.

Ugyanakkor az opciók lehívásával az árfolyamrendszer még nem ér véget, ezért ugyanezek az opciók újra megjelennek.[10]

Hangsúlyozom, hogy eddig nem határoztam meg, hogy a put, illetve a call opcióknak mi az alapterméke, ezt majd a modell pontos leírásakor teszem meg.

Ha azt az elhamarkodott megállapítást tesszük, hogy az opciók alapterméke a látens, lebegő deviza, akkor mindebből egy első ránézésre elfogadható, de helytelen modell következne. A következőkben bemutatom ezt az egyszerű opciós modellt, és rámutatok e megközelítés hibás voltára, majd egy olyan modell leírása következik, amelyben az előbbi hiba már nem jelentkezik.

Az egyszerű modell

Az egyszerű modell a következő:[11]

$$S_{t,\text{sávos}} = S_{t,\text{lebegő}} + P_{t,Kp,a}(S_{\text{lebegő}}) - C_{t,Kc,a}(S_{\text{lebegő}}),$$

ahol $S_{t,\text{lebegő}}$ a látens, lebegő rendszerű deviza árfolyama a t időpontban, $P_{t,Kp,a}(S_{\text{lebegő}})$ az amerikai típusú, Kp kötési árfolyamú, lebegő rendszerű devizára vonatkozó put opció értéke t-ben. (Kp a sáv gyenge szélével egyenlő.) $C_{t,Kc,a}(S_{\text{lebegő}})$ az amerikai típusú, Kc kötési árfolyamú, lebegő rendszerű devizára vonatkozó call opció értéke t-ben. (Kc a sáv erős szélével egyenlő.) Az opciók t-kori értékét nem lehet egyszerűen az alaptermék t-kori értékéből meghatározni, ehhez az $S_{\text{lebegő}}$ jövőbeli eloszlásának ismerete szükséges. Ennek megfelelően nem indexeltem az $S_{\text{lebegő}}$-t az opciók argumentumában t-vel.

Miért nem fogadható el az a feltételezés, hogy a sávos árfolyamrendszer devizáját alkotó opciók alapterméke olyan, hogy azt hozzáadva az opciók értékéhez, magát a sávos árfolyamot kapjuk? Azaz miért nem tekinthető az opciók alaptermékének a fundamentum, vagyis az ennek megfelelő, általam látens, lebegő devizának nevezett termék? A válasz a következő: ha a két opciót egymástól függetlenül, pusztán a látens, lebegő deviza árfolyam folyamata alapján szeretnénk értékelni, akkor nem vesszük figyelembe az egyik opciónál, ha a másik opciót már lehívnánk. Pedig bármelyik opció lehívása a másik megszűnését eredményezi, hiszen ekkor azt feltételezzük, hogy megválunk a devizánktól, és a továbbiakban nem élhetünk a put opció nyújtotta joggal, és nem terhel többé a call opcióban megjelenő kötelezettség.

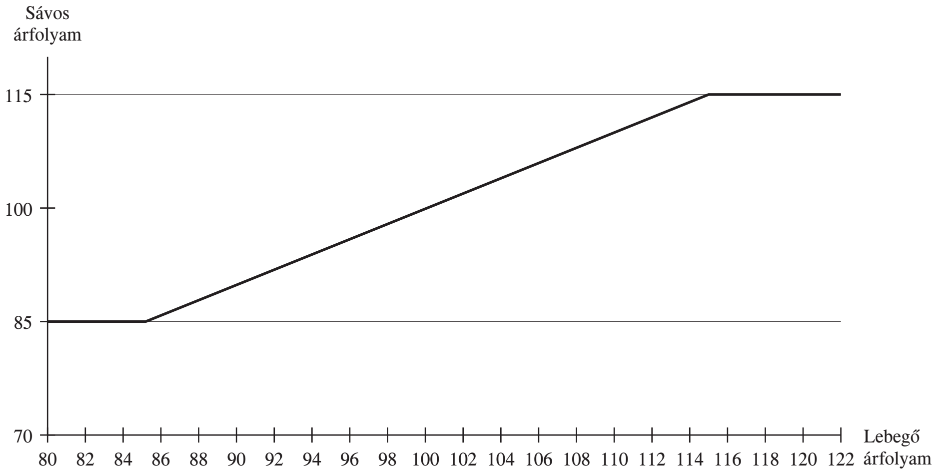
Az opciók alaptermékének meghatározásában rejlő hibát abból is észrevehetjük, hogy egy alaptermékből és a rá vonatkozó két amerikai típusú opcióból álló pozíció értéke akár a put opció kötési árfolyamánál kisebb is lehet, illetve a call opció kötési árfolyamánál nagyobb is lehet. Ezek lehetősége azt jelenti, hogy ha az előbbi összetett pozíció a

[10] Az opciók binomiális modellbeli beárazásakor ennek nem kell különösebb figyelmet szentelni, hiszen a fában visszafele haladva kell meghatározni az értékeket. Ha T_0-ban kötik meg a T-ben lejáró opciót, és $T > T_1 > T_0$, akkor a T_0-ban kötött opció beárazásához készített binomiális fából ki lehet olvasni a T_1-ben kötött új – szintén T-ben lejáró, azonos típusú, kötési árfolyamú, alaptermékű – opciók értékét is. Itt pedig pontosan erre van szükség, az új, de azonos fajtájú opciók megjelenésével.

[11] Az itt egyszerű modellként tárgyalt modell alapgondolatát Mikolasek András egyik megjegyzése is tartalmazza: „Az opciókkal foglalkozóknak feltűnhet, hogy ez az *S*-alakú görbe *hasonlít* egy *long call*, *short put* és az *underlying*ból álló összetett pozíció értékéhez. *Valóban*, magát a sávot is tekinthet*né*nk úgy, mint az államnak egy összetett amerikai opciós pozíció vállalását." (*Mikolasek* [1998] 807. o. – kiemelések tőlem.) Az itt tárgyalt egyszerű modell és az idézett részből következő modell között csupán az a különbség, hogy mást tekintenek hazai devizának. Ebből következik az az eltérés is, hogy az egyes opciók shortként vagy longként veendők számításba. Néhány sorral lejjebb Mikolasek megjegyzi: „A devizasáv és az amerikai opciók árazásának a problémája között tehát az elsődleges különbség az, hogy az első esetben meghatározott a sáv, a második esetben maga a sáv is a megoldás része." Az utóbbi idézetből úgy tűnhet, hogy Mikolasek elveti az egyszerű modellt.

2. ábra

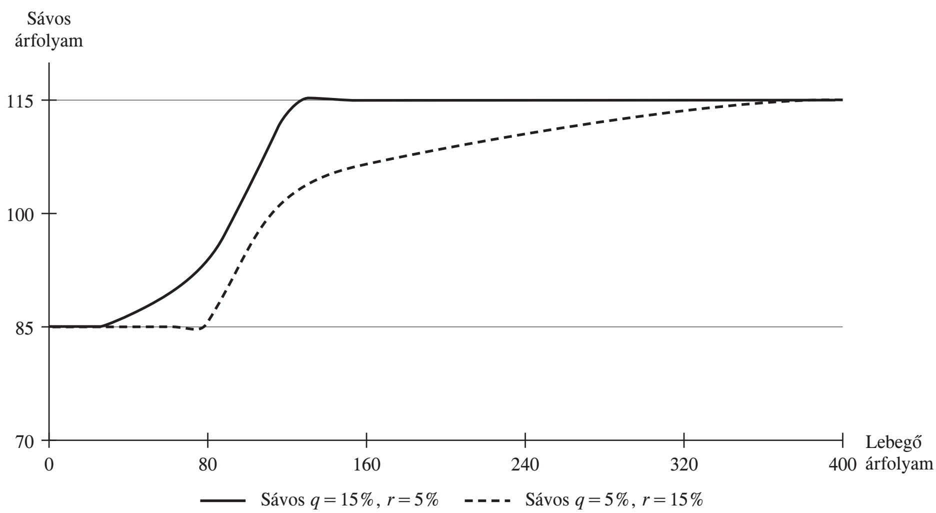
A sávos árfolyam a lebegő árfolyam függvényében az árfolyamrendszer „végén”



A [85,115] sávban $T = t$.

3. ábra

A sávos árfolyam a lebegő árfolyam függvényében a hibás modell szerint



MacMillan, Barone–Adesi–Whaley-féle analitikus eljárással számítva, [85,115] sávban, szórás = 20 százalék, T = 1 év.

sávos árfolyamrendszerű devizát írja le, akkor a deviza árfolyama a sáv gyenge szélének megfelelő értéknél is gyengébb lehet, illetve az erősebb szélnél erősebb. Pedig a sávból való kilépés lehetősége nem megengedhető.

A sávból való kilépés kérdésében a következő vezethet félre bennünket: igaz ugyan, hogy az alaptermékből és a short callból álló pozíció nem lehet értékesebb, mint a call opció kötési árfolyama; valamint az alaptermékből és a long putból álló pozíció nem lehet értéktelenebb, mint a put opció kötési árfolyama. Az azonban nem következik az előbbiekből, hogy az alaptermék és a rá vonatkozó long put, valamint sort call opciók együttes értéke biztosan a sávba esik, azaz legalább annyit ér, mint a put opció kötési árfolyama, és nem többet, mint a call opció kötési árfolyama.

Az opciók lejáratakor persze e három tag együttes értéke a 2. *ábra* szerint alakul, de lejárat előtt a *3. ábra* szerint is alakulhat. Ezek az ábrák az alaptermék értékének függvényében mutatják az alaptermékből és a két opcióból álló pozíció értékét. Az opciók értékét – tekintve, hogy amerikai opciókról van szó – csak közelítő eljárással, illetve diszkrét, binomiális modellben lehet kiszámítani. Itt a MacMillan- és Barone–Adesi–Whaley-féle analitikus becslési eljárással számítottam ki az opciók értékét (az eljárásról lásd *Barone–Adesi–Whaley* [1987] és *MacMillan* [1986]), mely ugyan folytonosan kezeli az időt, de csak közelítőleg tudja meghatározni az opciók prémiumát. Így a *3. ábrán* látható sávból való kilépések nem bizonyítják a modell hibáját, de felébresztik bennünk a gyanút. Ami alapján pedig biztosan állíthatom, hogy a modell hibás, az az, hogy az opciók értékelésekor nem vesszük figyelembe, hogy ha az egyik opció lehívásra kerül, akkor a másik is megszűnik.

Az opciók helyes definiálása

Az előzőkben láttuk, hogy nem helyes, ha az opciókat a fenti módon definiáljuk, azaz amerikai típusú, a sávszélekkel egyező kötési árfolyamú opciókként, amelyek alapterméke a látens, lebegő árfolyamú deviza.

A következő módosítás szükséges az alaptermék vonatkozásában: a put opció a látens, lebegő árfolyamú devizára és a call opcióra együttesen vonatkozik; a call opció pedig a put opcióra és a látens, lebegő árfolyamú devizára vonatkozik, azaz az opciók kölcsönösen függenek egymástól. Ennek jogosságát a következőkkel lehet alátámasztani: amikor a sávos rendszerű devizába beépített put opciónkkal kívánunk élni, akkor nemcsak a látens, lebegő árfolyamú devizánktól válunk meg, hanem a call opciótól is. Hasonlóképpen a jegybank – élve a call opciójával – a put opciónkkal együtt veszi meg a látens, lebegő árfolyamú devizánkat. Tehát csakis ilyen, igazán furcsa, összetett alaptermékű opciókkal lehet leírni a sávos devizát az opciós megközelítésben. A modell nem egyszerűen attól furcsa, hogy olyan opciót tartalmaz a sávos deviza, amelynek alaptermékében egy másik opció is szerepel, hanem attól, hogy ez a másik opció olyan, hogy alaptermékében az előbbi opció bújik meg. A két opció tehát egymásra is szól, sőt önmagukra is, ezért nehéz az értéküket meghatározni.

A sávos árfolyamú deviza árfolyama tehát a következő képlettel határozható meg:

$$S_{t,\text{sávos}} = S_{t,\text{lebegő}} + P_{t,Kp,a}(S_{\text{lebegő}} - C_{Kc,a}) - C_{t,Kc,a}(S_{\text{lebegő}} + P_{Kp,a}),$$

ahol $S_{t,\text{lebegő}}$ a látens, lebegő rendszerű deviza árfolyama t-időpontban, $P_{t,Kp,a}(S_{\text{lebegő}} - C_{Kc,a})$ az amerikai típusú, Kp kötési árfolyamú, lebegő rendszerű devizára és a callra vonatkozó put opció értéke t-ben. (Kp a sáv gyenge szélével egyenlő.) $C_{t,Kc,a}(S_{\text{lebegő}} + P_{Kp,a})$ az amerikai típusú, Kc kötési árfolyamú, lebegő rendszerű devizára és a putra vonatkozó call opció értéke t-ben. (Kc a sáv erős szélével egyenlő.) Az opciók t-kori értékét nem csak az alaptermék t-kori értéke határozza meg, hanem ehhez az alaptermék jövőbeli eloszlásának ismerete szükséges. Ennek megfelelően nem indexeltem $S_{\text{lebegő}} - C_{Kc,a}$-t és $S_{\text{lebegő}} + P_{Kp,a}$-t az opciók argumentumában t-vel.

A sávos árfolyam képletéből első ránézésre még az sem állapítható meg, hogy az így megadott folyamat egyértelmű-e, illetve van-e egyáltalán ilyen folyamat, azaz a put és a call opciók folyamata meghatározható-e azok különös alapterméke ellenére. Valamint az sem állapítható meg könnyen, hogy a sávos árfolyam folyamata a sávon belül marad-e. Ezekre a kérdésekre a válasz a következő: az így megadott folyamat egyértelmű – ezt be is bizonyítom –, a put és a call opciók folyamata meghatározható, sőt majd egy számolási eljárást is adok, amellyel a binomiális modell keretei között a lebegő deviza folyamatából a put és a call opciók folyamata számítható. A sávban maradásra pedig egyértelműen igen a válasz.

A sávos árfolyamú deviza árfolyamának meghatározásához ugyan egy nem megfigyelhető árfolyamot használok fel, de erre csupán azért van szükség, hogy a sávos rendszerben a valódi deviza árfolyamának időbeli alakulását egy olyan folyamatként mutathassam be, ami a lebegő rendszer árfolyamára tett feltételezésekkel konzisztens. Ha pedig elfogadható egyrészt az, hogy sávos árfolyamrendszerben a deviza a fenti három komponensből áll, valamint az, hogy a lebegő rendszerben az árfolyam egy meghatározott folyamatot követ, akkor ezzel máris nyertünk egy – a sávos deviza árfolyam-alakulását leíró – folyamatot. A továbbiakban ezt a folyamatot elemzem és jellemzem a következők szerint.

1. Megmutatom, hogy a sávos árfolyamra így definiált folyamat mindig a sávon belül marad.

2. Egy általános számolási eljárást adok, amely olyan – a sávos árfolyamhoz hasonló – pozíciók értékének a meghatározására alkalmazható, amelyek egy szabadon bolyongó termékből és a fenti, bonyolult opciókból állnak.

3. Megmutatom, hogy az előbbi számolási eljárás egyértelműen meghatározza az opciók értékét és így a folyamatukat is.

4. Egy másik számolási eljárást is adok, amellyel már speciálisan a sávos árfolyam értékét és folyamatát lehet meghatározni. Ez a számolási eljárás abban különbözik az előzőtől, hogy itt – lévén szó a valódi árfolyamról – feltételezem a fedezetlen kamatparitás teljesülését. Az egyértelműséget itt is belátom.

1. Az árfolyamsáv és az árfolyam. Megmutatom, hogy a sávos árfolyamra helyes módon definiált folyamat mindig a sávon belül marad. Azért fontos ez, mert olyan bonyolult folyamatról van szó, hogy még ez a viszonylag egyszerű állítás sem tűnik nyilvánvalónak. (A fent definiált folyamat természetesen nem attól írja le jól a sávos árfolyamot, hogy csak a sávon belüli értékeket vesz fel.)

Állítás. A modellben – függetlenül a látens, lebegő deviza folyamatának specifikálásától – a sávos árfolyam értéke minden $0 \le t \le T$ -re a sávon belül marad.

Azaz, tegyük fel, hogy a sávos árfolyam a következő összefüggéssel jellemezhető:

$$S_{t,\text{sávos}} = S_{t,\text{lebegő}} + P_{t,Kp,a}(S_{\text{lebegő}} - C_{Kc,a}) - C_{t,Kc,a}(S_{\text{lebegő}} + P_{Kp,a}).$$

Ekkor $Kp \le S_{t,\text{sávos}} \le Kc$.

Bizonyítás. A bizonyítás azon alapszik, hogy az amerikai put és a call opciókra ismert alsó korlátokkal a sávos árfolyamra alsó és felső korlátot állítunk:[12]

$$C_{t,Kc,a}(S_{\text{lebegő}} + P_{Kp,a}) \ge [S_{t,\text{lebegő}} + P_{t,Kp,a}] - Kc$$
$$P_{t,Kp,a}(S_{\text{lebegő}} - C_{Kc,a}) \ge Kp - [S_{t,\text{lebegő}} - C_{t,Kc,a}].$$

A call opció előbbi alsó korlátjának felhasználásával kapjuk:

$$\begin{aligned} S_{t,\text{sávos}} &= S_{t,\text{lebegő}} + P_{t,Kp,a}(S_{\text{lebegő}} - C_{Kc,a}) - C_{t,Kc,a}(S_{\text{lebegő}} + P_{Kp,a}) \le \\ &\le S_{t,\text{lebegő}} + P_{t,Kp,a}(S_{\text{lebegő}} - C_{Kc,a}) - \{[S_{t,\text{lebegő}} + P_{t,Kp,a}] - Kc\} = Kc. \end{aligned}$$

A put opció előbbi alsó korlátjának felhasználásával kapjuk:

$$\begin{aligned} S_{t,\text{sávos}} &= S_{t,\text{lebegő}} + P_{t,Kp,a}(S_{\text{lebegő}} - C_{Kc,a}) - C_{t,Kc,a}(S_{\text{lebegő}} + P_{Kp,a}) \ge \\ &\ge S_{t,\text{lebegő}} + \{Kp - [S_{t,\text{lebegő}} - C_{t,Kc,a}]\} - C_{t,Kc,a}(S_{\text{lebegő}} + P_{Kp,a}) = Kp. \end{aligned}$$

[12] Az egyenlőtlenségek azt fejezik ki, hogy az amerikai típusú opciók legalább annyit érnek, mint amennyit az azonnali lehívásukkal az opció tulajdonosa elérhet. Az opció azonnali lehívása lehetséges az amerikai opcióknál, ugyanakkor, ha az opció tulajdonosa többre értékeli az opcióját az ekkor kapott összegnél, akkor tartani fogja az opciót.

Így valóban a sáv gyenge és erős széle a sávos árfolyam alsó és felső korlátja:

$$Kp \le S_{t,\text{sávos}} \le Kc.$$

2. Általános számolási eljárás. Ez a számolási eljárás általánosan alkalmazható, olyan – a sávos árfolyamhoz hasonló – pozíciók értékének a meghatározására, amelyek egy szabadon bolyongó termékből és a fenti, bonyolult opciókból állnak. Ilyen pozícióval rendelkezünk például a következő esetben: egy olyan befektetési társaságnál fialtatjuk pénzünket, amely részvényekbe fektet be, és tőkegaranciát vállal a hozam korlátozásának fejében. A vásárolt részvények folyamatának ismeretében meg szeretnénk határozni a befektetésünk értékét.

A számolási eljárást most exogén módon meghatározott rövid kamatlábak *(short rate)* mellett mutatom be, tehát itt egy általános opcióárazási metódust írok le a fenti, egymást alaptermékeikben tartalmazó opciókra. Sávos árfolyamrendszerben nem fogadható el az a feltételezés, amely szerint mind a hazai, mind a külföldi kamatláb az árfolyam sávbeli helyzetétől független, ugyanis ekkor nem teljesül a fedezetlen kamatparitás. A 4. pontban egy olyan – speciálisan a sávos árfolyamra vonatkozó – számolási eljárást mutatok be, amely endogén módon kezeli a sávos árfolyamrendszert alkalmazó ország kamatlábát.[13] Ugyanakkor érdemesnek tartom az exogén módon meghatározott kamatláb melletti opcióárazást is bemutatni, mert ez a módszer alkalmazható olyan termékek árazására, amelyek árfolyama nem hat vissza a kamatláb alakulására, és amelyeknek az árfolyama valamilyen oknál fogva szintén egy sávba korlátozott.

Bár ebben a szakaszban nem a sávos árfolyam értékét és folyamatát fogom meghatározni, mégsem vezetek be újabb jelöléseket a könnyebb követhetőség érdekében. Így a szabadon bolyongó árfolyamot – amely például a részvényárfolyam is lehet – továbbra is $S_{\text{lebegő}}$-vel fogom jelölni, és lebegő árfolyamnak fogom nevezni. A sávba korlátozott árfolyamot pedig $S_{\text{sávos}}$-sal jelölöm, valamint továbbra is sávos árfolyamként hivatkozok rá. Minthogy nyilvánvaló a sávos árfolyam és a sávba korlátozott árfolyamú termékek közötti analógia, a jelölési rendszer nem szorul további magyarázatra.

Célom tehát az, hogy a lebegő árfolyam jelenlegi értékének függvényében, illetve a lebegő árfolyam folyamatának ismeretében meghatározzam a sávos árfolyam jelenlegi értékét, és annak folyamatát az opcióárazás segítségével. Tehát ezeknek a furcsa alaptermékű opcióknak a beárazására kell egy eljárást találni.

Az amerikai opció értékének meghatározása – azon különlegessége miatt, hogy a lejáratig bármikor lehívható – sokkal nehezebb, mint az európai opcióé. Az itt vizsgált put és call opciók árazását az is nehezíti, hogy az alaptermékeik is részben opciók. Mégsem használható az opcióra szóló opciók árazásának irodalma,[14] mert itt a két opció egymás alaptermékének része. Ezen nehézségek miatt az itt következő eljárás, a legegyszerűbb modell – a CRR[15] binomiális modell – keretei között végezhető el.

A számolási eljárás egy iteratív eljárás, amellyel a binomiális fa minden pontjában meg lehet mondani a put és a call opciók értékét. A lebegő árfolyam alakulását a CRR modell alapján képzem, majd első megközelítésben a put és a call folyamat értékeit úgy számolom ki, mintha az opciók alapterméke maga a lebegő árfolyamú termék lenne, így egy $put^{(1)}$ és egy $call^{(1)}$ binomiális fát kapok.

Mivel azonban a valódi put alapterméke sohasem nagyobb árfolyamú, mint a lebegő árfolyam (a valódi put alapterméke: $S_{\text{lebegő}} - C_{Kc,a}$), ezért olyan $put^{(1)}$ binomiális fát kapok, amely semelyik pontjában sem nagyobb, mint a valódi put binomiális fának a megfelelő pontja.

[13] *Svensson* [1991] egy függvényszerű kapcsolatot vezet le az árfolyam sávbeli helyzete és a kamatkülönbség között, figyelembe véve a kamatlábak lejárati szerkezetét és a sávmódosítás lehetőségét.

[14] Az opcióra vonatkozó opciók árazásáról lásd *Geske* [1979].

[15] CRR modell: Cox–Ross–Rubinstein-modell. Lásd például *Hull* [1999] 433. o.

A *call*$^{(1)}$ binomiális fáról a következő mondható: minthogy a valódi call alapterméke sohasem kisebb árfolyamú, mint a lebegő árfolyam (a valódi call alapterméke: $S_{\text{lebegő}} + P_{Kp,a}$), ezért olyan *call*$^{(1)}$ binomiális fát kapok, amely semelyik pontjában sem nagyobb, mint a valódi call binomiális fának a megfelelő pontja.

Az iteratív eljárás úgy folytatódik, hogy a következő lépésben a *put*$^{(2)}$ binomiális fához az $S_{\text{lebegő}} - C^{(1)}_{Kc,a}$ lesz az alaptermék, ahol a $C^{(1)}_{Kc,a}$ a *call*$^{(1)}$ binomiális fa szerinti értékalakulású call opció. Az $S_{\text{lebegő}} - C^{(1)}_{Kc,a}$ alaptermékről is elmondható, hogy a valódi put alapterméke ($= S_{\text{lebegő}} - C_{Kc,a}$) sohasem nagyobb értékű nála, minthogy a *call*$^{(1)}$ binomiális fa semelyik pontjában sem nagyobb, mint a valódi call binomiális fának a megfelelő pontja. Az alaptermékek összehasonlításából következik, hogy a *put*$^{(2)}$ binomiális fa olyan, hogy semelyik pontjában sem nagyobb, mint a valódi put binomiális fának a megfelelő pontja. Ugyanakkor a *put*$^{(2)}$ binomiális fa olyan, hogy semelyik pontjában sem kisebb, mint a *put*$^{(1)}$ binomiális fának a megfelelő pontja, ami szintén az alaptermékek összehasonlításából következik.

A *call*$^{(2)}$ binomiális fához a $S_{\text{lebegő}} + P^{(1)}_{Kp,a}$ lesz az alaptermék, ahol a $P^{(1)}_{Kp,a}$ a *put*$^{(1)}$ binomiális fa szerinti értékalakulású put opció. Az $S_{\text{lebegő}} + P^{(1)}_{Kp,a}$ alaptermékről is elmondható, hogy a valódi call alapterméke ($= S_{\text{lebegő}} + P_{Kp,a}$) sohasem kisebb értékű nála, minthogy a *put*$^{(1)}$ binomiális fa semelyik pontjában sem nagyobb, mint a valódi put binomiális fának a megfelelő pontja. Az alaptermékek összehasonlításából következik, hogy a *call*$^{(2)}$ binomiális fa olyan, hogy semelyik pontjában sem nagyobb, mint a valódi call binomiális fának a megfelelő pontja. Ugyanakkor a *call*$^{(2)}$ binomiális fa olyan, hogy semelyik pontjában sem kisebb, mint a *call*$^{(1)}$ binomiális fának a megfelelő pontja, ami szintén az alaptermékek összehasonlításából következik.

Az iteratív eljárást oly módon folyatatva, hogy az *i*. lépésben a *put*$^{(i)}$ binomiális fához a $S_{\text{lebegő}} - C^{(i-1)}_{Kc,a}$ lesz az alaptermék, a *call*$^{(i)}$ binomiális fához a $S_{\text{lebegő}} + P^{(i-1)}_{Kp,a}$ lesz az alaptermék, egy olyan sorozatát kapjuk a put és a call binomiális fáknak, amelyek elágazásonként monoton nőnek, de a valódi put és call binomiális fáknál sohasem lehetnek nagyobbak. Egy konvergenciatétel[16] szerint a put és call binomiális fák sorozata konvergens, minthogy korlátos és monoton sorozatokból állnak. (A konvergenciát, akárcsak a monoton növést is, a binomiális fában csúcsonként kell érteni.) A put binomiális fák sorozatának határértékét nevezzük *put határérték* binomiális fának, a call binomiális fák sorozatának határértékét pedig *call határérték* binomiális fának.

A *put határérték* binomiális fa a valódi put binomiális fája, a *call határérték* binomiális fa a valódi call binomiális fája. Ez azért igaz, mert ezek a binomiális fák már azzal a tulajdonsággal bírnak, hogy egymás alaptermékeinek a részei a megkívánt módon – a lebegő árfolyamú termék mellett. Tehát a számolási eljárással a binomiális modellben meg tudtuk határozni a put és a call opciók folyamatát leíró binomiális fákat és ezzel természetesen a sávos árfolyam folyamatát leíró binomiális fát is.

3. Unicitás. Az előző számolási eljárással kaptunk egy, a valódi putot, valamint egy, a valódi callt leíró binomiális fát, de azt még nem láttuk, hogy egyetlen megfelelő folyamatpár van csupán a putra és a callra, amely a sávos árfolyam fenti képletének megfelel. Az azonban látszik, hogy ha mondjuk a put folyamatát egy másik binomiális fával szeretném leírni, akkor ehhez egy új call binomiális fára is szükség van, mert csak az olyan put és call binomiális fapárok jók, amelyek azzal a tulajdonsággal bírnak, hogy egymás alaptermékeinek alkotóelemei egy változatlan tag mellett.

Az unicitás követelménye éppúgy természetes követelmény a sávos árfolyamra adott

[16] Ennek a konvergenciatételnek a segítségével lehet a Bolzano–Weierstrass-tételt bizonyítani. Lásd *Dancs* [1995] 147. o., a Bolzano–Weierstrass-tétel (220. o.) 3.39.állítása az itt alkalmazott tétel.

képlettel szemben, mint az, hogy a sávos árfolyam a sávon belül maradjon. Az unicitást a következő *segédtétellel* lehet belátni.

A két opciónak lejáratkor nem lehet egyszerre pozitív a belső értéke, sőt semelyik $0 \leq t \leq T$ időpontban nem lehet olyan állapotot találni a binomiális fában, ahol a put értéke és a call értéke is a pozitív belső értékeik alapján határozódik meg.

Indirekt *bizonyítása* annak, hogy nem lehet egyszerre mindkét opciót a pozitív belső értéke alapján árazni a binomiális fáik azonos pontjában:

$$P_{t,Kp,a} = Kp - S_{t,\text{lebegő}} + C_{t,Kc,a}(S_{\text{lebegő}} + P_{Kp,a}) > 0$$
$$C_{t,Kc,a} = S_{t,\text{lebegő}} + P_{t,Kp,a}(S_{\text{lebegő}} - C_{Kc,a}) - Kc > 0.$$

A call egyenletébe behelyettesítve a put értékét a következőt kapjuk:

$$C_{t,Kc,a} = S_{t,\text{lebegő}} + Kp - S_{t,\text{lebegő}} + C_{t,Kc,a} - Kc.$$

Majd egyszerűsítés után egy ellentmondásra jutunk, ha a sáv nem nulla szélességű:

$$Kc = Kp.$$

A fenti rövid bizonyítással azt is beláttuk, hogy a két opciónknak lejáratakor ($t = T$) nem lehet egyszerre pozitív a belső értéke, tehát legalább az egyik értéke nulla. Így, ha létezik a putra és a callra egy másik binomiális fapár, akkor ezek lejáratkori értékei az egyes állapotokban meg kell hogy egyezzenek az eredeti fapár azonos állapotaihoz tartozó értékeivel. Tehát a fa végéből nézve, legkorábban az utolsóelőtti periódusban térhetnek el a fapárok. Tegyük fel, hogy az utolsó előtti *i.* periódusban van az első eltérés a fapárok között, méghozzá legalább egy állapotban. Ekkor azt feltételezve, hogy az idő előrehaladtával már eljutottunk az utolsó előtti *i.* periódusba, valamint, hogy éppen egy olyan állapotban vagyunk, ahol eltérés mutatkozott a két fapár között, a következőt gondoljuk: az egyik fapár szerint a call és a put folyamata a jövőben ugyanaz, mint a másik fapár szerint, mégis a jelenbeli értékelések eltérők a putra és a callra. Lejárat előtt az opciók értéke a belső érték és a következő periódusbeli várható érték jelenértéke közül a nagyobbal egyezik meg. Nevezzük az első fapár jelenlegi call értékét $C1$-nek, a másodikét $C2$-nek; a putokat hasonlóan $P1$-nek, $P2$-nek.

A következőkben elmondottak követhetőségét segíti az alábbi táblázat. $C1$ nem egyenlő $C2$-vel, de a jövőbeli folyamatuk megegyezik, tehát $C1$ és $C2$ közül nem számolhattuk mindkettőt a következő periódusbeli várható érték jelenértékeként, hanem mondjuk $C1$-et a belső érték alapján számoltuk. Ekkor $P1$-et már nem számolhattuk a belső értéke alapján a fenti állítás szerint. Ekkor a $P1$-et a következő periódusbeli várható érték jelenértékeként számoltuk, de mert $P1$ nem egyenlő $P2$-vel, ezért a $P2$-t nem a következő periódusbeli várható érték jelenértékeként számoltuk, hanem a belső értékeként. Megint a fenti tételre hivatkozva, miszerint nem lehet egyszerre a call és a put belső értéke pozitív, a $C2$-t a következő periódusbeli várható érték jelenértékeként számoltuk.

$C1$	$P1$	$C2$	$P2$
Belső érték	PV(várható érték)	PV(várható érték)	Belső érték

Ekkor azonban igaz, hogy $C1 > C2$, mert a $C1$-et a következő periódusbeli várható érték jelenértéke és a belső érték közül a nagyobbként határoztuk meg, ahol a belső érték volt a nagyobb. A $C1$-et pedig a közös, következő periódusbeli várható érték jelenértékeként határoztuk meg. Hasonló meggondolás alapján $P2 > P1$. A put opciók alaptermékének összehasonlításából azonban a következő derül ki:

$P1$ alapterméke: $S_{\text{lebegő}} - C1$; $P2$ alapterméke: $S_{\text{lebegő}} - C2$, így a $P1$ alaptermékének folyamata a jövőben ugyanaz, mint a $P2$ alaptermékének folyamata, de a jelenben a $P1$ alapterméke olcsóbb, ami az amerikai opciók esetében azt jelenti, hogy $P2 \leq P1$. Ez utóbbi pedig ellentmond a $P2 > P1$ összefüggésnek.

Tehát ellentmondásra jutottunk annak feltételezésével, hogy több put és call binomiális fapár is megfelel a sávos árfolyamra felírt egyenletünknek.

4. Számolási eljárás a sávos árfolyamrendszerű devizára. Az előbbi, általános opcióárazási eljárás azért nem alkalmazható a sávos árfolyamrendszerű deviza értékének a meghatározására, mert abban a kamatlábakat exogén változókként kezeltem. A sávos árfolyamrendszerben a kamatkülönbségnek változnia kell az árfolyam sávbeli helyzetétől függően, tehát egy endogén változótól függ a kamatkülönbség, így a kamatkülönbséget endogenizálni kell. A kamatkülönbség megfelelő meghatározását a fedezetlen kamatparitás teljesülésének feltételezésével vezethetjük be a modellbe. Az előbbi részekben nem feltételeztem a fedezetlen kamatparitást, így nem követtem el hibát azzal, hogy a kamatlábakat exogénnek tekintettem. A fedezetlen kamatparitás bevezetése nem ütközik nehézségekbe, ugyanis a kamatláb megfelelő endogenizálásával teljesíthető ez a feltétel.

A továbbiakban azt feltételezem, hogy a sávos árfolyamrendszert bevezető ország kamatlába (q) alkalmazkodik az árfolyamváltozáshoz, míg annak az országnak a kamatlába (r), amelynek devizájához a rögzítés történt, rögzített. Az új feltétel bevezetése egy új számolási eljárást igényel. A sávos árfolyam egyértelműsége viszont természetes módon adódik az új számolási metódus mellett.[17]

A számolási eljárás továbbra is a binomiális modell keretei között történik. A lebegő árfolyam folyamatáról azt feltételezem, hogy az egy eltolás nélküli bolyongás, azaz a CRR modellben $\mu = 0$. Így a binomiális modellben a látens, lebegő árfolyam binomiális fájának elkészítéséhez csupán a látens, lebegő árfolyam logaritmikus hozamának szórására van szükség, illetve a vizsgált időintervallum felosztásának finomságát mutató N értéket kell megadni. Az N és a T értékekből kiszámolhatjuk a Δt értékét. Majd a szórás és a Δt ismeretében meghatározhatjuk az u és d paramétereket, amelyek azt mutatják meg, hogy hányszorosára változik az árfolyam, ha a következő periódusban felfelé vagy lefelé mozdul az árfolyam. Az u és d paraméterek ismeretében meghatározhatjuk, hogy mekkora annak valószínűsége, hogy a következő periódusban emelkedik az árfolyam, azaz a p paraméter értéke is adott a szórás és a Δt függvényében.

A CRR modellben való opcióárazást úgy kell végrehajtani, hogy a fa végéből számoljuk vissza az opciók jelenlegi értékét. Az opciók lejáratkori értékei függetlenek a kamatlábaktól, ezért kiszámításukat ugyanúgy kell végezni, mint az előbbiekben. (Továbbra is igaz, hogy lejáratkor a két opció közül csak az egyiknek térhet el az értéke nullától.) Minthogy amerikai opciókról van szó, ezért a fa többi elágazásában a várható érték jelenértéke és a belső érték közül a nagyobbat kell szerepeltetni. A put és a call opciók értékét tehát a következő egyenletekkel lehet megadni:

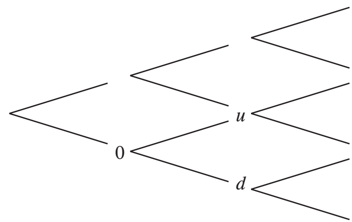
$$P_0 = \max[(p \cdot P_u + (1 - p) \cdot P_d) \cdot e^{-r \cdot \Delta t}; Kp - S_{\text{lebegő},0} + C_0] \quad (1)$$

$$C_0 = \max[(p \cdot C_u + (1 - p) \cdot C_d) \cdot e^{-r \cdot \Delta t}; -Kc + S_{\text{lebegő},0} + P_0], \quad (2)$$

ahol a 0-val indexelt változók az opciók fáiban – visszafelé haladva – az éppen kiszámítandó értékeket jelölik. Ezek értéke a fa azon csúcsaiban lévő értékektől is függnek, amelyek az előbbi csúcsból ágaznak ki felfelé, vagy lefelé. Az u-val indexelt változók a

[17] Az új számolási eljárás nem iteratív. A sávos árfolyam folyamatát leíró binomiális fa tetszőleges csúcsának értékét a 39. oldal közepén található képlet adja meg. A képlet egy függvényszerű kapcsolatot ír le, amelyből az unicitás természetes módon adódik.

felső ágban lévő értékeket tartalmazzák, a d-vel indexelt változók az alsó ágban lévő értékeket tartalmazzák – ahogy ezt az alábbi séma is mutatja.



A lebegő árfolyam folyamata eltolás nélküli bolyongás, ennek megfelelően a következő periódusra várható árfolyam megegyezik a mai árfolyammal. Tehát a lebegő árfolyam folyamatának martingál tulajdonsága alapján a következő egyenlet írható fel a látens, lebegő árfolyamra:

$$S_{\text{lebegő},0} = p \cdot S_{\text{lebegő},u} + (1 - p) \cdot S_{\text{lebegő},d}. \tag{3}$$

A sávos árfolyamra teljesülnie kell a fedezetlen kamatparitásnak:

$$S_{\text{sávos},0} = [p \cdot S_{\text{sávos},u} + (1 - p) \cdot S_{\text{sávos},d}] \cdot e^{(q-r)\cdot\Delta t}. \tag{4}$$

Ugyanakkor a sávos árfolyam értéke egy másik módon is meghatározott. (A kétféle meghatározás egybeesését a q biztosítja a változásával.)

$$S_{\text{sávos},0} = S_{\text{lebegő},0} + P_0 - C_0. \tag{5}$$

Természetesen a 0 indexszel bármely nem lejáratkori állapotot jelölni lehet, mind a lebegő árfolyam binomiális fájában, mind a sávos árfolyam binomiális fájában, mind pedig a put és a call opciók binomiális fáiban. Az (5) egyenletben a 0 indexek arra utalnak, hogy ugyanazt az állapotot kell nézni a különböző binomiális fákban. Az (5) egyenletben a 0 indexszel lejáratkori állapothoz tartozó értékeket is lehet jelölni.

Mint már korábban megjegyeztem, a fedezetlen kamatparitás bevezetése ellenére a lejáratkori értékek meghatározása a binomiális fákban nem jelent gondot. Tehát a feladat az, hogy ismerve az utolsó periódusbeli értékeket a binomiális fákban, visszafelé haladva meghatározzuk a korábbi periódusbeli értékeket, s így legvégül az opciók, illetve a sávos árfolyam mai értékét. Ennek a feladatnak az elvégzéséhez elég megmutatni, hogy egy periódusban visszalépve, megoldható a feladat, illetve pontosan egy megoldás adódik minden egyes visszalépésre. Így végül a sávos árfolyam mai értéke is egyértelmű, illetve a sávos árfolyam folyamata is.

Bemutatom tehát, hogyan lehet egy periódusban visszaszámolni a sávos árfolyam értékét, ha adott a lebegő árfolyam logaritmikus hozamának szórása – és ezzel a lebegő árfolyam binomiális fája ($S_{\text{lebegő},0}$, $S_{\text{lebegő},u}$, $S_{\text{lebegő},d}$) –, valamint a p paraméter értéke, az r kamatláb, illetve a sávos árfolyam binomiális fájának és az opciók binomiális fáinak következő periódusbeli értékei ($S_{\text{sávos},u}$, $S_{\text{sávos},d}$, C_u, C_d, P_u, P_d). Az opciók értékének kiszámítása az *1. táblázatban* szereplő három különböző lehetőség egyike szerint végzendő. Attól függően, hogy az opciók értékét a várható érték jelenértékeként vagy a belső érték alapján kell-e meghatároznunk, adódik a három lehetőség.

Mint azt már az előző pontban láthattuk, csak akkor fordulhat elő az, hogy mindkét opció értékét a belső értékeik alapján kell kiszámítani, ha a sáv gyenge és erős széle egybeesik. Nézzük egyenként az eseteket!

1. eset. Ekkor a várható érték jelenértéke határozza meg az opciók értékét, így az (5) egyenletbe behelyettesítve az opciók értékét, a következőt kapjuk:

1. táblázat

Put \ Call	PV (várható érték)	Belső érték
PV (várható érték)	1. eset	2. eset
Belső érték	3. eset	nem lehetséges

$$[p \cdot (P_u - C_u) + (1 - p) \cdot (P_d - C_d)] \cdot e^{-r \cdot \Delta t} = S_{\text{sávos},0} - S_{\text{lebegő},0}.$$

Felhasználva, hogy $P_u - C_u = S_{\text{sávos},u} - S_{\text{lebegő},u}$ és $P_d - C_d = S_{\text{sávos},d} - S_{\text{lebegő},d}$,[18] valamint a (3) és (4) egyenleteket, az előbbi egyenletből – a megfelelő behelyettesítések elvégzése után – $S_{\text{sávos},0}$-t az $S_{\text{lebegő},0}$ függvényében, valamint q függvényében fejezhetjük ki.[19]

$$S_{\text{sávos},0} = S_{\text{lebegő},0} \cdot \frac{e^{-r \cdot \Delta t} - 1}{e^{-q \cdot \Delta t} - 1}.$$

Ez az egyenlet azonban még tartalmazza q-t, viszont ha ezen egyenlet alapján az $S_{\text{sávos},0}$-ra kapott formulát behelyettesítjük a (4) egyenlet bal oldalába, akkor q-ra nyerünk egy olyan egyenletet, amelyben csak ismert értékű változók szerepelnek:

$$e^{q \cdot \Delta t} = \frac{S_{\text{lebegő},0} \cdot (e^{r \cdot \Delta t} - 1)}{p \cdot S_{\text{sávos},u} + (1 - p) \cdot S_{\text{sávos},d}} + 1.$$

E két utóbbi egyenlet alapján már magát a sávos árfolyamot is ki tudjuk fejezni exogén változókkal:

$$S_{\text{sávos},0} = [p \cdot S_{\text{sávos},u} + (1 - p) \cdot S_{\text{sávos},d}] \cdot e^{-r \cdot \Delta t} + S_{\text{lebegő},0} \cdot (1 - e^{-r \cdot \Delta t}).$$

Fontos még azt megvizsgálni, hogy mikor jutunk az *1. esethez*. Természetesen akkor, ha mindkét opciónál legalább akkora a várható érték jelenértéke, mint a belső értékek, azaz a call opciónál:

$$C_0 = [p \cdot C_u + (1 - p) \cdot C_d] \cdot e^{-r \cdot \Delta t} \geq -Kc + S_{\text{lebegő},0} + P_0 =$$
$$= -Kc + S_{\text{lebegő},0} + [(p \cdot P_u + (1 - p) \cdot P_d) \cdot e^{-r \cdot \Delta t}].$$

A put opciónál:

$$P_0 = [p \cdot P_u + (1 - p) \cdot P_d] \cdot e^{-r \cdot \Delta t} \geq Kp - S_{\text{lebegő},0} + C_0 =$$
$$= Kp - S_{\text{lebegő},0} + [(p \cdot C_u + (1 - p) \cdot C_d) \cdot e^{-r \cdot \Delta t}].$$

Átalakítva a callra vonatkozó egyenlőtlenséget:

$$[p \cdot (P_u - C_u) + (1 - p) \cdot (P_d - C_d)] \cdot e^{-r \cdot \Delta t} \leq Kc - S_{\text{lebegő},0}.$$

Átalakítva a putra vonatkozó egyenlőtlenséget:

$$[p \cdot (P_u - C_u) + (1 - p) \cdot (P_d - C_d)] \cdot e^{-r \cdot \Delta t} \geq Kp - S_{\text{lebegő},0}.$$

Majd ismét felhasználva, hogy $P_u - C_u = S_{\text{sávos},u} - S_{\text{lebegő},u}$ és $P_d - C_d = S_{\text{sávos},d} - S_{\text{lebegő},d}$, va-

[18] Ezek az (5) egyenletből következnek, ha a 0 index helyébe u-t, vagy d-t írunk.

[19] A következő egyenleteket kapjuk a fenti lépések elvégzése közben az előző egyenletből kiindulva:
$[p \cdot (S_{\text{sávos},u} - S_{\text{lebegő},u}) + (1 - p) \cdot (S_{\text{sávos},d} - S_{\text{lebegő},d})] \cdot e^{-r \cdot \Delta t} = S_{\text{sávos},0} - S_{\text{lebegő},0}$
$[S_{\text{sávos},0} \cdot e^{(r-q) \cdot \Delta t} - S_{\text{lebegő},0}] \cdot e^{-r \cdot \Delta t} = S_{\text{sávos},0} - S_{\text{lebegő},0}.$

lamint a (3) és (4) egyenleteket, az előbbi egyenlőtlenségekből – a megfelelő behelyettesítések elvégezésével – a következő feltételhez jutunk:

$$S_{\text{sávos},0} \cdot e^{-q\cdot\Delta t} - S_{\text{lebegő},0} \cdot e^{-r\cdot\Delta t} \leq Kc - S_{\text{lebegő},0}$$
$$S_{\text{sávos},0} \cdot e^{-q\cdot\Delta t} - S_{\text{lebegő},0} \cdot e^{-r\cdot\Delta t} \geq Kp - S_{\text{lebegő},0}.$$

Ezekbe behelyettesítve az $S_{\text{sávos},0}$-ra, és az $e^{q\Delta t}$-re kapott kifejezéseket, az *1. eset* feltételét – számunkra kedvező módon – kizárólag exogén változók segítségével határozhatjuk meg. Így az exogén változók ismeretében el tudjuk dönteni, vajon az *1. eset* szerint kell-e számolnunk az opciók értékét. Ha pedig igen, akkor akár közvetlenül a sávos árfolyam értékének kiszámolását is elvégezhetjük – az opciók értékének kiszámítása nélkül – ugyanis az $S_{\text{sávos},0}$-ra adott képlettel ez megtehető. Tehát, az alábbi feltétel mellett

$$\frac{Kp\cdot e^{r\cdot\Delta t} - [p\cdot S_{\text{sávos},u} + (1-p)\cdot S_{\text{sávos},d}]}{e^{r\cdot\Delta t}-1} \leq S_{\text{lebegő},0} \leq \frac{Kc\cdot e^{r\cdot\Delta t} - [p\cdot S_{\text{sávos},u} + (1-p)\cdot S_{\text{sávos},d}]}{e^{r\cdot\Delta t}-1}$$

a sávos árfolyam értéke:

$$S_{\text{sávos},0} = [p \cdot S_{\text{sávos},u} + (1-p) \cdot S_{\text{sávos},d}] \cdot e^{-r\cdot\Delta t} + S_{\text{lebegő},0} \cdot (1 - e^{-r\cdot\Delta t}).$$

A *2. eset* és a *3. eset* vizsgálatának elvégzése az *1. eset* vizsgálatához hasonló, sőt annál még egyszerűbb is. Ezek eredményével, valamint az *1. eset* eredményével a következő függvény adódik a sávos árfolyamra:

$$S_{\text{sávos},0} = \begin{cases} Kp, & \text{ha } S_{\text{lebegő},0} < A \\ [p \cdot S_{\text{sávos},u} + (1-p) \cdot S_{\text{sávos},d}] \cdot e^{-r\cdot\Delta t} + S_{\text{lebegő},0} \cdot (1-e^{-r\cdot\Delta t}), & \text{ha } A \leq S_{\text{lebegő},0} \leq B, \\ Kc, & \text{ha } S_{\text{lebegő},0} > B \end{cases}$$

ahol

$$A = \frac{Kp\cdot e^{r\cdot\Delta t} - [p\cdot S_{\text{sávos},u} + (1-p)\cdot S_{\text{sávos},d}]}{e^{r\cdot\Delta t}-1} \qquad B = \frac{Kc\cdot e^{r\cdot\Delta t} - [p\cdot S_{\text{sávos},u} + (1-p)\cdot S_{\text{sávos},d}]}{e^{r\cdot\Delta t}-1}.$$

Eredmények a sávos árfolyamra. Láttuk, hogyan lehet a sávos árfolyamot opciók segítségével meghatározni, majd a sávos árfolyamra felírt képletről beláttuk, hogy mindig a sávon belüli értéket ad a sávos árfolyamra; mindig egyértelmű a képlettel leírt folyamat, mégha az opciók alapterméke furcsa is; és bemutattunk egy számolási eljárást a sávos árfolyamrendszerű deviza árfolyamának és annak folyamatát leíró binomiális fának a meghatározására.[20]

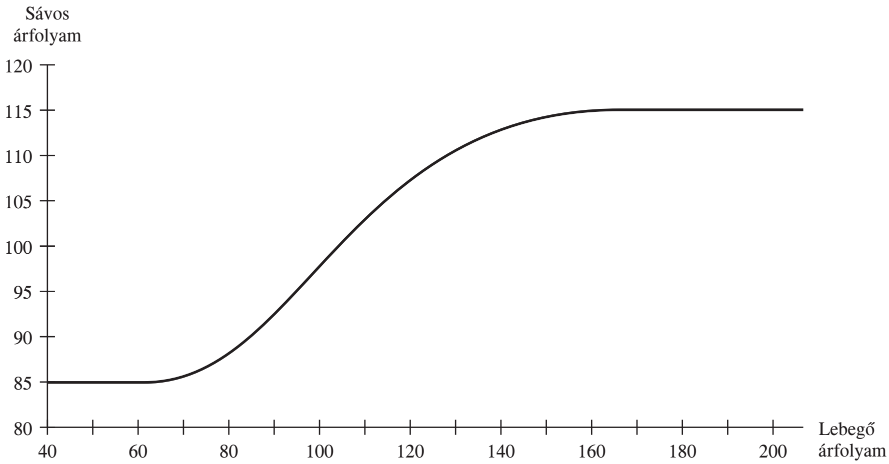
A továbbiakban a sávos árfolyamrendszerű deviza vizsgálatakor kapott – opciós elemzési keretben végzett – eredmények leírása következik. A sávos árfolyam bemutatott opciós megközelítési módjával, illetve az opciók értékének kiszámítására adott algoritmus segítségével a sávos árfolyam több szempontból vizsgálható.

1. Milyen a sávos árfolyamrendszerű deviza árfolyamának és a látens, lebegő árfolyamnak a kapcsolata?
2. Hogyan változik a sávos árfolyamrendszerű deviza árfolyama a sávszélesítés esetén?
3. Milyen a mai sávos árfolyam és a várható sávos árfolyam kapcsolata?

[20] A sávos árfolyam folyamatát leíró binomiális fa meghatározása után lehetőség nyílik a sávos árfolyamrendszerben a devizára szóló opciók beárazására a binomiális modellbeli opcióárazással.

4. ábra

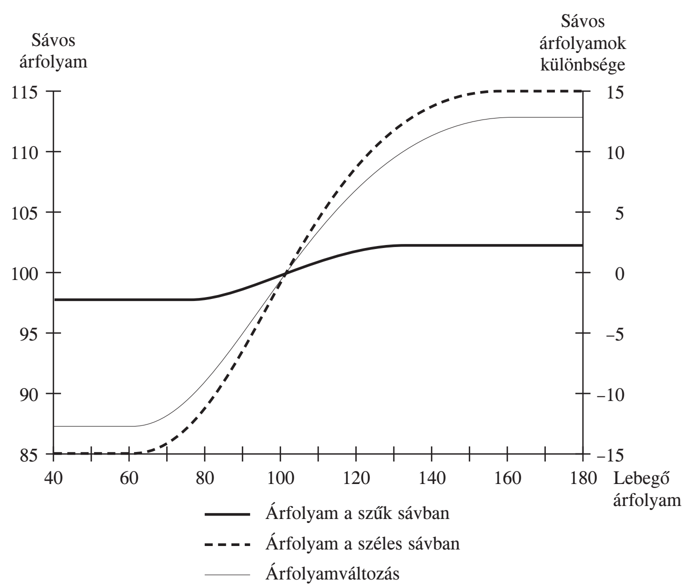
A sávos árfolyam a látens, lebegő árfolyam függvényében



A saját algoritmusom alapján számolva a CRR modellel, [85,115] sávban, N = 50, szórás = 20 százalék, T = 1 év, r = 5 százalék.

5. ábra

A sáv szélesítésének hatására bekövetkező árfolyamváltozás a lebegő árfolyam függvényében

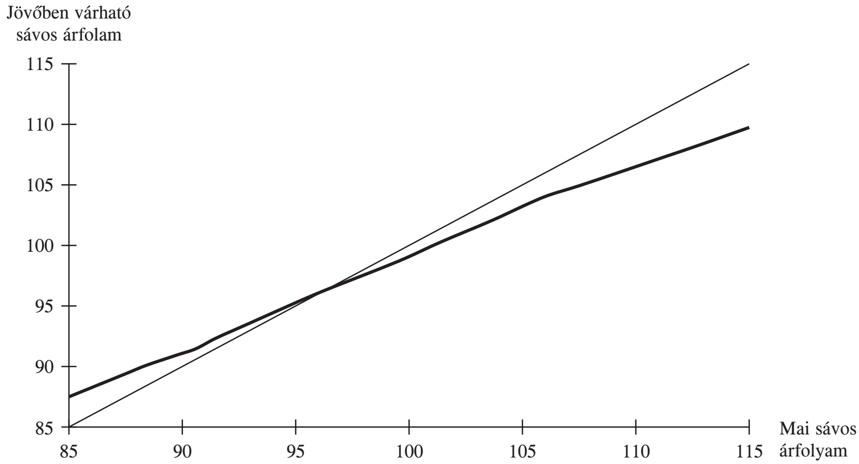


A saját algoritmusom alapján számolva a CRR modellel, a [97,75,102,25] eredeti sáv lett kiszélesítve [85,115]-re. N = 50, szórás = 20 százalék, T = 1 év, r = 5 százalék.

A sávos árfolyam és a látens, lebegő árfolyam kapcsolatának vizsgálatakor a sávos árfolyam irodalmából jól ismert összefüggés figyelhető meg az opciós elemzési keretben, azaz a látens, lebegő árfolyam függvényében a sávos árfolyam egy *S* alakú görbéhez hasonlít, mint azt a *4. ábra* is mutatja.

6. ábra

A jövőben várható árfolyam a mai árfolyam függvényében



[85,115] sáv, $N = 50$, szórás = 20 százalék, $T = 100$ év, $r = 5$ százalék.

Egy meglepetésszerű sávszélesítés esetén – mely előtt és után feltételezem a jegybank árfolyam-politikájának hitelességét – az *5. ábráról* leolvasható eredményt kaptam, azaz a sávszélesítés hatására az árfolyam erősödött, ha már eleve a sáv erősebb felében volt, és gyengült, ha a gyengébb felében volt. Érdemes megfigyelni, hogy ha a szűkebb sávban az árfolyam szinte megegyezik a sáv szélével, akkor ebből még nem következik, hogy a kiszélesített sávban is a sávszélhez fog tapadni az árfolyam.

A mai sávos árfolyam és a várható sávos árfolyam kapcsolatának vizsgálata fontosabb a látens, lebegő árfolyam és a sávos árfolyam kapcsolatánál, hiszen a látens, lebegő árfolyam egy nem megfigyelhető árfolyam, míg a várható sávos árfolyam a valódi árfolyam várható értéke. A sávos árfolyam várható értékét a látens, lebegő árfolyam lehetséges jövőbeli értékei alapján lehet meghatározni, felhasználva azt, hogy a lehetséges jövőbeli lebegő árfolyamokhoz egyértelműen hozzárendelhetők a lehetséges jövőbeli sávos árfolyamok. Eredményül a *6. ábra* görbéje adódik, amely szerint a sávközéphez tartás jellemzi a sávos árfolyamot. A görbe annak figyelembevételével készült, hogy a valóságban a jegybank nem határozza meg előre a sávos rendszer végét, így a $T = \infty$ feltételezés lenne a helyes. Ehelyett a $T = 100$ *év* feltételezéssel készült az ábra.[21]

Az elemzési keret kritikája. A tanulmány elemzési keretének alapja az, hogy a jegybank által meghatározott sávos árfolyam-rendszerbeli árfolyam leírása a látens, lebegő árfolyam és az opciók segítségével történik. Méghozzá úgy, hogy a lebegő árfolyamrendszerben az árfolyam szokásosan feltételezett folyamatával a sávos árfolyam folyamata konzisztens legyen, azaz a látens, lebegő árfolyam a lebegő árfolyamra feltételezett folyamatot kövesse (diszkrét modellben például a CRR szerint meghatározott folyamatot, folytonos modellben például Wiener-folyamatot). Ezzel azt is feltételeztük, hogy a látens, lebegő árfolyam vagy „fundamentum” alakulása exogén módon leírható, azaz nincs

[21] Ennek a kérdésnek a vizsgálatakor azért volt kiemelkedő fontosságú, hogy T végtelen, de legalábbis a számolás során 100 év legyen, mert ha véges időn belül megszűnik a sávos árfolyamrendszer, akkor a jövőbeli árfolyamot már az árfolyamrendszer végéhez való közeledés feltételezésével kell meghatározni. Ennek figyelembevétele sávszélhez tartást eredményez a középhez tartás helyett, azaz ha ma gyenge az árfolyam, akkor várhatóan tovább fog gyengülni, míg ha erős, akkor további erősödésre lehet számítani. Így két ellentétes hatás eredőjét mutatná az ábra.

rá hatással az árfolyamrendszer; attól függetlenül, valamilyen sztochasztikus folyamattal jellemezhető.

Az árfolyamrendszer és a „fundamentum” vagy látens, lebegő árfolyam alakulásának függetlenségére vonatkozó feltételezés nem fogadható el, ha úgy véljük, hogy a sávos árfolyamrendszer puszta fennállásával befolyásolja a reálváltozókat, illetve azokat a változókat, amelyek egy lebegő árfolyamrendszerben az árfolyamra nézve meghatározók. Ha pedig elfogadjuk az ilyen hatások létezését, akkor nem feltételezhetjük a továbbiakban, hogy ugyanebben a gazdaságban a látens, lebegő árfolyam – vagy „fundamentum” – alakulására ne hatna maga az árfolyamrendszer, azaz ne módosítaná annak folyamatát. A befolyásolásra például a következő gondolatmenetekkel lehet rámutatni.

– A sávos árfolyamrendszer biztosítva az árfolyam volatilitásának csökkenését, a gazdasági bizonytalanság mérséklésén keresztül kedvező hatású lehet a reálszférára nézve. Ezzel az állítással *Stockman* [1999] vitatkozik.[22]

– A reálváltozók és az árfolyamrendszer egy másik összefüggésére hívja fel a figyelmünket *Baldwin–Krugman* [1989]: a nagy árfolyamsokkoknak – amelyektől a sávos árfolyamrendszer mentes – állandó hatásuk lehet a kereskedelemre és az egyensúlyi árfolyamra. Érvelésük alapja az, hogy a nagy árfolyamváltozásoktól függ a vállalatok piacra/ról való be- és kilépése, az export megkezdése és leállítása. Egy külföldi vállalat, mely elhatározta, hogy a kedvező árfolyam miatt a belföldi piacon megjelenik, nem fog kivonulni a piacról, amint az árfolyam a belépéshez kedvező szintjét átlépi, ugyanis ekkor elvesztené a már kifizetett piacra lépési költségeket. Tehát a piacról való kivonulás mellett akkor dönt a vállalat, ha a piacon maradás nem pusztán veszteséges, hanem a veszteségek egy bizonyos szintnél nagyobbak. Így a hazai deviza egy sokknak köszönhető felülértékelődésének következtében megjelennek a belföldi piacon a külföldi vállalatok, majd amikor az árfolyam visszatér az eredeti szintjére, a külföldi vállalatok nem hagyják el a piacot. Ezzel a kereskedelmi mérleg permanens módon változik, és vele együtt az egyensúlyi árfolyam is. Baldwin és Krugman az 1980-as években tapasztalható amerikai székhelyű vállalatok piacvesztését hozza fel példának, amelyet a dollár erősödésével, majd gyengülésével magyaráznak a fentebbi gondolatmenet szerint.

– Az eddigieken kívül van még egy vitathatatlanul fontos összefüggés az árfolyamrendszer és a látens, lebegő árfolyam vagy „fundamentum” alakulása között. Ez a kapcsolat a pénzmennyiség változásán keresztül ragadható meg, ugyanis a sávos árfolyamrendszer fenntartásával a pénzmennyiséget a jegybank változtatni kénytelen, ha a devizapiac a sávos devizát a sáv gyenge szélénél is kevesebbre, vagy ha a sáv erős szélénél is többre értékeli. Ez persze csak akkor fordulhat elő, ha nem tökéletesen hiteles a jegybank. Ekkor ugyanis felmerülhet az árfolyamrendszer módosításának lehetősége – sávszélesítés, lebegő rendszerre való áttérés. Az árfolyamrendszer módosulásával az árfolyam már a sávon kívüli értéket is felvehet, és ezzel megalapozza a devizapiaci szereplők korábbi értékelését, amelyben a devizát a sávnál gyengébbre vagy erősebbre értékelték. Ha a jegybank hiteles az árfolyamrendszer fenntartásának szempontjából – azaz biztosan fenn tudja és fenn akarja tartani a sávos árfolyamrendszert, akkor semmi sem alapozza meg, hogy a piaci szereplők a devizát a sávnál gyengébbre vagy erősebbre értékeljék. Ha

[22] Stockman szerint a legtöbb ország számára a szabadon lebegtetett árfolyam az ajánlott. Bár elismeri, hogy a bizonytalanságnak lehetnének reálhatásai, de az utóbbi évtizedek makromutatói az ellenkezőjét támasztják alá, amit a pénzügyi piacok fejlődése magyaráz. A piacok fejlődésével a kockázatok eliminálhatók a különböző fedezési lehetőségek megjelenésével. Tehát a reálhatás akkor számottevő, ha a gazdasági szereplőknek nincs módjuk árfolyam-kockázatukat olcsón fedezni, illetve ha még nem elterjedt a fedezés gyakorlata. A fedezés lehetőségét hangsúlyozó érv ellen a következő ellenérv szólhat: a reálhatások teljes eliminálásához az is szükséges, hogy bármilyen hosszú időtávra lehessen fedezni, valamint a jövőbeli pénzáramlás is ismert legyen. Ez azonban nem jellemző a gyakorlatban.

a piaci szereplők a devizát éppen a sáv szélének megfelelően értékelik, akkor a tökéletesen hiteles jegybank is jelen lehet a devizapiacon. A nem tökéletesen hiteles jegybank pedig esetenként kénytelen a saját devizájának eladásával vagy vételével elérni az árfolyam sávban maradását. A jegybank devizapiaci részvételével a pénzmennyiség változik, ami pusztán az árfolyamrendszer következménye. A pénzmennyiség változása egy lebegő árfolyamrendszer devizájának árfolyamát befolyásolná, így nem feltételezhető, hogy a sávos árfolyamrendszer a fennállásával ne hatna a látens lebegő deviza árfolyamára.[23]

A fentebbi érvek szükségessé teszik, hogy a sávos árfolyam opciós megközelítésénél a lebegő árfolyam folyamatát az árfolyamrendszer hatásainak figyelembevételével határozzuk meg, csakúgy, mint a nem opciós megközelítés esetén a fundamentum folyamatát. A feladat bonyolultsága miatt azonban valószínű, hogy kénytelenek vagyunk továbbra is az eddig használt folyamatainkat alkalmazni mind a fundamentumra, mind a látens, lebegő árfolyamra, és az árfolyamrendszer visszahatásait figyelmen kívül hagyni.

*

A tanulmányomban leírtam, hogyan lehet a sávos árfolyamrendszerű deviza árfolyamát – és a hozzá hasonló sávba korlátozott árfolyamú termék árfolyamát – opciók segítségével meghatározni. Az opciós leírással olyan folyamatot határoztam meg a sávos árfolyam jellemzésére, amely konzisztens a lebegő árfolyamrendszerben az árfolyam szokásosan feltételezett folyamataival, azaz a látens, lebegő árfolyam a lebegő árfolyamok leírására általában használt folyamatok bármelyikét követheti. Az opciós megközelítés a lebegő árfolyam feltételezett folyamatának függvényében ad egy folyamatot a sávos árfolyamra, ha kihasználjuk azt az összefüggést, amely szerint egy sávos rendszer devizája nem más, mint a mögötte meghúzódó, látens, lebegő rendszerű deviza, egy long put és egy short call opció. Az opciók amerikai típusúak, kötési árfolyamuk az árfolyamsáv széleivel egyezik meg. Az opciók alapterméke részben a látens, lebegő rendszerű deviza, részben pedig a másik opció. Az opciók azért vonatkoznak egymásra is, mert amikor a sávos rendszerű devizába beépített put opciónkkal kívánunk élni, akkor nemcsak a látens, lebegő árfolyamú devizánktól válunk meg, hanem a call opciótól is. Hasonlóképpen, a jegybank – élve a fiktív call opciójával – a put opciónkkal együtt veszi meg a látens, lebegő árfolyamú devizánkat.

A látens, lebegő árfolyam feltételezett folyamatától függetlenül beláttuk, hogy a sávos árfolyam opciós leírása mindig egy sávon belüli értéket ad a sávos árfolyamra. Bizonyítottuk továbbá, hogy ha a látens, lebegő árfolyam folyamatát diszkrét modellben írjuk le, akkor a sávos árfolyam opciós leírásával egyértelműen meghatározzuk a sávos árfolyamot jellemző folyamatot. A CRR modell keretei között egy számolási eljárást adtunk az opciók binomiális fáinak és egyben a sávos árfolyam binomiális fájának meghatározására. A sávos árfolyam folyamatának meghatározása után lehetőség nyílik a sávos árfolyamrendszerű devizára szóló opciók beárazására.

Miután elkészítettem az opciók értékének kiszámítására adott algoritmus programját, a sávos árfolyamot több szempontból is megvizsgáltam. *1.* Milyen a sávos árfolyamrendszerű deviza árfolyamának és a látens, lebegő árfolyamnak a kapcsolata? *2.* Hogyan változik a sávos árfolyamrendszerű deviza árfolyama a sávszélesítés esetén? *3.* Milyen a mai sávos árfolyam és a várható sávos árfolyam kapcsolata?

[23] Ez utóbbi probléma Krugman modelljében nem merül fel, ott ugyanis az árfolyam a pénzmennyiségnek is függvénye, így az árfolyamrendszer fenntartásával együttjáró pénzmennyiség-változás az árfolyamban megmutatkozik.

Hivatkozások

BALDWIN, R.–KRUGMAN P. [1989]: Persistent Trade Effect of Large Exchange Rate Shocks. Quarterly Journal of Economics, 104 (4), 635–654. o.

BARONE-ADESI, G.–WHALEY, R. E. [1987]: Efficient Analytic Approximation of American Option Values. Journal of Finance, 42, június, 301–320. o.

CAMPA, J. M.–CHANG, P. H. K. [1996]: Arbitrage-Based Tests of Target Zone Credibility: Evidence from ERM Cross-Rate Options. The American Economics Review, szeptember, Vol 86, No. 4. 726–740. o.

CAMPA, J. M.–CHANG, P. H. K.–REFALO, J. F. [1999]: An options-based analysis of emerging market exchange rate expectations: Brazil's Real plan, 1994. 1997, NBER Working Paper, No. 6929. 43. o.

DANCS ISTVÁN [1995]: Bevezetés a matematikai analízisbe. Aula, Budapest.

DUMAS, B.–JENNERGREN, P.–NÄSLUD, B. [1993]: Currency Option Pricing in Credible Target Zones. Review of Futures Markets, 12, 323–340. o.

DUMAS, B.–JENNERGREN, P.–NÄSLUD, B. [1995]: Realignment Risk and Currency Option Pricing in Target Zones. European Economic Review, 39, 1523–1544. o.

GESKE, R. [1979]: The Valuation of Compound Options. Journal of Financial Economics, 7. 63–81. o.

HULL, J. C. [1999]: Opciók, határidős ügyletek és egyéb származtatott termékek. Panem–Prentice Hull, Budapest.

KRUGMAN, P. [1998]: Sávos árfolyamrögzítés és árfolyam-dinamika. Megjelent: *Darvas Zsolt–Halpern László* (szerk.): Árfolyamelmélet. Osiris–Láthatatlan Kollégium, Budapest, 160–171. o. A tanulmány első megjelenése: Quarterly Journal of Economics, 1991. augusztus.

MACMILLAN, L. W. [1986]: Analytic Approximation for the American Put Option. Advances in Futures and Options Research, 1, 119–139. o.

MALZ, A. M. [1996]: Using options prices to estimate realignment probabilities in the European Monetary System: the case of sterling-mark. Journal of International Money and Finance, Vol 15, No 5, 717–748. o.

MIKOLASEK ANDRÁS [1998]: A magyar árfolyamrendszer egy elméleti kerete. Közgazdasági Szemle, 9. sz.

MIZRACH, B. [1996]: Did option prices predict the ERM crises? Working Paper, 96–10, Rutgers University, Department of Economics.

ROSE, C. [1995]: A statistical identity linking folded and censored distributions. Journal of Economics Dynamics and Control, 19. 1391–1403. o.

STOCKMAN, A. C. [1999]: Choosing an exchange-rate system. Journal of Banking & Finance, 23. 1483–1498. o.

SVENSSON, L. E. O. [1991]: The term structure of interest rate differentials in a target zone. Journal of Monetary Economics, Vol 28., 87–116. o.

SZÁZ JÁNOS [1999]: Tőzsdei opciók. Tanszék Kft., Budapest.