Közgazdasági Szemle, LI. évf., 2004. július–augusztus (638–658. o.)

NASZÓDI ANNA

A sáveltolás árfolyamhatásának vizsgálata opciós modell keretei között

Az opcióalapú modellben a sávos árfolyamú deviza megfelel egy lebegő rendszerbeli devizának és két opciónak. Az opciók kötési árfolyama a sáv széleivel egyezik meg, így az opciós modell szerint a sáv eltolása a kötési árfolyamok megváltozásán keresztül közvetlenül hat az árfolyamra. E modell segítségével vizsgáljuk a forint 2003 nyarán bekövetkezett leértékelődését. Arra a kérdésre keressük a választ, hogy a forint gyengülését mennyiben okozta közvetlenül a sáveltolás, mennyiben okolható az EMU konverziós rátára vonatkozó várakozások megváltozása, illetve a bizonytalanság megnövekedése.*

Journal of Economic Literature (JEL) kód: F31, F33, G12, C63.

A Magyar Nemzeti Bank 2003. június 4-ei közleménye[1] szerint a kormány kezdeményezésére a Magyar Nemzeti Bank és a kormány a forint ±15 százalékos szélességű árfolyamsávjának változatlanul hagyása mellett a középárfolyam módosításáról döntött. Az új 282,36 forint/eurós középárfolyam váltotta fel a korábbi 276,1 forint/eurós középárfolyamot, ami 2,26 százalékos sávgyengítésnek felel meg.

Az opciós modell[2] keretei között megvizsgáljuk, hogy a sáveltolást követő forintgyengülés mennyiben tudható be pusztán az eltolásnak. Minthogy a jelenlegi sáveltolás igen kismértékű volt, ezért nem meglepő módon azt kaptuk, hogy az eltolás önmagában alig egyszázalékos árfolyamgyengülést okozhatott volna közvetlenül. Így az árfolyamrendszer módosítása utáni időszakban bekövetkezett nagyobb mértékű gyengülés a forint majdani rögzítésére vonatkozó várakozások feltételezhető jelentős megváltozásának és a bizonytalanság megnövekedésének tulajdonítható – amelyekhez maga a sáveltolás is hozzájárult.

Intuitív módon is megmagyarázható, hogy a sávgyengítés hatására a forintnak gyengülnie kell, mivel a jövőbeli lehetséges árfolyam hatással van a jelenlegire, és a sávelto-

* A tanulmányban kifejtett nézetek a szerző véleményét tükrözik és nem feltétlenül esnek egybe az MNB hivatalos álláspontjával, sem az MNB vezetőinek véleményével. Az elhatárolódás különös tekintettel vonatkozik az alkalmazott modell számszerűsítésénél az EMU konverziós rátára tett hipotézisekre, melyekre kizárólag a modell megoldása miatt volt szükség, és a Reuters által a piaci elemzők körében végzett felmérésen alapulnak, így pusztán illusztrációként szerepelnek, de sem az MNB, sem annak illetékes vezetőinek az álláspontját nem tükrözik.

Ezúton szeretném megköszönni *Darvas Zsolt* hasznos tanácsait, észrevételeit és a tanulmány készülésének folyamatos figyelemmel kísérését. Továbbá szeretnék köszönetet mondani egy névtelen lektornak és a Magyar Nemzeti Bank szemináriumán résztvevőknek értékes hozzászólásaikért. A tanulmányban maradt esetleges hibákért kizárólag a szerző a felelős.

[1] Lásd Az MNB közleménye középárfolyam módosításról (2003. június 4). http://www.mnb.hu/modulei.asp?id=77&did=2067.

[2] Az itt alkalmazott opciós modellről lásd még *Naszódi* [2002].

Naszódi Anna, Magyar Nemzeti Bank közgazdasági főosztály.

lás után a forintnak a jövőben kisebb tere van az erősödésre, nagyobb tere a gyengülésre. A gyengülés mértéke függ a sáveltolás előtti árfolyam sávon belüli helyétől, és *ceteris paribus* legfeljebb akkora lehet hiteles sáv esetén, mint a sáveltolás mértéke.

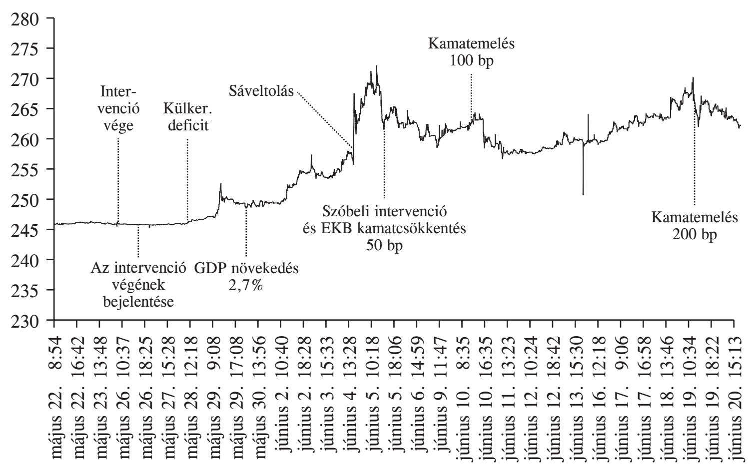
A tanulmány három részből áll: először a forint sáveltolásának környékén megjelenő fontosabb híreket ismertetjük, majd az opciós modell felvázolása és az irodalomban eddig javasolt néhány más opciós modellel való összevetése után bemutatjuk annak aktuális alkalmazását a forint 2003. évi sáveltolására. Végül a sáveltolás közvetlen hatását vizsgáljuk.

A sáveltolás körülményei

A sáveltolás bejelentése után a forint árfolyama gyengült. Ugyanakkor a gyengülés tendenciája már az eltolás előtt elkezdődött. Az alábbiakban azokat a híreket foglaljuk össze és értelmezzük, amelyek a forint árfolyamára jelentős hatással bírhattak a sáveltolás előtti és utáni hetekben. A Reuters-híreket átnézve megállapítható, hogy a sáveltolás környékén az adatok és hírek sűrűn zúdultak a piacra. Ezek közül a következőket tekintettük kiemelkedő fontosságúnak az árfolyam szempontjából.

1. ábra

A forint árfolyamának alakulása 2003. május 22. és június 20. között



Megjegyzés: 2 percenkénti adatok alapján, az esték és a hétvégék kivételével.

Május 23-án lezárult a csendes intervenció időszaka, amit május 26-án jelentett be az MNB. A csendes intervenció a januári spekulációs támadás[3] utáni konszolidáció része volt, amely a nyíltpiaci devizaeladással és a devizaeladási aukciók tartásával együtt 3,8 milliárd euró rendezett távozását tette lehetővé. A felértékelési spekuláció után végrehajtott devizapiaci intervenció alapvetően különbözött a szokásos jegybanki intervencióktól: az MNB által végrehajtott intervenció más jegybanki intervenciótól eltérően nem árfolyam-befolyásolási szándékkal történt, hanem egy mennyiségi problémát kezelt. A magyar piac méreteihez képest hatalmas összegű, 5,3 milliárd euró spekulatív, rövid futamidejű forintkövetelés volt a piacon, ami komoly árfolyam-gyengülési kockázatot jelen-

[3] A spekulációs támadásról lásd *Barabás* [2003].

tett. Ha egy hagyományos, az árfolyam befolyásolását célzó intervenció vége ismertté válik, akkor annak szükségszerűen az árfolyam ellenirányú mozgását kell kiváltania, míg az MNB által alkalmazott csendes intervenciónak nem feltétlenül. Úgy véljük, hogy a jelentős mennyiségű spekulatív forintkövetelés lecsökkentése az árfolyam gyengülésének kockázatát is mérsékelte, hiszen a jegybanki intervenció hiányában a spekulatív tőke hirtelen távozása a forint gyengülését okozhatta volna. Ezzel szemben néhány devizapiaci elemző a forint későbbi gyengülésének kiváltójaként egyértelműen az intervenció végét tartja. A bejelentést követő napokban az árfolyam nem mozdult el jelentősen, ami vagy azzal magyarázható, hogy a hír nem érdemleges az árfolyam szempontjából, vagy csak néhány nappal később vezetett nagyobb eladási szándékhoz.

Május 28-án kijött az első negyedéves külkereskedelmi deficitről szóló negatív hír, május 30-án pedig az első negyedéves GDP növekedési adat látott napvilágot, amelyek a vártnál kedvezőtlenebbek voltak: a GDP 2,7 százalékkal nőtt csupán, míg egy Reuters felmérése szerint az elemzők 3,41 százalékot vártak. Így a gyengülésnek volt fundamentális alapja, a meglepő csupán az, hogy a romló gazdasági helyzetnek már korábban is voltak jelei, amelyekre a piac nem reagált.[4] A várakozáson aluli GDP-növekedés hírére a forint gyengült, de jelentősebb – 2 százalékot meghaladó – gyengülése csak a sáveltolást megelőző június 2-án és június 3-án következett be. Vannak, akik a közvetlenül a sáveltolást megelőző gyengülés kapcsán a sáveltolás hírének kiszivárgására gyanakodnak, de a GDP növekedéséről szóló hír lassú feldolgozása is kiválthatta a június 2-ai, 3-ai gyengülést. Egy elemző szerint június 3-án reggel az egyik nagyobb piaci szereplő jelentős mennyiségű forinteladást indított, ami a forint gyengítésével azon szereplőket is eladásra ösztönözte, akik különben tartották volna pozíciójukat. A sáveltolás bejelentése utáni nap, június 5-én délelőtt, közvetlenül a bejelentés előtti árfolyamnál (körülbelül 256 forint/euró) még 6 százalékkal gyengébb árfolyamon (272 forint/euró) is kereskedtek, ami még jelentősebb gyengülés, ha az esetleges kiszivárgás előtti árfolyamhoz (körülbelül 250–253 forint/euró) viszonyítjuk. A sáveltolás utáni első reakciókat később ellensúlyozta a piac, 5-én délben már 261–265 forint/euró közötti árfolyamon kereskedtek. Az erősödéshez a jegybank szóbeli intervenciója is hozzájárulhatott, amely szerint a jegybank minden eszközt meg fog ragadni, hogy az inflációs cél elérése érdekében kívánatosnak tartott 250 forint/eurós árfolyamra visszavigye a forintot. Erre a június 5-ei, 50 bázispontos EKB kamatlábcsökkentés is rásegíthetett, bár a döntés nem volt váratlan. A szóbeli intervencióval összhangban június 10-én az MNB 6,5 százalékról 100 bázisponttal megemelte a jegybanki alapkamatot, amelyet június 19-én egy újabb, 200 bázispontos emelés követett. A június 19-ei kamatemelésről kiadott közlemény az újabb kamatemeléstől való félelmet igyekezett mérsékelni.[5]

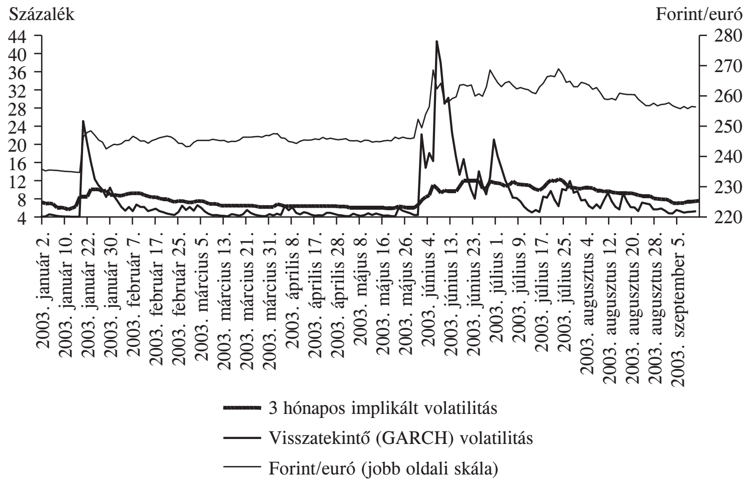
A sáveltolás után az árfolyam múltbeli adatokból becsült volatilitása is megugrott,[6] és

[4] A romló gazdasági helyzetet mutatja a költségvetési egyenleg és a külkereskedelmi mérleg növekvő hiánya, a GDP növekedését meghaladó ütemű reálbér-növekedés. „Tavaly ősz óta lehet tudni, hogy fenntarthatatlan a fennálló állapot, és komoly változás kell, hogy a dolgok a rendes kerékvágásba kerüljenek. Érdekes módon azonban a pénz- és tőkepiaci szereplők akkor még nem figyeltek ezekre a figyelmeztető jelekre." – nyilatkozza Pete Péter. Lásd A forintmizérián százmilliárdokat veszít az állam. 2003. július 3. http://index.hu/gazdasag/magyar/pete030703.

[5] „Az inflációs célkitűzés rendszerében a jegybank nem tekinti feladatának a forint árfolyamának közvetlen menedzselését, és rövid távon tolerálja a forint árfolyamának ingadozását. A Monetáris Tanács arra törekszik, hogy az irányadó kamat megemelése után kialakult magasabb hozamszinttel mérsékelje a kedvezőtlen árfolyam-alakulás inflációra gyakorolt hatását. Ugyanakkor bízik abban, hogy ezzel a kamatszinttel néhány hónapos távlatban elérhető, hogy a forint árfolyama az inflációs célok eléréséhez szükséges szintre erősödjön." Lásd Közlemény a jegybanki alapkamatláb emeléséről. 2003. június 19. http://www.mnb.hu/dokumentumok/20030619_hu.pdf.

[6] A *2. ábra* azt is mutatja, hogy a sáveltoláskor a volatilitás jobban megugrott, mint a januári spekulációs támadás idején.

2. ábra
Forint/euró árfolyam volatilitása



a forintra szóló opciók implikált volatilitása is megnőtt, ami a bizonytalanság előretekintő indikátora. A bizonytalanság növeléséhez nemcsak a hazai gazdasági helyzet romló tendenciájáról szóló hírek, a kamatemeléssel kapcsolatos eltérő várakozások és a sávos rendszer hitelességének csökkenése, hanem a nyilatkozatok is hozzájárulhattak. Ez utóbbira szolgáltatott példát a május 20-án elhangzott Solbes-javaslat,[7] amelyet később félreértésnek minősítettek. E szerint az ERM–2-ben az árfolyam stabilitást nem az eredeti ± 15 százalékos sávban néznék, hanem $\pm 2{,}25$ százalékos sávban, ami nehezítené az árfolyamra vonatkozó maastrichti kritérium teljesítését. A preferált árfolyammal kapcsolatban elhangzó, különböző tartalmú nyilatkozatok is növelték a piaci szereplők bizonytalanságát. Az eltérő tartalmú hazai nyilatkozatokat példázza, hogy míg a jegybankelnök a 250 forint/euró körüli árfolyamot tartotta elfogadhatónak az inflációs cél teljesüléséhez, addig a pénzügyminiszter a 250–260 forint/eurós szintet tartotta megfelelőnek a sáveltolás után.

A sávos rendszer hitelessége a sáveltolás hatására csökkenhetett – már csak a további sáveltolás esélye miatt is, amelyet a piaci szereplők nem tartottak kizártnak.

Minthogy a kamatemelésnek többféle hatása lehet az árfolyamra, így a rá vonatkozó várakozásnak is. A jelenlegi külföldi kötvénytulajdonosok veszítenek a kamatemelésen, így egy további veszteséget elkerülő *(stop-loss)* kereskedési stratégia azt diktálhatja, hogy számolják fel a kötvénypozíciójukat, és ezzel együtt a forint pozíciójukból is szálljanak ki. Ez a forint gyengüléséhez vezet, amelyet ellensúlyozhat, hogy a megnövekedett kamatok vonzóvá teszik a hazai kötvényeket az azokkal még nem rendelkező külföldi befektetők számára. Ugyanakkor a hazai kötvények potenciális és jelenlegi külföldi vevőit elbizonytalanítja mind a forint további gyengülésének esélye, mind az esetleges gyengülésre adható lehetséges válasza a jegybanknak, nevezetesen a további kamatemelés. A kamatemelés mértékének és időzítésének kiszámíthatatlansága természetes módon tovább növeli a bizonytalanságot.

[7] Solbes nyilatkozatáról lásd Szűkebb árfolyamsáv az ERM-II-ben? Csúszhat a közös pénz bevezetése. 2003. május 21. http://www.portfolio.hu/cikkek.tdp?k=3&i=30219, valamint: Félreértették Solbest – mégsem feltétel a ± 2,25%-os sáv?", 2003. június 24. http://www.portfolio.hu/cikkek.tdp?k=3&i=31112

A sávos árfolyam opciós modellje

A sávos árfolyam elemzésének és az opcióárazás problémájának hasonlóságára Krugman is felhívja a figyelmet a sávos árfolyamról szóló, klasszikusnak tekinthető művében.[8] Az analógia felvázolásán túl azonban nem tér ki az opciók típusának meghatározására (amerikai/európai), valamint az opciók alaptermékének pontosabb leírására. A sávos árfolyam opciós megközelítésének nincs kiterjedt irodalma, ismereteim szerint csak a következő művekben kerül még tárgyalásra az opciós megközelítésnek két, az ittenitől eltérő változata: *Mikolasek* [1998], valamint *Copeland* [2000] (15.4. fejezet). *Mikolasek* [1998] meghatározza az opciók típusát is, de az opciók alapterméke eltér az itt alkalmazottól, mivel ott az opciók nem részei egymás alaptermékének. *Copeland* [2000] az opcióárazás során gyakran használt binomiális fákon mutatja be a fundamentum folyamatának és a sávos árfolyam folyamatának a kapcsolatát. Minthogy csak az egyik sávszél hatását illusztrálják a binomiális fák, ezért a két opció árának együttes meghatározására és összefüggésére nem tér ki. Az itt következő opciós modelltől eltérően, de a Krugman-modellhez hasonlóan, a sáv szélének elérése intervenciót vált ki, amely megváltoztatja a fundamentumot, és ez biztosítja, hogy az árfolyam a sávon belül maradjon.

A sávos árfolyam opciós modellje rokonságban áll a sávos árfolyam – talán legismertebb – Krugmantól származó modelljével. A Krugman-modell szerint a sávos árfolyam a fundamentum függvényében egy *S* alakú görbéhez hasonlít, ahol a fundamentum egy makroökonómiai mutatókból képzett változó. Az opcióalapú modell szerint a sávos árfolyam – a fundamentum helyett – a lebegő árfolyam függvényében szintén egy *S* alakú görbéhez hasonlít (lásd a későbbiekben bemutatásra kerülő *5.a ábra* bármelyik görbéjét), ahol a lebegő árfolyam az az árfolyam, ami lebegő rendszerben lenne[9]– minden más változatlansága mellett. Az opcióalapú modellben opciók korlátozzák a sávos árfolyam folyamatát a sávon belülre. Az opciók lejáratakor egy fordított *Z* alakú görbéhez hasonlít a sávos árfolyam gráfja a lebegő árfolyam függvényében, amely fordított *Z* alakú görbe a Krugman-modell kiindulópontja. A Krugman-modellben az árfolyam várható jövőbeli elmozdulásának figyelembevételével kerekedik ki a fordított *Z* alakú görbe egy *S* alakúra, míg az opciós modellben az opciók gráfjának lejárat előtti görbülete eredményezi ugyanezt. A két modell rokonságát mutatja, hogy az opcióárazás során szintén az árfolyam várható jövőbeli elmozdulását kell számításba venni, amit az opciós modellben az opcióárazás módszereivel teszünk meg, míg a Krugman-modellben közvetlenül egy sztochasztikus differenciálegyenlet megoldásával. A módszertani eltérésen túl különbség még, hogy a Krugman-modellben az árfolyam sávon belül maradását a fundamentumot alkotó pénzmennyiség-változás biztosítja, míg az itt következő opciós modellben a lebegő árfolyam nem változik a sáv szélének elérésekor, hanem az opciók értékváltozása tartja a sávos árfolyamot a sávon belül.

Az MNB a forint sávon belül maradását azáltal biztosítja, hogy a sáv erős határán a sávszél szerinti árfolyamon korlát nélkül ad el forintot, valamint a gyenge határon korlát nélkül vesz forintot.[10] Így a forintot venni szándékozóknak nem kell az erős szélnél

[8] „Ekkor a tényleges árfolyamot felfoghatjuk egy összetett eszköz áraként is. Ez az eszköz tartalmazza az előbb feltételezett eszközt, […], azt a jogot, hogy az eszközt eladhatjuk s áron, és azt a kötelezettséget, hogy lehívás esetén el kell adnunk $\bar{s}$ áron." (*Darvas–Halpern* [1998] 166 o.)

[9] *Rangvid–Sørensen* [2001]-nél is a fundamentum helyett egy olyan látens árfolyam *(shadow exchange rate)* folyamata határozza meg a sávos árfolyam folyamatát, amely akkor lenne érvényben, ha lebegő árfolyamrendszer lenne. A szerzők a belga frank, a dán korona, a francia frank, az ír font, az olasz líra és a holland forint látens árfolyamát számítják vissza elméleti modellük alapján a megfigyelhető sávos árfolyamokból az 1979 és 1997 közötti ERM-es időszakra.

[10] A gyenge sávszélen való intervenciónak korlátot szab a devizatartalék nagysága, ettől azonban itt eltekintünk.

drágábban venniük, mert a jegybank lehetőséget ad arra, hogy tőle olcsóbban vehessenek, azaz egy opciót biztosít a forintot vevőknek. A forintot eladni szándékozók szintén a jegybankhoz fordulhatnak, ha a piacon csak a sáv gyenge szélénél kedvezőtlenebb ajánlatot kapnának a forintjuk megvételére, tehát a jegybank a forinteladóknak is kedvez egy opcióval. Nyilvánvalóan az az opció, amelyik a forinteladóknak kedvező, kedvezőtlen a forintvásárlóknak, és fordítva.

Mielőtt a sávos árfolyamot alkotó opciókat pontosabban bemutatnánk, meg kell választanunk a nézőpontot, amiből értékeljük azokat. A választott nézőponthoz pedig ragaszkodni kell, különben elveszünk az opciók világában. A nézőpont megválasztásával egyben azt is meghatározzuk, hogy melyik devizát tekintjük az opciók alaptermékének. Ha az eurót választjuk az alapterméknek, akkor annak árát forintban érdemes kifejezni, ha pedig a forintot, akkor annak értékét a szokatlan euró/forint módon. Itt a forintot választjuk az opciók alaptermékének. Tehát a forintot tartók szemszögéből értékeljük az opciókat, akik számára tehát kedvezőtlen, hogy a forint erősödésének határt szab a jegybank, viszont örvendetes, hogy a veszteségük is korlátozott.

A modell szerint egy sávos rendszer devizája nem más, mint a mögötte meghúzódó, lebegő rendszerű deviza és két opció. A két opció közül az egyik egy *long put* opció (eladási jog), amelynek kötési árfolyama a sáv gyenge szélével egyezik meg. A másik opció egy *short call* opció (vételi kötelezettség), amelynek kötési árfolyama a sáv erős szélével egyenlő. A két opció létét könnyű megérteni, ha a következőkre gondolunk: amikor a jegybank megígéri, hogy meghatározott ideig nem engedi kilépni a forintot az előre meghatározott sávból, akkor ezzel egyrészt visszavásárlási kötelezettséget vállal. Azaz a forintba beépít egy eladási jogot – a forintot tartók szemszögéből –, amellyel akkor érdemes élni a jegybankkal szemben, amikor a forint árfolyama gyenge. A devizába való beépítésen azt értjük, hogy ezek az opciós jogok csakis a forinttal együtt léteznek. Másrészt a jegybank a sáv erős széle által is korlátozza az árfolyamot. Ennek a korlátozásnak az árfolyamra gyakorolt hatása megegyezik azzal, mintha a jegybank vételi jogot kötne ki magának a forintra vonatkozóan a sáv erős szélén, amelyet szintén beépít a forintba.[11] A továbbiakban ezt a fiktív vételi jogot egy valódi call opcióval modellezzük.

Feltételezzük, hogy a jegybank árfolyam-politikája hiteles, azaz a meghirdetett árfolyamrendszert az előre meghatározott ideig fenn tudja, és fenn kívánja tartani. Ennek megfelelően ezek az opciók amerikai típusú opciók, azaz a sávos rendszer alatt bármikor lehívhatók.

A put opció a lebegő árfolyamú devizára és a call opcióra együttesen vonatkozik; a call opció pedig a put opcióra és a lebegő árfolyamú devizára vonatkozik, azaz az opciók kölcsönösen függenek egymástól. Az összetett és furcsa alaptermékek alkalmazásának jogosságát a következőkkel tudjuk alátámasztani: amikor a sávos rendszerű devizába beépített put opciónkkal kívánunk élni, akkor nemcsak a lebegő árfolyamú devizánktól válunk meg, hanem a call opciótól is. Hasonlóképpen a jegybank – élve a call opciójával – a put opciónkkal együtt veszi meg a lebegő árfolyamú devizánkat.

[11] A put opció létét könnyebb elfogadni, mert a devizapiaci szereplők valóban fordulhatnak a jegybankhoz azzal, hogy az vásárolja meg a forintjukat a sáv gyenge szélének megfelelő árfolyamon. Tehát a put opció ténylegesen lehívásra kerülhet. A call opció a valóságban nem létezik, hiszen a jegybank nem kötelezhet senkit forint eladásra, de azzal, hogy a jegybank a sáv erős szélén korlátlan mennyiségben adhat el forintot, azonos hatást ér el az árfolyamra nézve, mintha valóban egy call opcióval rendelkezne.

[12] A forint árfolyamának szokásos (forint/euró) értelmezése helyett itt az említett euró/forint módon értelmeztük az árfolyamot, így a forint többet ér, ha nagyobb az árfolyama. Ezzel összhangban a $Kp = 1/(282{,}36 \times 115\%)$ euró, a $Kc = 1/(282{,}36 \times 85\%)$ euró formában írható fel.

A sávos árfolyamú deviza árfolyama[12] tehát a következő képlettel határozható meg:[13]

$$s_t = f_t + P_{t,Kp,a}(f - C_{Kc,a}) - C_{t,Kc,a}(f + P_{Kp,a}),$$

ahol f_t a lebegő rendszerű deviza árfolyama t-edik időpontban, $P_{t,Kp,a}(f - C_{Kc,a})$ az amerikai típusú, Kp kötési árfolyamú, lebegő rendszerű devizára és a short callra vonatkozó put opció értéke t-ben. (Kp a sáv gyenge szélével egyenlő.) $C_{t,Kc,a}(f + P_{Kp,a})$ az amerikai típusú, Kc kötési árfolyamú, lebegő rendszerű devizára és a long putra vonatkozó call opció értéke t-ben. (Kc a sáv erős szélével egyenlő.) Az opciók t-beli értékét nemcsak az alaptermék t-beli értéke határozza meg, hanem az alaptermék jövőbeli értékének eloszlása is. Ennek megfelelően nem indexeltük $f - C_{Kc,a}$-t és $f + P_{Kp,a}$-t az opciók argumentumában t-vel.

A sávos árfolyam folyamatát és az azonnali értékét az opcióárazás segítségével a lebegő árfolyam feltételezett folyamatából kapjuk meg. Az itt alkalmazott opcióárazás az amerikai opciók egyik szokásos árazási metódusának egy módosított változata, amely figyelembe veszi, hogy az opciók egymásra is vonatkoznak. Míg a lebegő árfolyamról általában azt szokták feltételezni, hogy valamilyen véletlen bolyongási folyamatot követ, addig itt, a lebegő árfolyam feltételezett folyamatánál figyelembe vesszük az árfolyam jövőbeli rögzítését is. Az opcióárazás algoritmusa pedig független attól, hogy milyen folyamatot feltételezünk a lebegő árfolyamra. A sávos deviza árfolyamának végső lerögzítése, avagy a deviza „eltűnése" után nincs értelme arról beszélni, hogy mekkora lenne az árfolyama, ha lebegő rendszerben lenne. Ezért a sávos rendszer devizáját egy olyan lebegő rendszer devizája és a két opció együtteseként értelmezzük, amely lebegő rendszert a sávos rendszer megszűnésekor szintén felváltja egy rögzített rendszer. A lebegő árfolyamot a sávos árfolyam végső konverziós rátájával megegyező árfolyamon rögzítik le.

Az opcióárazási számításokat diszkrét modellel végeztük, így a lebegő árfolyam folyamatát is egy diszkrét, binomiális modellben határoztuk meg. A következőkben a diszkrét és a hozzá tartozó folytonos modellbeli folyamatot is bemutatjuk.

A diszkrét modellben meghatározott folyamat a következő Ito-folyamathoz tart a felosztás finomításával ($N \to \infty$):

$$df_t = \mu_t \cdot dt + \sigma_t \cdot dz, \text{ ahol } dz \text{ Wiener-folyamat}$$

$$\mu_t = \frac{s_T - f_t}{T - t}$$

$$\sigma_t = \sigma_0 \cdot \frac{T - t}{T},$$

ahol f_t a lebegő rendszerű deviza árfolyama a t-edik időpontban. A T-beli rögzítéskor alkalmazott árfolyamot s_T-vel jelöltük, amelyre vonatkozóan különböző feltevéseket teszünk majd a későbbiekben. A μ_t és a σ_t rendre az árfolyam t-edik időponthoz tartozó pillanatnyi várható értékét és szórását jelölik. A μ_t ilyen módon való meghatározása azt

[13] Hasonló jelöléssel a következőképpen formalizálhatjuk a Krugman által felvetett opciós összefüggést: $s_t = f_t + P_{t,Kp,a}(f) - C_{t,Kc,a}(f)$. Ez tehát az opciók alaptermékében tér el az itt alkalmazottól. Amikor az egyik sávszélhez van közel az árfolyam, akkor az egyik opció értéke nagy, a másiké kicsi, míg a másik sávszélnél pont fordítva. Minél szélesebb a sáv, annál inkább elhanyagolható az, hogy az opciók egymásra is vonatkoznak-e, vagy sem, mivel ekkor a sávszélek közelében a kisebb értékű opció egyre jelentéktelenebb. Ugyanakkor elméleti szempontból gondot jelent az opciók alaptermékének nem pontos definiálása, mivel sávon kívüli árfolyamot is eredményezhet, ha eltekintünk attól, hogy az opciók egymás alaptermékének alkotóelemei. Ennek belátásához elegendő arra gondolni, hogy ha például a $P_{t,Kp,a}(f)$, pusztán a lebegő árfolyamra szóló opciót lehívjuk, akkor az alaptermék és a put opció együttes értéke a kötési árfolyammal egyezik meg: $f_t + P_{t,Kp,a}(f) = Kp$. Ezt behelyettesítve: $s_t = f_t + P_{t,Kp,a}(f) - C_{t,Kc,a}(f) = Kp - C_{t,Kc,a}(f)$. Tehát pozitív értékű call opció $[C_{t,Kc,a}(f)]$ esetén a sávos árfolyam értéke a sáv gyenge szélénél is gyengébb lehet.

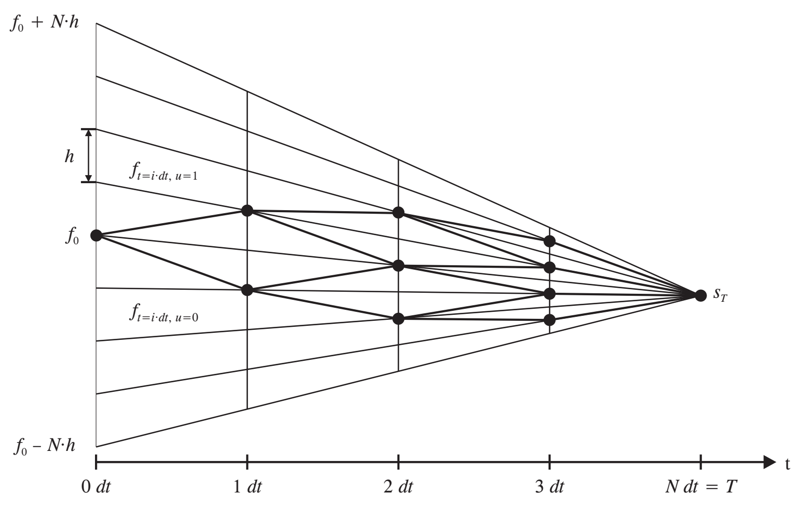
eredményezi, hogy a sávos árfolyam mindig a rögzítéskori árfolyam felé terelődjön várható értékben, a σ_t időben való csökkenése a σ_0 kezdőértékről pedig azt biztosítja, hogy a várható értéktől való eltérés egyre mérséklődjön.

A lebegő árfolyam diszkretizált folyamatát a *3. ábra* szemlélteti. Az ábrán a lebegő árfolyam jelenlegi, kiinduló értékét f_0 jelöli, a T-beli rögzítéskor alkalmazott árfolyamot pedig s_T. A h paraméteren keresztül határozható meg, hogy a folyamat mennyire szóródjon, míg a folytonos modellben a σ_0 paraméter töltötte be ezt a szerepet. Az N paraméter a binomiális modell „finomságáért” felel: azt mutatja, hogy hány egyenlő időintervallumra osztottuk fel a rögzítésig hátralevő időszakot. Minden csúcsból – a binomiális modelleknél megszokott módon – kétfelé mozdulhat az árfolyam. Feltételeztük, hogy az árfolyam ugyanolyan valószínűséggel mehet felfelé, mint lefelé. Ehhez hozzá kell fűzni, hogy a felfelé itt olykor azt jelenti, hogy kisebb mértékben csökken az árfolyam, mint a másik ágon; a lefelé pedig, hogy kevésbé megy fel az árfolyam, mint az alternatív ágon, ahogy az az ábrán látható $2dt$ és $3dt$ között, valamint az utolsó időegységre jellemző. A 0. időpont fölött a rácspontok egyelő távolságra vannak, és a csúcspontok a rácspontokból kifutó, a rögzített árfolyamba érkező „sugarakon” helyezkednek el. Az egyenlő távolságú felosztás, valamint annak feltételezése, hogy az árfolyam ugyanolyan valószínűséggel mehet felfelé, mint lefelé, azt jelenti, hogy az árfolyam várható elmozdulása a csúcsból kiinduló „sugár” mentén történik minden csúcspontban. Az ilyen módon meghatározott folyamat eleget tesz az intuitív alapú követelményeinknek: a jelenlegi árfolyamtól távolodva egyre nő az árfolyam terjedelme, majd a rögzítés hatására szűkül. Végül bármely utat járta is be az árfolyam, el kellett érnie a rögzítéskori értéket.

A lebegő árfolyam folyamatának geometriai megközelítése után megadjuk az algebrai leírását is, mégpedig úgy, hogy egy tetszőleges csúcshoz tartozó árfolyamot kifejezünk a paraméterekkel. Az $i \cdot dt$ időpontban ahhoz a csúcshoz tartozó árfolyam, amelyhez a kiindulópontból k darab felfele mozdulással, és $i - k$ darab lefele mozdulással juthatunk el:

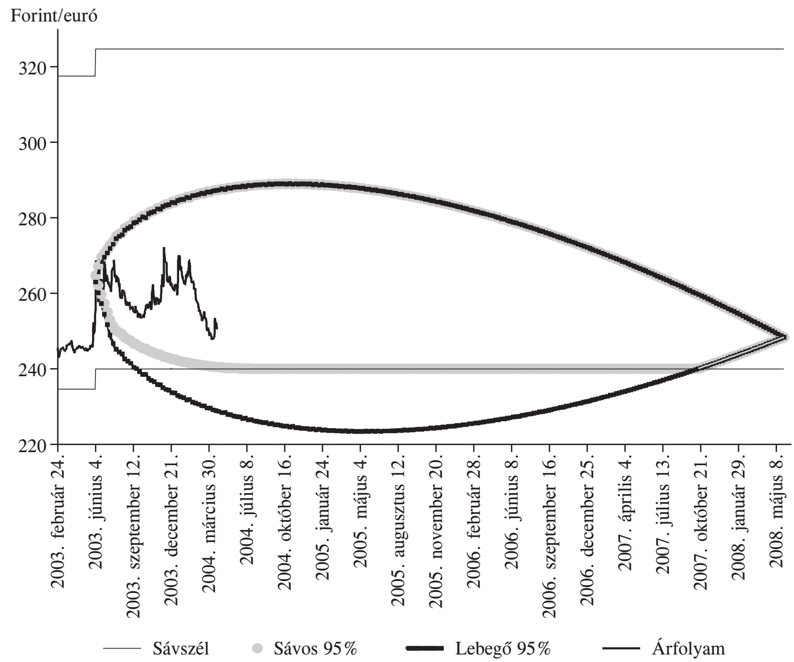
$$f_{t=i\cdot dt,u=k} = \frac{i}{N} \cdot s_T + \frac{N-i}{N} \cdot \{f_0 + h \cdot [k - (i-k)]\}.$$

3. ábra
A lebegő árfolyam folyamata diszkrét modellben



4. ábra

A sávos és a lebegő árfolyam folyamatának előretekintő, a sáveltoláskor meghatározott szimmetrikus konfidencia-intervalluma egy hipotetikus 248,4 forint/eurós konverziós ráta mellett, valamint az árfolyam tényleges alakulása



q = 2% r_0 = 9,5% T = 5 év, N = 286 h = 2,7 f_0 = 263 Ft/euró S_T = 248,4 Ft/euró

A lebegő árfolyam folyamatát a *3. ábra* mellett jól szemlélteti a *4. ábra,* amely azt mutatja, hogy a sáveltoláskor kialakított várakozás szerint, 95 százalékos szignifikancia-szinten milyen határok között kell a lebegő és a sávos árfolyamnak maradnia a rögzítésig. Mivel a gazdaságpolitikai szervek konkrét döntést még nem hoztak az euró hazai bevezetésének pontos dátumáról és a rögzítésnél alkalmazandó árfolyamról, ezért illusztrációként a piaci szereplőknek a közvetlenül a sáveltolás utáni – Reuters-felmérésből származó – várakozásai alapján számszerűsítettük a modellt. A *4. ábrán* feltüntettük az árfolyam tényleges alakulását is. Látható, hogy a sáveltolás óta az árfolyam mindvégig az így kapott határokon belül maradt.

Az opcióárazó eljárás a lebegő árfolyam jelenlegi értékének függvényében, illetve a lebegő árfolyam folyamatának ismeretében megadja az opciók és egyben a sávos árfolyam jelenlegi értékét és folyamatát. Az opcióárazás pontos eljárását a *Függelékben* ismertetjük. Az opciók beárazásához meg kell adni a hazai és a külföldi kamatokat, valamint a lebegő árfolyam folyamatát jellemző f_0, T, s_T , N és h paramétereket.

A modell kritikája

A modellel szemben mind elméleti, mind a gyakorlati alkalmazhatóság szempontjából felmerülnek kritikák. Itt a sávos rendszer hitelességének és a kizárólag a sávszélen való intervenciónak a feltételezéséből, a kamatlábak exogén módon való szerepeltetéséből és a lebegő árfolyam definíciójából adódó hátrányait emeljük ki.

Az opciós modell szerint a jegybank által meghatározott sávos rendszerbeli árfolyam a lebegő árfolyam és az opciók segítségével fejezhető ki. A lebegő árfolyam az az árfolyam, ami akkor alakulna ki, ha a rendszer lebegő lenne, de minden más, így a reálváltozók és a kamatok is változatlanok maradnának. Ha azonban a sávos árfolyamrendszer a puszta fennállásával befolyásolja a reálváltozókat,[14] illetve meghatározó a kamatpolitikára nézve, akkor a minden más változatlanságának feltételezése nem elfogadható. A reálfolyamatok és az árfolyamrendszer közötti kapcsolat egyik kiemelkedően fontos eleme, hogy a sávos árfolyamrendszer – biztosítva az árfolyam volatilitásának csökkenését – a bizonytalanság mérséklésén keresztül kedvező hatású a reálszférára nézve.[15] Az árfolyamnak a kívánt sávban tartását pedig nemcsak az árfolyamot közvetlenül befolyásoló intervencióval, hanem a jegybanki irányadó kamat változtatásával érheti el a jegybank. Ebből adódik, hogy a kamatok más szerephez jutnak a sávos rendszerben, mint a lebegőben. Azonban a lebegő árfolyam *ceteris paribus* elven alapuló definíciója aligha javítható.

A modell itt alkalmazott változatában a lebegő árfolyam folyamatát elsősorban a várt konverziós rátához való konvergencia határozza meg. A kamatlábaknak csak az opciók árazásán keresztül van – elhanyagolható – hatása az árfolyamra. Ha azonban a kamatokat az árfolyam meghatározó komponenseként akarjuk modellezni, akkor a kézenfekvő és gyakran feltételezett fedezetlen kamatparitás[16] mellett a nem nulla, exogén módon adott kamatkülönbség a sáv szélére viszi az árfolyamot. Ezért vagy endogenizálni kell a kamatkülönbséget, vagy be kell építeni a sáveltolás lehetőségét. Az utóbbi esetben a várt végső konverziós ráta is endogénné válik. Az endogén módon meghatározott kamatláb és várt végső konverziós ráta hátránya, hogy eltérhet az értékük a megfigyelt kamatlábtól, illetve az elemzők által ténylegesen várt végső konverziós rátától. Ezért nem ezt az utat választottuk, de hangsúlyozzuk, hogy így nem tudjuk vizsgálni a kamatkülönbözet változásának árfolyamhatását.

A modell egyik gyengesége abban rejlik, hogy a gyakorlattól távoli feltevései korlátot szabnak az alkalmazhatóságának. Gyakran a valóságtól elrugaszkodott, ha tökéletesen hiteles árfolyamrendszert feltételezünk. Ha nem tökéletesen hiteles az árfolyamrendszer, és a piaci szereplők a sáv módosítására számítanak, akkor már a módosítás bejelentése előtt elmozdul az árfolyam a későbbi változással megegyező irányba. Ekkor a hiteles sávos rendszer és ezzel együtt a meglepetésszerű sávmódosítás feltételezése mellett a modell felülbecsli a sávmódosítás hatására bekövetkező árfolyamváltozást, amit csak a hiteles rendszer feltételezésének elvetésével és a várakozások – korántsem egyszerű – modellezésével lehet korrigálni. Az elemzett magyar sáveltolás esetében valószínűsíthető a sávmódosítás meglepetésszerű jellege.

[14] Lásd például: *Baldwin–Krugman* [1989], akik arra az eredményre jutnak, hogy lebegő rendszerben a nagymértékű árfolyamváltozásnak tartós hatása lehet a külkereskedelemre.

[15] Ezzel az állítással *Stockman* [1999] vitatkozik. Stockman szerint a legtöbb ország számára a szabadon lebegtetett árfolyam az ajánlott. Bár elismeri, hogy a bizonytalanságnak lehetnének reálhatásai, de az utóbbi évtizedek makromutatói az ellenkezőjét támasztják alá, amit a pénzügyi piacok fejlődése magyaráz. A piacok fejlődésével a kockázatok eliminálhatók a különböző fedezési lehetőségek megjelenésével. Tehát a reálhatás akkor számottevő, ha a gazdasági szereplőknek nincs módjuk az árfolyamkockázatukat olcsón fedezni, illetve ha a fedezeti ügyletek még nem ismertek kellően. A fedezés lehetőségét hangsúlyozó érv ellen a következő ellenérv szólhat: a reálhatások teljes eliminálásához az is szükséges, hogy bármilyen hosszú időtávra lehessen fedezni, valamint a jövőbeli pénzáramlás is ismert legyen. Ez azonban nem jellemző a gyakorlatban.

[16] Ha a lebegő árfolyamra feltételeznénk a fedezetlen kamatparitást, akkor a nagyobb kamatkülönbség esetén ($r - q\uparrow$) a sávos árfolyam erősödik a lebegő árfolyam változatlansága mellett. Ennek oka, hogy a lebegő árfolyam fokozottan gyengülő trendje mellett többet érhet az eladási opciónk, és az eladási kötelezettségünkből származó potenciális veszteségünk is csökkenhet. Összességében tehát a lebegő árfolyam változatlan értéke mellett a kamatkülönbség növelése a sávos árfolyam erősödéséhez vezethet. A kamatláb és az árfolyam között ilyen módon teremtett kapcsolat azt eredményezi, hogy a modell közeledik a valósághoz, mivel rövid távon a kamatemelésnek árfolyam-erősítő hatása szokott lenni.

Annak feltételezése, hogy a jegybankok csak a sávszéleken interveniálnak, ellentmond a gyakorlatnak. A sávon belüli intervenció oka lehet, ha a jegybank a sávos rendszerből következő árfolyamcélnál egy szigorúbb árfolyamcélt kíván elérni, azaz nem elégszik meg azzal, hogy az árfolyam a hivatalosan deklarált sáv által korlátozott, hanem igyekszik az árfolyamot egy annál szűkebb sávban tartani. Az EMS-ben például, bár az 1993-as sávszélesítés után már 15 százalékos sávban mozoghattak a résztvevő országok árfolyamai, a gyakorlatban az ingadozásnak csak szűkebb teret engedtek. Mivel a sávon belüli intervenció, akárcsak az implicit sáv, általában titkos, ezért nehéz az árfolyam alakulását egy ilyen rendszerben elemezni.

A modell alkalmazása a forint 2003. június 4-ei sáveltolására

A sáveltolással közel egy időben megváltozott az EKB irányadó kamatlába, a hazai jegybanki alapkamat, a volatilitás és a piac által 2004 végére várt árfolyam, amellyel együtt vélhetően a rögzítésnél alkalmazandó árfolyamra vonatkozó várakozások is módosultak. Ezeknek a tényezőknek az árfolyamra gyakorolt hatását úgy izoláltuk, hogy a következő sorrendben egyenként vettük számításba őket:

1. az árfolyamsáv és a kamatlábak változásának hatása a sávos árfolyamra;
2. a lebegő árfolyam folyamata is változik, mivel gyengébb árfolyamon várja a piac a rögzítést (s_T) és ezzel együtt a mai lebegő árfolyam (f_0) is gyengül ugyanilyen mértékben;
3. a lebegő árfolyam szóródása (h) is megnő olyan mértékben, hogy a sávos árfolyam tapasztalt volatilitásnövekedését reprodukáljuk.

A modell alkalmazása során az inputváltozókat a következő megfontolások alapján adtuk meg. A hazai és az euró-hozamgörbét a sáveltolás előtt a 2003. június 3-ai hozamgörbékkel, míg a sáveltolás után 2003. június 20-ai hozamgörbékkel tettünk egyenlővé.[17] A hozamgörbéket megváltoztatta a jegybanki alapkamatok módosítása: a sáveltolás előtt 6,5 százalék volt a hazai jegybanki alapkamat, míg a sáveltolás után két lépésben 9,5 százalékra emelték; az EKB irányadó kamatlába is változott a sáveltolás környékén, 2,5 százalékról 2 százalékra csökkent. Mivel a rögzítéskor alkalmazandó árfolyam nem ismert, ezért valószínűségi változóként kellene kezelni. Ehelyett azzal az egyszerűsítéssel éltünk, hogy az elemzők által – a Reuters-felmérésben – megkérdezett legtávolabbi időpontra várt árfolyammal tettük egyenlővé a rögzítéskori árfolyamot. Az ebből származó torzítás mértékét úgy próbáltuk kifejezni, hogy az elemzők által várt legerősebb és leggyengébb árfolyammal is elvégeztük a számításokat. Míg a sáveltolás előtt 238,7 forint/euró volt az átlagos, elemzők által 2004 végére várt árfolyam a Reuters-felmérés[18] szerint, addig a sáveltolás után már 4 százalékkal gyengébbet, 248,4 forint/eurós árfolyamot vártak átlagosan.[19] A sávos árfolyamrendszer fennállásának idejét öt évre állítottuk be, ugyanis mind a sáveltolás előtti, mind a sáveltolás utáni Reuters-felmérés szerint az európai Gazdasági és Monetáris Unióhoz való csatlakozásunk idejére vonatkozó elemzői

[17] A kamatok precíz kezeléséhez a hozamgörbék változását is modellezni kellene. Ez utóbbi azonban csak bonyolítaná a modellt, és nem járulna hozzá jelentősen az eredmények pontosításához. Ugyanakkor egy endogén módon kezelt hozamgörbe magyarázatot adhatna a volatilitás megugrására, amit itt szintén exogén változóként kezeltünk.

[18] A sáveltolás előtti Reuters-felmérés 2003. május 22-ei, a sáveltolás utáni felmérés 2003. június 19-ei. Mivel a két felmérés között majdnem egy hónap telt el, ezért ezek a számok nem közvetlenül a sáveltolás előtti és utáni várakozásokat tükrözik.

[19] A konverziós rátára vonatkozó várakozások megváltozásának az árfolyamra gyakorolt hatását úgy is számszerűsíthettük volna, ha az egyes elemzők várakozásváltozása mellett vesszük a modell által implikált spot árfolyamváltozást, majd ezeket átlagoljuk. Ehelyett egyszerűen az átlagos várakozásváltozás hatását számítottuk ki.

várakozások átlaga 2008 közepe volt. A lebegő árfolyam volatilitását meghatározó h paramétert úgy adtuk meg, hogy a sávos árfolyam három hónap múlva lehetséges értékének évesített szórása egyezzen meg a forintra szóló, három hónap múlva lejáró opció implikált volatilitásával.[20] A sáveltolás előtt a forintra szóló opciók implikált, évesített volatilitása[21] 6 százalék körüli volt, míg a sáveltolás után 11 százalékhoz közeli (lásd a *2. ábrát*).

Az *5.a ábra* mutatja a lebegő árfolyam és a sávos árfolyam közötti *S* alakú összefüggést a sáveltolás előtt (0. görbe) és a sáveltolás után (1., 2., 3. görbék) a lebegő árfolyam különböző paraméterű folyamatai mellett. A paramétereket és az árfolyamváltozás dekompozícióját az *1. táblázat* tartalmazza. A görbék végei a sáv széleihez simulnak,[22] így a 0. görbe végei a sáveltolás előtti sávszélekhez, a többi görbéé a sáveltolás utáni sávszélekhez. Az *5.b ábra* az *5.a ábra* releváns részének kinagyítottja.

Az 1. görbe és a 0. görbe közötti különbséget elsősorban az eltérő sáv magyarázza, a kamatlábak megváltozásának csak kicsi a szerepe.[23] A sáveltolás előtt az árfolyam körülbelül 256 forint/euró volt, így a lebegő árfolyamnak 252,6 forint/eurónak kellett lennie a 0. görbe szerint (az *5.b ábra* 0. görbéjének *A* pontja).

A modell alapján azt kaptuk, hogy a sáveltolás előtti körülbelül 256 forint/eurós árfolyamnak csupán 258,1 forint/eurós árfolyamra kellett volna gyengülnie a sáveltolás és a kamatváltozások közvetlen következtében a lebegő árfolyam változatlansága mellett (az *5.b ábra* 1. görbéjének *B* pontja). Ha azonban azt is figyelembe vesszük, hogy a sáveltolás hatására (a feltételezésünk szerint 4 százalékkal, 238,7-ről 248,4 forint/euróra) gyengült a rögzítéskor várt árfolyam és vele együtt feltételezhetően azonos mértékben gyengült a lebegő árfolyam azonnali értéke (252,6-ről 262,9 forint/euróra), akkor már a sáveltolás közvetlen és közvetett hatásának 264,8 forint/eurós árfolyamig való gyengülést tulajdoníthatunk (*az 5.b ábra* 2. görbéjének *C* pontja). A 264,8 forint/eurós árfolyam már elég közel van a sáveltolás utáni napok átlagos árfolyamához, így azt mondhatjuk, hogy a modell kellően jól magyarázza az árfolyam mozgását. Valamint nem beszélhetünk arról, hogy a piac túlreagálta volna a sáveltolást, amennyiben a várakozások megváltozásának mértékét nem minősítjük túlzottnak.

Ha a lebegő árfolyam feltételezett folyamatának szóródását (h) olyannyira megnöveljük, hogy ezzel reprodukáljuk a sávos árfolyam megnövekedett volatilitását, akkor a modell szerint a 273,1 forint/eurós árfolyam[24] sem lett volna alaptalan (az *5.b ábra* 3.

[20] Mindehhez meg kell jegyeznünk, hogy a sávos árfolyam volatilitása nem pusztán a lebegő árfolyam volatilitásától függ, hanem az árfolyam sávbeli helyzetétől is. Így például a h =2,7-es érték csak a sávos árfolyam 256 forint/eurós értéke mellett eredményezi, hogy a sávos árfolyam három hónap múlva lehetséges értékének évesített szórása pontosan a megkívánt 6 százalék legyen. A sávos árfolyam kismértékű változása a változatlan h paraméter mellett a 6 százaléktól kismértékben eltérő szóráshoz vezet.

[21] Ha a volatilitást az árfolyam éves változásából számítjuk, akkor éves volatilitást kapunk. Ha azonban például napi árfolyamváltozásból becsüljük, akkor 250 gyökével szorozva kapjuk meg az évesített értékét. Az ilyen módon történő évesítés korlátos folyamatok esetében nem korrekt, hiszen maga a volatilitás is korlátos. ± 15 százalék szélességű sávban a maximális volatilitás 30 százalék, így ha a napi adatokból becsült volatilitás például 3 százalék, akkor az évesítés során értelmetlenül nagy, 30 százaléknál is nagyobb volatilitást kapunk. Ugyanakkor az évesítéshez nem szoktak ennél bonyolultabb módszert alkalmazni. Itt azzal védjük ki az évesítésből adódó problémát, hogy a sávos árfolyam három hónap múlva lehetséges értékének évesített szórását ugyanolyan időtávú opció implikált volatilitásával tesszük egyenlővé, így az évesítés nem torzít.

[22] Mivel az amerikai opciókat az alaptermék bizonyos értékei mellett érdemes lehívni, ezért a sávos árfolyam felvehet a sávszéleknek megfelelő értéket a lebegő árfolyam bizonyos véges értékei mellett és nem csupán tart azokhoz.

[23] Mivel a lebegő árfolyam itt feltételezett folyamatának μ_t paramétere nem a – gyakran feltételezett – fedezetlen kamatparitás szerint határozódik meg, ezért a hozamgörbe-változásnak elhanyagolható az árfolyamra gyakorolt hatása.

[24] A sáveltolás utáni időszak leggyengébb árfolyama 272,15 forint/euró volt.

görbéjének *D* pontja). Ugyanakkor az árfolyam megnövekedett volatilitásának átmeneti jellege nem támasztja alá az ilyen mértékű tartós gyengülést, ami nem is következett be.

Míg az *5.a* és az *5.b ábra* készítésénél azt feltételeztük, hogy a konverziós rátára vonatkozó piaci várakozás a 2004 végére vonatkozó elemzői várakozások átlaga, addig az *5.c ábrán* az elemzők által várt legerősebb és leggyengébb árfolyamhoz tartozó *S* alakú görbék releváns részét tüntettük fel. Az *5.c ábra* egyes görbéihez tartozó paramétereket a *2. táblázat* tartalmazza. Az *5.c ábra* és a *2. táblázat* mögötti elemzéssel az átlagos várakozások körüli bizonytalanság hatását számszerűsítettük a lehető legszélesebb intervallumot adva az árfolyamváltozásra. A sáveltolás előtti körülbelül 256 forint/euró árfolyamhoz 253,1 forint/euró lebegő árfolyam tartozik, ha az elemzők által várt leggyengébb árfolyammal tesszük egyenlővé a végső konverziós rátát (az *5.c ábra* 0.max görbéjének *A* pontja), és 251,7 forint/euró a lebegő árfolyam, ha az elemzők által várt legerősebb árfolyammal egyezik meg a végső konverziós ráta (az *5.c ábra* 0.min görbéjének *a* pontja). A lebegő árfolyam változatlanságát feltételezve a sáv megváltozása mellett a sávos árfolyamnak 260,6–256,6 forint/euró közötti árfolyamra kell gyengülnie (az *5.c ábra* 1. görbéinek *B* és *b* pontja). A következő lépésben a lebegő árfolyam megváltozását kell számszerűsíteni, amelynek mértéke – feltételezésünk szerint – megegyezik az elemzői várakozások megváltozásával. Az átlagos várakozás körüli bizonytalanságot a lebegő árfolyam minimális és maximális változásával mutatjuk be. Akkor a legkisebb ez a változás, amikor a piac egyetlen értékkel kifejezett várakozása a sáveltolás előtt várt leggyengébb árfolyamról a sáveltolás után várt legerősebb árfolyamra módosul, valamint akkor a legnagyobb, amikor a várakozások a sáveltolás előtt várt legerősebb árfolyamról a sáveltolás után várt leggyengébb árfolyamra módosul (lásd az *5.c ábra* nyilait). A lebegő árfolyam megváltozását is figyelembe véve, az árfolyamnak 258,4–276,3 forint/euró közötti árfolyamra kell gyengülni (az *5.c ábra* 2. görbéinek *C* és *c* pontja). A megnövekedett bizonytalanság a 267,4–282,3 forint/euró közötti árfolyamot eredményezi (*az 5.c ábra* 3. görbéinek *D* és *d* pontja).

Összefoglalva az eredményeket, megállapíthatjuk, hogy a modell szerint a csekély mértékű sáveltolás közvetlen következtében alig 1 százalékos árfolyamgyengülésre lehetett csupán számítani. Míg a jórészt a sáveltolás következtében megváltozott várakozások hatásával együtt már több mint 3 százalékos árfolyamgyengülés magyarázható. Az átmenetileg megugró volatilitás – amelyet részben szintén a sáveltolás eredményezett – további 3 százalékos gyengülést is magyarázna a modell szerint, amely gyengülés tartósan nem következett be. A várható gyengülés három összetevőjéből csak az elsőről lehetett a

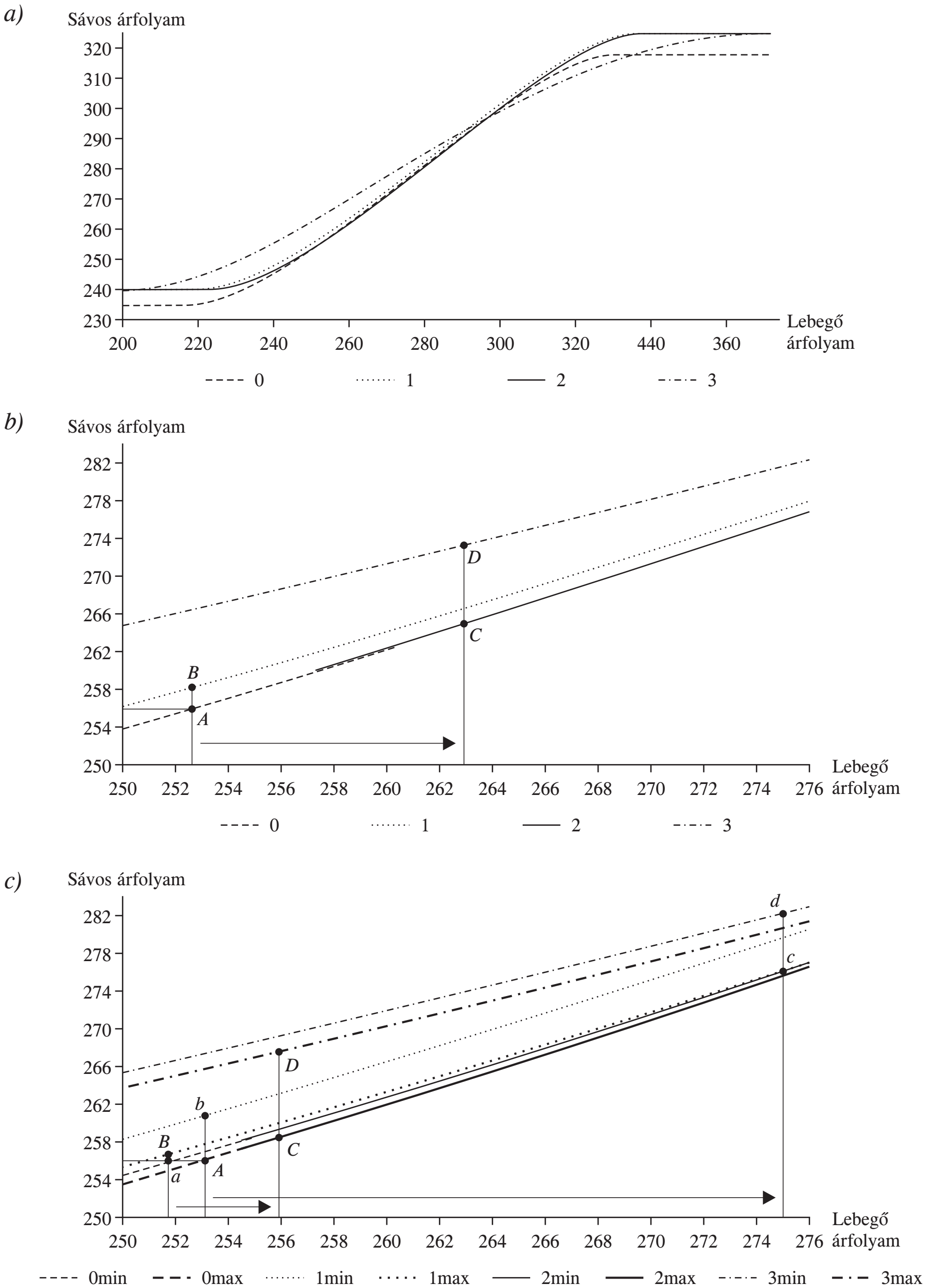
1. táblázat

A lebegő és a sávos árfolyam közötti összefüggés paraméterei – az átlagos elemzői várakozás mellett

Megnevezés	0. átlag	1. átlag	2. átlag	3. átlag
Sávközép (forint/euró)	276,1	282,36	282,36	282,36
s_T (végső konverziós ráta, forint/euró)	238,7	238,7	248,4	248,4
h (szóródási paraméter)	2,7	2,7	2,7	6,4
T (rögzítésig hátralevő idő)	5 év	5 év	5 év	5 év
N (felosztások száma)	286	286	286	286
Hozamgörbe	2003. VI. 3.	2003. VI. 20.	2003. VI. 20.	2003. VI. 20.
Lebegő árfolyam (forint/euró)	252,6	252,6	262,9	262,9
Sávos árfolyam (forint/euró)	*256*	*258,1*	*264,8*	*273,1*
Sávos árfolyam százalékos változása a sáveltolás előtti árfolyamhoz képest		*0,8*	*3,4*	*6,7*

5. ábra

A sávos árfolyam a lebegő árfolyam függvényében



Megjegyzés: a sávos és a lebegő árfolyamnak a 0. görbe mutatja a sáveltolás előtti összefüggését, az 1. görbe az új sáv melletti, a 2. görbe az új sáv és a gyengébb végső konverziós ráta melletti, a 3. görbe az új sáv, a gyengébb végső konverziós ráta és a magasabb volatilitás melletti összefüggését. Ezeknél a görbéknél a feltételezett végső konverziós rátát az elemzők által a – Reuters-felmérésben megkérdezett – legtávolabbi időpontra várt árfolyammal tettük egyenlővé. Míg a végső konverziós rátát a 0.min, 1.min, 2.min, 3.min görbéknél az elemzők által közölt legerősebb, a 0.max, 1.max, 2.max, 3.max görbéknél az elemzők által közölt leggyengébb legtávolabbi időpontra várt árfolyammal helyettesítettük.

2. táblázat

A lebegő és a sávos árfolyam közötti összefüggés paraméterei – az elemzők által várt leggyengébb és legerősebb árfolyam mellett

Megnevezés	0.		1.		2.		3.	
	min	max	min	max	min	max	min	max
Sávközép (forint/euró)	276,1	276,1	282,36	282,36	282,36	282,36	282,36	282,36
s_T (végső konverziós ráta, forint/euró)	234,7	241	234,7	241	245	255	245	255
h (szóródási paraméter)	2,7	2,7	2,7	2,7	2,7	2,7	6,4	6,4
T (rögzítésig hátralevő idő)	5 év	5 év	5 év	5 év	5 év	5 év	5 év	5 év
N (felosztások száma)	286	286	286	286	286	286	286	286
Hozamgörbe	2003. VI. 3.	2003. VI. 3.	2003. VI. 20.	2003. VI. 20.	2003. VI. 20.	2003. VI. 20.	2003. VI. 20.	2003. VI. 20.
Lebegő árfolyam (forint/euró)	251,7	253,1	253,1	251,7	275	255,9	275	255,9
Sávos árfolyam (forint/euró)	*256*	*256*	*260,6*	*256,6*	*276,3*	*258,4*	*282,3*	*267,4*
Sávos árfolyam százalékos változása a sáveltolás előtti árfolyamhoz képest			*1,8*	*0,2*	*7,9*	*0,9*	*10,3*	*4,5*

Megjegyzés: A végső konverziós rátát (s_T) az elemzők által a – Reuters-felmérésben megkérdezett – legtávolabbi időpontra várt árfolyammal tettük egyenlővé.

döntéshozóknak pontosabb elképzelésük a sáv eltolása előtt, ugyanakkor éppen a másik kettő, nehezen becsülhető tényező hatása tűnik sokkal nagyobbnak a modell szerint. A modell jól magyarázza a bekövetkezett árfolyammozgást, de ez részben annak köszönhető, hogy két inputváltozó (s_T, h) sáveltolás utáni értékét a sáveltolás után elérhető információk alapján határoztuk meg.

A sáveltolás közvetlen hatása

A sáveltolás közvetlen hatása 1 százalék alattinak bizonyult a modell szerint, mégis elméletileg izgalmas kérdésnek tűnik, hogy mitől függ a közvetlen hatás mértéke. A következőkben bemutatjuk, hogy hogyan lehet a sáveltolás közvetlen árfolyamhatását a sávos árfolyamról szóló modellekbe integrálni. Így az itt következők nem csak az opciós megközelítésnél érvényesek.

Ha a sáveltolás nem változtatja meg a fundamentumot/lebegő árfolyamot, sem annak folyamatát, valamint a sáveltolás előtt és után is tökéletesen hiteles árfolyamrendszert feltételezünk, akkor a sáveltolás előtti S alakú görbéből megkapható a sáveltolás utáni. Az itt alkalmazott módszerről lásd *Dumas és szerzőtársai* [1993]. A függvénytranszformáció módja független attól, hogy milyen volt a sáveltolás előtti görbe, és azt milyen modell alapján határoztuk meg. Így a következő levezetés nemcsak az opciós modell szerinti görbére alkalmazható, hanem akár a Krugman-modell szerintire is.

Ha a lebegő árfolyam (f) és a sávos árfolyam (s) kapcsolatát a sáveltolás előtt a g_0: $F \to S$ függvény írja le, akkor a g_0 függvényből egy x százalékos sáveltolás utáni g_1: $F \to S$ függvényt a következők szerint kapjuk meg:[25]

$$g_0(f) = s$$

$$g_1(f) = g_0\left(\frac{f}{1+x\%}\right)\cdot(1+x\%).$$

Tehát a sáveltolás nem pusztán azt eredményezi, hogy a sáveltolás mértékének megfelelően függőlegesen eltolódik a görbe.

Ennek alapján, ha a sáveltolás nem változtatja meg a lebegő árfolyamot ($f_0 = f_1$), akkor a sávos árfolyamnak a sáveltolás utáni értéke (s_1) a sáveltolás előtti sávos árfolyam (s_0) függvényében:[26]

$$s_1 = g_1(f_1) = g_1(f_0) = g_1(g_0^{-1}(s_0)) = g_0\left(\frac{g_0^{-1}(s_0)}{1+x\%}\right)\cdot(1+x\%).$$

Tehát a sáveltolás hatására bekövetkező árfolyamváltozás nemcsak az eltolás nagyságától (x), hanem a sáveltolás előtti árfolyamtól (s_0), valamint a sávos és a lebegő árfolyam közötti összefüggéstől $g_0(f)$ is függ [lásd a *6. ábrát*, ahol az *5. ábra* 2. görbéje szerinti összefüggést vettük $g_0(f)$-nek]. Az összefüggés azonban talán nem nyilvánvaló:

[25] Az összefüggés azon alapszik, hogy ha a sáveltolás a lebegő árfolyam – valamint az itt feltételezett folyamat esetében a végső konverziós ráta – azonos mértékű gyengülésével járt volna együtt, akkor a sávos árfolyam is ugyanilyen mértékben gyengült volna, hiszen ez az árfolyam-dimenzió szerinti átskálázással (minden árfolyamváltozó – sávszélek, sávos és lebegő árfolyam – azonos arányú megnövekedésével) ekvivalens, azaz:

$$g_1[f\cdot(1+x\%)] = g_0(f)\cdot(1+x\%).$$

[26] Ha a sávos és a lebegő árfolyam helyett a logaritmusukat szerepeltetnénk, akkor a g_0: $\ln(f) \to \ln(s)$ függvény gráfjából a g_1 függvény gráfját x százalékos jobbra és ugyanekkora felfele való eltolással kapnánk:

$$g_1[\ln(f)] = g_0(\ln(f) - x\%) + x\%.$$

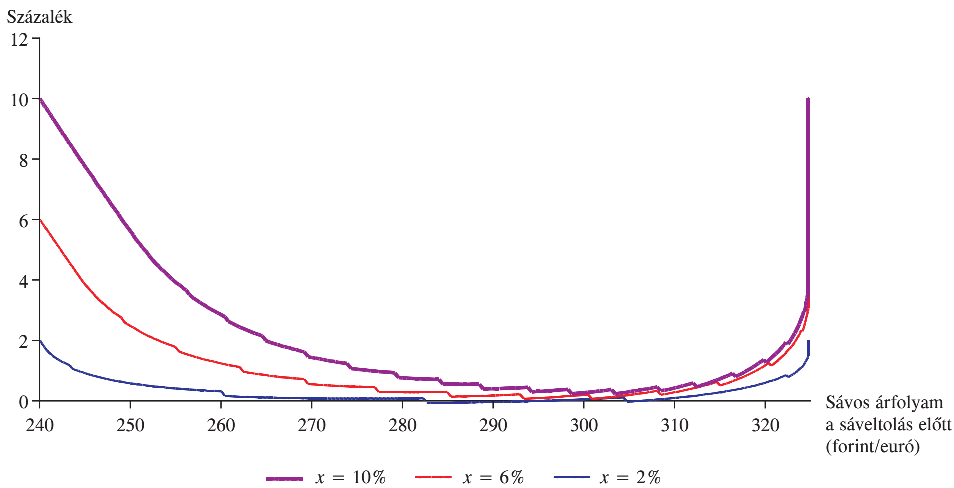
az árfolyamváltozás akkor a legnagyobb, amikor az árfolyam a sáv szélén van, maximális mértéke pedig a sáveltolással megegyező, hiszen a sáv gyengítése esetén az árfolyam az erős szélről automatikusan az új sáv erős szélére kerül. Míg ha a sáveltolás előtt az árfolyam a gyenge szélen volt, akkor ez olyan gyenge lebegő árfolyam mellett is előfordulhatott, ami még az új sáv mellett is a sávszélre kényszeríti az árfolyamot.[27] A sáv belsejében pedig az eltolás mértékénél kisebb az árfolyamváltozás.

A százalékos árfolyamváltozásnak a lebegő árfolyam (f) szerinti deriválásával megkapható, hogy a legkisebb árfolyamgyengülés amellett a $g_0(f)$ módon felírt sávos árfolyamra következik be, amelyre igaz, hogy

$$\frac{g_0'(f)\cdot(1+x)}{g_0(f)} = \frac{g_0'\left(\dfrac{f}{1+x}\right)}{g_0\left(\dfrac{f}{1+x}\right)}.$$

Ez a feltétel a sáv közepéhez közeli árfolyamra teljesül általában.

6. ábra
A sávos árfolyam százalékos gyengülése az árfolyamsáv különböző mértékű leértékelése mellett a sávos árfolyam függvényében



Sávközép = 282,36 forint/euró; h = 2,7; s_T = 248,4 forint/euró; T = 5 év; N = 286

Összefoglalás

Arra a kérdésre kerestük a választ, hogy a forint gyengülését mennyiben okozta a 2003. június 4-ei sáveltolás, és mennyiben okolható a többi tényező. A kérdést a sávos árfolyam opciós modellje alapján válaszoltuk meg, amely szerint a sávos árfolyamú deviza

[27] A sáv erős irányba történő eltolása mellett is az árfolyamváltozás akkor a legnagyobb, amikor az árfolyam a sáv szélén van, maximális mértéke pedig a sáveltolással megegyező. Az árfolyam az eltolás előtti gyenge szélről automatikusan az új sáv gyenge szélére kerül. Míg ha a sáveltolás előtt az árfolyam az erős szélen volt, akkor ez olyan erős lebegő árfolyam mellett is előfordulhatott, ami még az új sáv mellett is a sávszélre kényszeríti az árfolyamot.

azonos egy mögöttes, lebegő rendszerű devizából és két különös alaptermékű opcióból álló portfólióval. A sáveltolások árfolyamhatásáról levonhatjuk azt az általános következtetést, hogy a sávmódosítás közvetlen hatása – melyet viszonylag könnyű számszerűsíteni a tervezett sáveltolás mértékének, a sáveltolás előtti árfolyamnak, valamint a lebegő és sávos árfolyam feltételezett kapcsolatának ismeretében – akár töredéke is lehet a sáveltolás mértékének, miközben a sáveltolás teljes árfolyamhatása meghaladhatja a sáveltolás mértékét a várakozások és a bizonytalanság megváltozása miatt. Az opciós modell alapján, amelyet a Reuters által megkérdezett piaci elemzők várakozásai alapján számszerűsítettünk, azt kaptuk, hogy a sávos árfolyamnak körülbelül 258 forint/euróra kellett volna gyengülnie a sáveltolás előtti 256 forint/eurós árfolyamról, ha csak a sáveltolás közvetlen hatását vesszük számításba. Mivel azonban a sáveltolást a piac egy arra vonatkozó jelzésként is értelmezhette, hogy a jegybank és a kormány nem kívánja a forintot olyan erős árfolyamon rögzíteni az euróhoz, mint amilyet korábban a piac feltételezett, a sáveltolás a várakozások megváltoztatásával további hatást gyakorolt az árfolyamra. Ez az addicionális hatás jelentősebb a közvetlen hatásnál, a modell további 7 forint/eurós gyengülésként számszerűsítette. Ezzel a 265 forint/eurós árfolyam, amely a sáveltolás utáni időszak árfolyamához közeli, a modell által alátámasztottnak tűnik. Ha pedig a sáveltolás és egyéb tényezők következtében átmenetileg megnövekedett volatilitást is figyelembe vesszük, akkor a modell alapján egy 273 forint/eurós árfolyamot is megalapozottnak tekinthetünk az átmeneti időszakra.

A tapasztalt árfolyamváltozás ismeretében elmondható, hogy a sáveltolás modellel számított árfolyamhatása jól közelíti a valóságost, amihez az is hozzájárul, hogy a sáveltolás után ismertté váló információt is felhasználtunk a számításoknál. A sáveltoláskor bekövetkező árfolyamváltozást a modell szerint megmagyarázza maga a sáveltolás, valamint részben a sáveltolás következtében megváltozott várakozások és a megnövekedett bizonytalanság. A bizonytalanság megnövekedéséhez az árfolyamrendszer hitelességének esetleges csökkenése, a kamatemelésre vonatkozó eltérő várakozások, valamint a preferált árfolyamra vonatkozó, eltérő tartalmú nyilatkozatok járulhattak hozzá.

Hivatkozások

BALDWIN, R.–KRUGMAN, P. [1989]: Persistent Trade Effect of Large Exchange Rate Shocks. Quarterly Journal of Economics, Vol. 104. No. 4. 635–654. o.

BARABÁS GYULA (szerk.) [2003]: A felértékelődési spekuláció kezelése. 2003. március.http://www.mnb.hu/dokumentumok/hatter_0303_hu.pdf.

BARONE-ADESI, G.–WHALEY, R. E. [1987]: Efficient Analytic Approximation of American Option Values. Journal of Finance, 42. június, 301–320. o.

CAMPA, J. M.–CHANG P. H. K. [1996]: Arbitrage-Based Tests of Target Zone Credibility: Evidence from ERM Cross-Rate Options. The American Economics Review, szeptember, Vol. 86, 726-740 o.

CAMPA, J. M.–CHANG, P. H. K.–REFALO, J. F.[1999]: An options-based analysis of emerging market exchange rate expectations: Brazil's Real plan, 1994,1997. NBER Working Paper, No. 6929. 43. o.

COPELAND, L. S. [2000]: Exchange rates and international finance. Pearson Education, 412–421. o.

COX, J. C.–ROSS, S. A.–RUBINSTEIN, M. [1976]: Option Pricing: A Simplified Approach. Journal of Financial Economics, 7. 229–263. o.

DANCS ISTVÁN [1995]: Bevezetés a matematikai analízisbe. Aula, Budapest.

DARVAS ZSOLT–HALPERN LÁSZLÓ (szerk.) [1998]: Árfolyamelmélet. Osiris–Láthatatlan Kollégium, Budapest.

Dumas, B.–Jennergren, P.–Näslud, B. [1993]: Currency Option Pricing in Credible Target Zones. Review of Futures Markets, 12. 323–340. o.
Dumas, B.–Jennergren, P.–Näslud, B. [1995]: Realignment Risk and Currency Option Pricing in Target Zones. European Economic Review, 39. 1523–1544. o.
Geske, R. [1979]: The Valuation of Compound Options, Journal of Financial Economics, 7. 63–81. o.
Hull, J. C. [1999]: Opciók, határidős ügyletek és egyéb származtatott termékek. Panem–Prentice-Hall, Budapest.
Krugman, P. [1991]: Target Zones and Exchange Rate Dynamics. The Quarterly Journal of Economics, 106. 669–682. o.
Macmillian, L. W. [1986]: Analytic Approximation for the American *Put* Option. Advances in Futures and Options Research, 1, 119–139. o.
Mikolasek András [1998]: A magyar árfolyamrendszer egy elméleti kerete. Közgazdasági Szemle, 9. sz. 803–815. o.
Naszódi Anna [2002]: A sávos árfolyamú deviza megközelítése opciók segítségével. Közgazdasági Szemle, 1. sz. 25–44. o.
Rangvid, J.–Sørensen, C. [2001]:Determinants of the implied shadow exchange rates from a target zones. European Economic Review, 45. 1665–1696. o.
Stockman, A. C.[1999]: Choosing an exchange-rate system. Journal of Banking & Finance, 23. 1483–1498. o.
Svensson, L. E. O. [1991]: The term structure of interest rate differentials in a target zone. Journal of Monetary Economics, Vol. 28. 87–116. o.
Száz János [1999] Tőzsdei opciók. Tanszék Kft., Budapest.

Tájékoztató az MNB intézkedéséről (2003. június 4.)
http://www.mnb.hu/modulei.asp?id=28&did=2068
Az MNB közleménye középárfolyam módosításról (2003. június 4.)
http://www.mnb.hu/modulei.asp?id=1&did=2067
Közlemény a jegybanki alapkamat változásról (2003. június 10.)
http://www.mnb.hu/dokumentumok/sk030610_01.pdf
László Csaba: nem kell módosítani az árfolyamrendszert az ERM-II-be történő belépésig. (2003. június. 6.)
http://www.portfolio.hu/cikkek.tdp?k=3&i=30677
Közlemény a jegybanki alapkamatláb emeléséről. (2003. június 19.)
http://www.mnb.hu/dokumentumok/20030619_hu.pdf
Szűkebb árfolyamsáv az ERM-II-ben? – csúszhat a közös pénz bevezetése (2003. május 21.)
http://www.portfolio.hu/cikkek.tdp?k=3&i=30219
Félreértették Solbes-t – mégsem feltétel a ± 2,25 százalékos sáv? (2003. június 24.)
http://www.portfolio.hu/cikkek.tdp?k=3&i=31112
A forintmizérián százmilliárdokat veszít az állam (2003. július 3.)
http://index.hu/gazdasag/magyar/pete030703

Függelék

Opcióárazási eljárás

Az amerikai opciók értékének meghatározása – azon sajátosságuk miatt, hogy a lejáratig bármikor lehívhatóak – sokkal nehezebb, mint az európai opcióké.[28] Az itt vizsgált put és call opciók árazását az is nehezíti, hogy az alaptermékeik is részben opciók. Mégsem használható az opcióra szóló opciók árazásának irodalma,[29] mert itt a két opció egymás

[28] Az amerikai opciók árazásáról lásd *Hull* [1999], *Száz* [1999], *Barone-Adesi–Whaley* [1987].
[29] Az opcióra vonatkozó opciók árazásáról lásd *Geske* [1979].

alaptermékének része. E nehézségek miatt az itt következő eljárás, a legegyszerűbb modell – a binomiális modell – keretei között alkalmazható.

A számolási eljárás[30] egy iteratív eljárás, amellyel a binomiális fa minden csúcspontjánál meg lehet mondani a put és a call opciók értékét. A lebegő árfolyam folyamatát adottnak véve, az első megközelítésben a put és a call folyamat értékeit úgy számoljuk ki, mintha az opciók alapterméke maga a lebegő árfolyamú termék lenne, így egy put$^{(1)}$ és egy call$^{(1)}$ binomiális fát kapunk.

Mivel azonban a valódi put alapterméke soha sem nagyobb árfolyamú, mint a lebegő árfolyam (a valódi put alapterméke: $f - C_{Kc,a}$), ezért olyan put$^{(1)}$ binomiális fát kapunk, amely semelyik csúcspontjában sem nagyobb, mint a valódi put binomiális fának a megfelelő csúcspontja.

A call$^{(1)}$ binomiális fáról a következő mondható: minthogy a valódi call alapterméke sohasem kisebb árfolyamú, mint a lebegő árfolyam (a valódi call alapterméke: $f + P_{Kp,a}$), ezért olyan call$^{(1)}$ binomiális fát kapunk, amely semelyik csúcspontjában sem nagyobb, mint a valódi call binomiális fának a megfelelő csúcspontja.

Az iteratív eljárás úgy folytatódik, hogy a következő lépésben a put$^{(2)}$ binomiális fához az $f - C^{(1)}_{Kc,a}$ lesz az alaptermék, ahol a $C^{(1)}_{Kc,a}$ a call$^{(1)}$ binomiális fa szerinti értékalakulású call opció. Az $f - C^{(1)}_{Kc,a}$ alaptermékről is elmondható, hogy a valódi put alapterméke ($= f - \mathrm{C}_{\mathrm{Kc,a}}$) sohasem nagyobb értékű nála, minthogy a call$^{(1)}$ binomiális fa semelyik csúcspontjában sem nagyobb, mint a valódi call binomiális fának a megfelelő csúcspontja. Az alaptermékek összehasonlításából következik, hogy a put$^{(2)}$ binomiális fa olyan, hogy semelyik csúcspontjában sem nagyobb, mint a valódi put binomiális fának a megfelelő csúcspontja. Ugyanakkor a put$^{(2)}$ binomiális fa olyan, hogy semelyik csúcspontjában sem kisebb, mint a put$^{(1)}$ binomiális fának a megfelelő csúcspontja, ami szintén az alaptermékek összehasonlításából következik.

A call$^{(2)}$ binomiális fához a $f + P^{(1)}_{Kp,a}$ lesz az alaptermék, ahol a $P^{(1)}_{Kp,a}$ a put$^{(1)}$ binomiális fa szerinti értékalakulású put opció. Az $f + P^{(1)}_{Kp,a}$ alaptermékről is elmondható, hogy a valódi call alapterméke ($= f + P_{Kp,a}$) sohasem kisebb értékű nála, minthogy a put$^{(1)}$ binomiális fa semelyik csúcspontjában sem nagyobb, mint a valódi put binomiális fának a megfelelő csúcspontja. Az alaptermékek összehasonlításából következik, hogy a call$^{(2)}$ binomiális fa olyan, hogy semelyik csúcspontjában sem nagyobb, mint a valódi call binomiális fának a megfelelő csúcspontja. Ugyanakkor a call$^{(2)}$ binomiális fa olyan, hogy semelyik csúcspontjában sem kisebb, mint a call$^{(1)}$ binomiális fának a megfelelő csúcspontja, ami szintén az alaptermékek összehasonlításából következik.

Az iteratív eljárást oly módon folyatatva, hogy az *i*-edik lépésben a put$^{(i)}$ binomiális fához a $f - C^{(i-1)}_{Kc,a}$ lesz az alaptermék, a call$^{(i)}$ binomiális fához a $f + P^{(i-1)}_{Kp,a}$ lesz az alaptermék, egy olyan sorozatát kapjuk a put és a call binomiális fáknak, amelyek elágazásonként monoton nőnek, de a valódi put és call binomiális fáknál soha nem lehetnek nagyobbak. Egy konvergenciatétel[31] szerint a put és call binomiális fák sorozata konvergens, minthogy korlátos és monoton sorozatokból állnak. (A konvergenciát, akárcsak a monoton növést is, a binomiális fában csúcsonként kell érteni.) A put binomiális fák sorozatának határértékét nevezzük *put-határérték* binomiális fának, a call binomiális fák

[30] Ez a számolási eljárás általánosan alkalmazható, olyan – a sávos árfolyamhoz hasonló – pozíciók értékének a meghatározására, amelyek egy binomiális fával leírható folyamatú termékből és az ismertetett, összetett opciókból állnak. Ilyen pozícióval rendelkezünk például a következő esetben: egy olyan befektetési társaságnál fialtatjuk pénzünket, amely részvényekbe fektet be, és tőkegaranciát vállal a hozam korlátozásának fejében. A vásárolt részvények folyamatának ismeretében meg szeretnénk határozni a befektetésünk értékét.

[31] Ennek a konvergenciatételnek a segítségével lehet a Bolzano–Weierstrass-tételt bizonyítani. Lásd *Dancs* [1995], 147. o., a Bolzano–Weierstrass-tétel (220. o.) 3.39. állítása az itt alkalmazott tétel.

sorozatának határértékét pedig *call-határérték* binomiális fának. Ezek a binomiális fák már azzal a tulajdonsággal bírnak, hogy egymás alaptermékeinek a részei a megkívánt módon – a lebegő árfolyamú termék mellett, így ezek a binomiális fák a keresett put és call opciók folyamatát leíró binomiális fák.

Tehát a számolási eljárással a binomiális modellben meg tudtuk határozni a put és a call opciók folyamatát leíró binomiális fákat, és ezzel természetesen a sávos árfolyam folyamatát leíró binomiális fát is.