Közgazdasági Szemle, LVIII. évf., 2011. november (970–993. o.)

FARAGÓ MIKLÓS

Paritásfüggő összetett termékenységi mutatók Magyarországon és különbségeik dekompozíciója

Bemutatjuk a többállapotú periódustermékenységi tábla módszerét, és ezt alkalmazva a magyar születési rátákra, először számítjuk ki a magyar népesség kor- és paritásfüggő teljes termékenységi arányszámait – visszamenőleg az elmúlt 40 évre. A számítás döntő jelentőségű részletekkel is szolgál: azt is megadja, hogy az anya egyes korévei és paritásai hány gyermekkel járulnak hozzá a teljes termékenységi arányszámhoz. Ezzel a várható gyermekszámon túl előáll egy családban a gyermekek számának kor és paritás szerinti várható megoszlása, ami már lehetővé teszi a termékenység alakulásának dinamikai vizsgálatát. A módszerrel előállíthatók más mutatók is, ilyen például az anyák átlagos életkora születési sorszám szerint vagy a születések közötti várható időintervallum. A tanulmány második részében dekompozíciós eljárást alkalmazva, kor- és paritásfüggő teljes termékenységi arányszámbeli összehasonlításokat végzünk a jelen és különböző múltbeli időpontok, valamint az egyes régiók magyar népességei között, továbbá nemzetközi egybevetéseket is teszünk.*
Journal of Economic Literature (JEL) kód: J13, C49.

A fejlett országokra általánosan jellemző az alacsony termékenység és – egyre inkább – a szülések jelentős mértékű elhalasztása. A két jelenség csekély mértékben már Ázsiában, sőt Afrikában is tapasztalható. Mérésükre a közvetlen születési rátákon kívül más mutatókat is kifejlesztettek az elmúlt évtizedekben, ilyen például a szülő nők átlagos életkora születési sorszám szerint vagy az összetettebb (szintetikus) teljes termékenységi arányszám – az utóbbi több változatban is ismert: az egyik csak kor-, a másik csak paritásfüggő, a legfejlettebb változat mindkettőt figyelembe veszi. Az utóbbi évtizedben fontossá vált a termékenység mértéke mellett a szülések időzítésének (leginkább halasztásának) és ezek kapcsolatának a vizsgálata. Az angol nyelvű szakirodalom ezeket rendre *quantum effectnek*, illetve *tempo effectnek* nevezi. Kutatási irányt indító alapcikkükben *Bongaarts–Feeney* [1998] egy módosított teljes termékenységi arányszámot javasolnak, amely akkor állna elő, ha a megfigyelt naptári évben nem változott volna a szülések időzítése. Tanulmányunk elsősorban a mértékkel foglalkozik, de az eredményekből jól leolvashatók lesznek a nagymértékű halasztás jelei.

A világban elterjedt, hagyományos, csak korfüggő – a (2) formulával megadott – *teljes termékenységi arányszám (TTA, Total Fertility Rate, TFR)* egy hipotetikus gyermekszám: ennyi gyermeket szülne egy nő várhatóan élete folyamán (valójában szülőképes korában, azaz 15–49 éves kora között), ha egy vizsgálati időszakban, az úgynevezett *periódusban*

* Ezúton szeretnék köszönetet mondani mindkét anonim lektornak a különösen gondos javításért és a hasznos tanácsokért.

Faragó Miklós, Központi Statisztikai Hivatal.

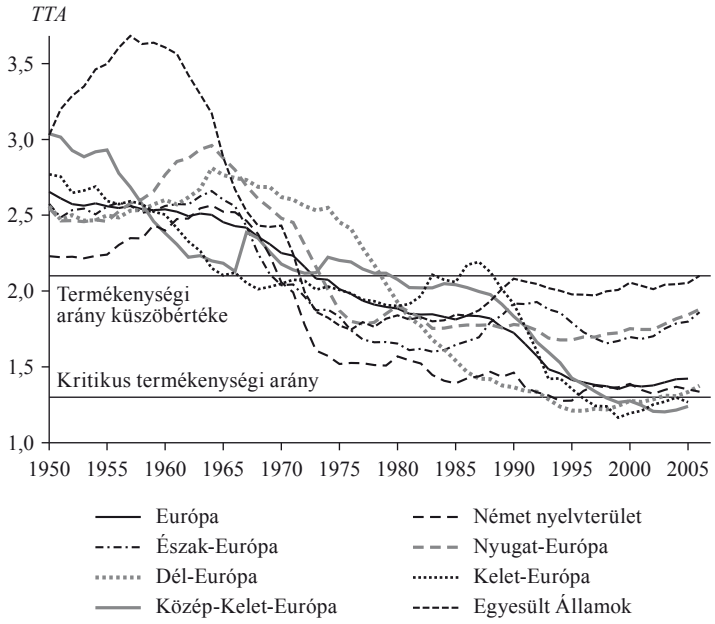
(ez általában egy naptári év) a népességben mért korspecifikus születési ráták szerint szülne egész élete során.

A számítások szerint a fejlett országokban – a jelenlegi halálozási ráták mellett – a népesség reprodukciójához szükséges termékenységi arány *(replacement fertility rate)* nagyjából 2,1. Ez az érték már elegendő a népesség reprodukciójához, legalábbis változatlan halálozási ráták és migráció esetén. (Ha nem lenne halálozás a szülőképes időszakban és azonos arányban születnének a fiúk és a lányok, akkor átlagosan két gyermek születésével egy anya helyébe egy leány lépne, azaz a *TTA* = 2,0 érték éppen reprodukálná a női népességet.) A 2,1-es szint több éven át tartó meghaladása szükséges azonban ahhoz, hogy a szülőképes korú női népesség száma évről évre növekedni kezdjen.

Európában a termékenység csökkenésével az 1990-es évekre addig soha nem tapasztalt *TTA*-értékek álltak elő. A mutató Európára vonatkozó értéke azóta felülről súrolja a kritikus 1,3-as *(lowest low)* számot. *Kohler–Ortega* [2002] szerint egy populáció, amely huzamosabb ideig ezen érték alatt tartózkodik, évenként 50 százalékos születésszám-csökkenéssel és 45 éves felezési idővel számolhat. Észak- és Nyugat-Európában a teljes termékenységi arányszám az 1995-től kezdődő növekedéssel 2005-re újra elérte az 1,8 értéket, Európa többi területein azonban 1,3 alatt állandósult *(1. ábra).* Jelenleg Európa országainak felében a *TTA*-értékek (a KSH ezeket évente közli) 1,5 alattiak *(2. ábra),* a magyar népességre 1999 óta 1,34 és 1,4 között ingadoznak, 2009-es értéke: 1,36. Az Egyesült Államokban is 1995-ben kezdődött a növekedés: 1,9-ről indulva 2009-re elérte a 2,1-es reprodukciós szintet. A magyarországi termékenységet és ezen belül a teljes termékenységi arányszám 20. századi alakulását *Kamarás* (2000) vizsgálta részletesen.

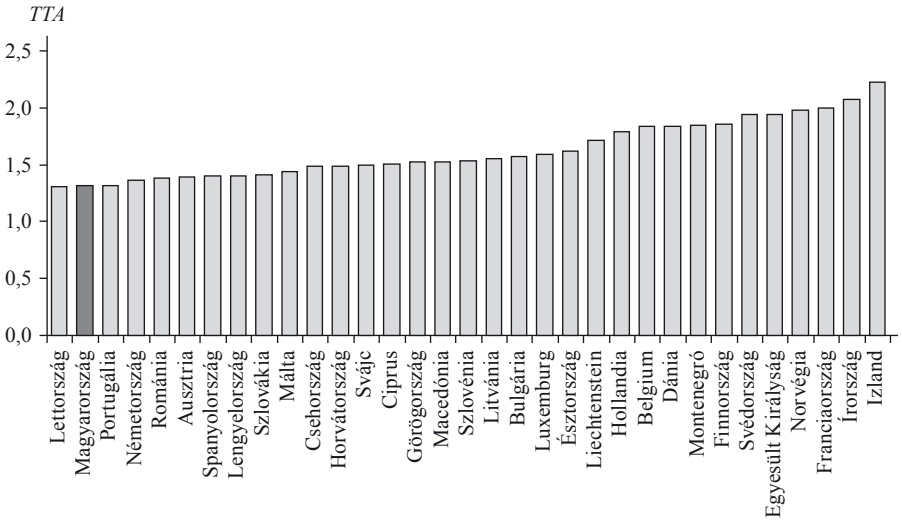
1. ábra

Teljes termékenységi arányszámok (*TTA*), 1950–2006
(Európa főbb régiói és az Egyesült Államok)



Forrás: Freika–Sobotka [2008].

2. ábra
Teljes termékenységi arányszámok (*TTA*) Európában, 2009



Forrás: Eurostat, http://epp.eurostat.ec.europa.eu/tgm/download.do?tab=table&plugin=1&language=en&pcode=tsdde220.

Az alacsony termékenységi csapda hipotézise szerint az alacsony születési rátákat egyidejűleg három mechanizmus – egy demográfiai, egy szociológiai és egy gazdasági – lefelé haladó spirálon mozgatja tovább (*Lutz és szerzőtársai* [2006]). A szerzők szerint, amennyiben ez a mechanizmus valóban működik, a kormányok intézkedéseire van szükség a csapdahelyzet megszüntetésére, elsősorban a halasztás megakadályozásával.

A *TTA* mutatót régóta bírálják azért, mert kiszámítási módja nem tükrözi azt a tapasztalatot, hogy a nők szülési valószínűségei az életkorukon kívül a már meglévő gyermekeik számától, azaz – demográfiai szakkifejezéssel – a paritásuktól is függnek. Már a nyolcvanas években megszülettek az első eredmények a paritás és más tényezők figyelembevételére (például *Lutz–Feichtinger* [1985]). A termékenység alaposabb vizsgálatában két faktor, a kor és a paritás egyidejű használata bizonyult leggyümölcsözőbbnek (alacsonyabb termékenységű népességekre a születési ráták paritásfüggősége különösen jellemző), bár kétségtelenül léteznek más meghatározó tényezők, mint például a legutóbbi szülés óta eltelt idő. Ezek bevonása a demográfiai modellbe azonban legtöbbször kielégíthetetlen követelményeket támaszt a szükséges statisztikai adatok részletezettségével és minőségével szemben. A kor–paritás-modell (*TTA–P*) vonzó kompromisszumnak tűnik a szükséges komplexitás, valamint a modell áttekinthetősége és megbízhatósága között, mivel tartalmazza a legfontosabb tényezőket, ugyanakkor rendelkezik a halandósági táblák módszertanának közérthetőségével és az aggregált népmozgalmi adatok robusztusságával. A módszer előnyei a hagyományos *TTA*-val szemben elfogadottak a szakirodalomban, elterjedését a megfelelő részletezettségű statisztikai adatok hiánya, illetve módszertanának a másikénál komplikáltabb volta lassítja. Széles körű áttekintést ad a témáról *Caselli és szerzőtársai* [2006].

A tanulmány egyik legfontosabb eredménye, hogy a magyarországi népességi adatokkal számítja ki a paritásfüggő termékenységi táblát, azaz a kor mellé bevonja a számításba a paritást is.

Matematikai módszerek és algoritmusok széles és változatos körét nevezik dekompozícónak. Nagy általánosságban a dekompozíciós eljárások célja bonyolult mutatókat komponensekre bontani abból a célból, hogy a részek vizsgálata jobban feltárja az egész tulajdonságait. Ezek az eljárások a közgazdaságtan, a szociológia, a biológia vagy a műszaki tudományok különböző területein már elterjedtek, és hasznos eszköznek bizonyultak. Statisztikusok számára fontos információkkal szolgálhat egy mutató különböző populációkra – például különböző országokra vagy egy ország különböző időpontokban élő népességeire – kiszámított értékeinek összehasonlítása. Egy mutató két különböző populációra számított értékének különbsége jól magyarázható a mutatóba beépített faktorok (változók) segítségével. Erre szolgálnak a dekompozíciós módszerek azon változatai, amelyek egy összetett mutató (többváltozós számértékű függvény, azaz funkcionál) két különböző helyen felvett értéke közötti különbséget bontják szét az egyes változóknak „tulajdonított" értékek összegére – függvénytani (és nem statisztikai) eszközökkel:

$$F\left(\underline{x}^{(2)} - \underline{x}^{(1)}\right) = d_1\left(\underline{x}^{(1)}, \underline{x}^{(2)}\right) + \ldots + d_n\left(\underline{x}^{(1)}, \underline{x}^{(2)}\right), \tag{1}$$

ahol $\underline{x}^{(1)}$ és $\underline{x}^{(2)}$ n-dimenziós vektorok. Egy-egy ilyen additív változatot fogunk alkalmazni a hagyományos és a paritásfüggő teljes termékenységi arányszámok dekompozíciójára. Az utóbbi esetében igen sok: 5 × 35 változó között (a vizsgált paritások és a termékeny korévek számának szorzata) végezzük el az összegre bontást. Dekompozíciós módszer használatára a szerző – egyetlen kivételtől eltekintve (*Józan* [2003]) – nem talált publikációt a demográfia magyar nyelvű szakirodalmában. A demográfiai alkalmazások egy alapos összefoglalását tartalmazza például *Canudas-Romo* [2003].

Két teljes termékenységi arányszám

Az alapgondolat, hogy tudniillik egy populáció adott periódusra vonatkozó arányszámait kivetítik a jövőre, régóta elterjedt a demográfiában, például a halandósági táblák értelmezése is ezzel a feltételezéssel történik. A periódustábla-módszer gondolatmenete három lépésből áll. Először a valódi populációról a periódusban szerzett statisztikai adatokból egy főre jutó korfüggő (halálozási, szülési, válási stb.) arányszámokat képeznek, majd ezeket valószínűségekbe – pontosabban azok becsléseibe – transzformálják. Ezután elképzelnek egy rögzített létszámú fiktív kohorszot, például az egy időben született újszülötteket vagy a 15 éves nőket, akikre érvényesnek tekintik a képzett valószínűségeket. E népességre – úgynevezett táblapopulációra –, amely ezekkel a valószínűségekkel él, hal, szül stb., különböző könnyen végrehajtható számításokat végeznek. Végül az eredményeket (várható élettartam, egy anyára jutó várható születésszám stb. becslései) érvényesnek tekintik az eredeti, a valódi népességre, de továbbra is azzal a feltételezéssel, hogy a ráták érvényben maradnak. Ez nyilván sohasem teljesül, a ráták évente változnak, ezért kell például a halandósági táblákat évente újra elkészíteni. A táblamódszer lényege, hogy egy pillanatnyi állapot tulajdonságainak „kimerevítése" mellett készít becsléseket a jövőre vonatkozóan.

A hagyományos korfüggő teljes termékenységi arányszám

A korspecifikus születési ráták és a teljes termékenységi arányszám fogalmilag megfelelnek a mortalitási rátáknak, illetve a várható élettartamnak. Amint azonban az később látható lesz, az analógia erősebb a paritásfüggő mutató esetében. Ötéves korcsoportok esetén a korfüggő teljes termékenységi arányszám kiszámítási formulája a következő:

$$\tau = 5 \sum_i m_i, \tag{2}$$

ahol m_i az *i*-edik korcsoport *éves születési rátája*, amin az egy anyára jutó, az egyéves periódusban élve született gyermekek számát értjük. (A nevező a periódus elején és végén az *i*-edik korcsoportba tartozó anyák számának számtani átlaga.) Számításainkban a korcsoportok: [15, 19], [20, 24], …, [45, 49].

A (2) formula szerint a *TTA* mutató tehát valóban nem függ a paritástól. Ez egyben az előnye is: elterjedtsége éppen egyszerűségének köszönhető.

A kor- és paritásfüggő teljes termékenységi arányszám

A második teljes termékenységi mutató, a *paritásfüggő teljes termékenységi arányszám* (*TTA–P*) fogalmi meghatározása megegyezik az előzőével, azzal az eltéréssel, hogy a születési ráták kor- *és* paritásfüggőek *(conditional rates).* Ennek kiszámítása a következőképpen történik.

A nők korévét ezentúl *x*-szel jelöljük, $x \in [x_{\min}, x_{\max}]$, 15–49 éves nőket vizsgálunk, azaz $x_{\min} = 15$, $x_{\max} = 49$. A gyermekszámot, azaz a *paritást p* jelöli, $p \in [0, p_{\max}]$, ahol $p_{\max}$ a többitől eltérően legalább $p_{\max}$ számú gyermeket jelent. A tanulmány szövegében $p_{\max} = 5$, a táblázatokban és az ábrákon az 5+ jelölést használjuk. Az alábbi (3*a*)–(3*f*) formulák egy úgynevezett periódustermékenységi táblát *(period fertility table)* állítanak elő. Ezek a táblák a nők hipotetikus kohorszainak szülési történetét írják le azzal a feltételezéssel, hogy mindegyikük egy rögzített periódus (általában egy naptári év) adataiból számított kor- és paritásfüggő ráták szerint szüli (vagy nem szüli) meg következő gyermekét. Egy termékenységi tábla a $[m_{x,p}]$, $[q_{x,p}]$, $[l_{x,p}]$, $[L_{x,p}]$ és $[b_{x,p}]$ mátrixokból áll, amelyeknek az *x*-edik sora a nő koréveihez, a *p*-edik oszlopa a gyermekeinek számához tartozik, ahol $x \in [x_{\min}, x_{\max}]$, az $[l_{x,p}]$, $[L_{x,p}]$ mátrixokra $p \in [0, p_{\max}]$, a többire $p \in [1, p_{\max}]$. A mátrixok értelmezése és előállításuk menete a következő.

A kiinduló $l_{x_{\min},0} = 1000$ fős kohorsz $x_{\min}$ korú gyermektelen nőkből áll. Az idő előrehaladtával a kohorszok száma nő, a 0, 1,…, $p_{\max}$ gyermekszámnak megfelelően. A nők $x - x_{\min}$ év elteltével *x* évesek lesznek *p* gyermekkel, számuk ekkor: $l_{x,p}$ (a gyermektelen nők $l_{x,0}$ száma tehát évről évre csökken), majd megszülik $p + 1$-edik gyermeküket, összesen $b_{x,p+1}$ számút.

Ez tehát egy úgynevezett többállapotú tábla *(multistate table)* modellje: minden *p* paritásnak megfelel egy állapot, amelyből minden *x* életkorban adott $q_{x,p}$ valószínűséggel lehet kikerülni és egyben bekerülni a következő, $p + 1$-edik állapotba. Pontosan: $q_{x,p}$ annak a valószínűsége, hogy egy *x* éves $p - 1$ gyermekes nőnek egy éven belül megszületik a *p*-edik gyermeke. Mivel a halálozástól és a migrációtól eltekintünk, a nők összlétszáma időben változatlan, azaz $\sum_p l_{x,p} = 1000$ minden *x*-re teljesül. A konstrukció kizárólagos inputja a feltételes (paritásfüggő) születési ráták $m_{x,p}$ halmaza, amely a klasszikus – a halandósági táblák előállításánál is használt – (3*a*) formula szerint közvetlenül a $q_{x,p}$ születési valószínűségekbe transzformálódik, az összes többi változó ezekből származik.[1] A (3*c*) képletből leolvasható, miként áll elő a *p* gyermekes *x* korú anyák létszáma az $x - 1$ évesekéből: minden *p*-ediknek született gyermek eggyel növeli a *p* paritású, és egyben eggyel csökkenti a $p - 1$ paritású anyák számát. Az egyenletekben *x* és *p* az $[x_{\min}, x_{\max}]$, illetve az $[1, \ldots, p_{\max}]$ intervallumokon

[1] A (3*a*)–(3*f*) konstrukció részletes értelmezése túllépi e tanulmány kereteit, azonban megjegyezzük, hogy $m_{x,p}$, $q_{x,p}$, $l_{x,p}$, és $L_{x,p}$ a halandósági tábláknál használt m_x, q_x, l_x, L_x megfelelői. Hasonlóan, $b_{x,p+1} - b_{x,p}$ az ottani d_x-nek felel meg.

fut végig, a $p = 0$ esetet külön kiírtuk. Az $x - 1$ argumentumú elemeket $x = x_{\min}$ esetén zérusnak értelmezzük, hasonlóan a $p + 1$ indexűeket $p = p_{\max}$ esetén. A termékenységi táblát (3*a*)–(3*f*) egyenletrendszerben szereplő (q, l, L, b) változók mátrixba rendezett értékei alkotják.

$$q_{x,p} = \frac{m_{x,p}}{1+\left[1-a\left(x\right)\right]m_{x,p}}, \tag{3a}$$

$$l_{x_{\min},0} = 1000; \qquad l_{x_{\min},p} = 0 \qquad (p > 0), \tag{3b}$$

$$l_{x,0} = l_{x-1,0}\left(1-q_{x-1,1}\right); \qquad l_{x,p} = l_{x-1,p} - b_{x-1,p+1} + b_{x-1,p}, \tag{3c}$$

$$L_{x,p} = l_{x,p} - \left(l_{x,p-1}\, q_{x,p} - l_{x,p}\, q_{x,p+1}\right)\left[1-a\left(x\right)\right], \tag{3d}$$

$$b_{x,p} = L_{x,p-1}\, m_{x,p}. \tag{3e}$$

A paritásfüggő teljes termékenységi arányszám (*TTA–P*) végül a felépített $[b_{x,p}]$ mátrix elemeinek összegzéséből:

$$\tau_P = \frac{1}{l_{x_{\min},0}} \sum_{x,p} b_{x,p}. \tag{3f}$$

A képletekben $L_{x,p}$ jelentése: az $l_{x,p}$ számú nő által p paritással megélt életévek száma az $(x, x + 1)$ korintervallumban, $a(x)$ pedig e nők közül az intervallumon belül szülők által a szülésig megélt (tört) életévek átlaga, egy főre. Számításainkban $a(x) \equiv 0{,}5$, ami azt fejezi ki, hogy az x-edik és $x + 1$-edik születésnap közötti szülések átlagosan a korintervallum felezőpontjára esnek. Ha egyenletesnek feltételezzük a szülési kor eloszlását az intervallumon, akkor ez automatikusan teljesül. Látható, hogy τ_P értéke nem függ a kiinduló létszámtól (e nélkül értelmetlen is lenne a definíció), hiszen a képletekből kitűnik, hogy rögzített $m_{x,p}$-k mellett $l_{x,p}$, $L_{x,p}$ és $b_{x,p}$ is arányos a kiinduló létszámmal, így az „kiesik" a (3*f*) szummából.

A konstrukció outputja szűkebb értelemben τ_P, a teljes termékenységi arányszám, tágabb értelemben a $[b_{x,p}]$ mátrix, mely $1000\tau_P$ additív felbontása, és amelynek általános eleme: az ezer x éves anya által szült p-edik gyermekek várható száma. A $[b_{x,p}]$ mátrix p-edik oszlopa, $[b_p]$ tehát a p-edik gyermekek várható számát tartalmazza, az x-edik sor pedig az x évesen szültekét.

A mutató a születési valószínűségek paritásfüggőségének figyelembevétele miatt statisztikailag megalapozottabb, mint „független" társa. Kiszámításának elterjedését a gyakorlatban egyrészt a szükséges adatok (a feltételes ráták) hiánya akadályozza, másrészt feltehetően a számítás bonyolultsága. Összevetésül: a halandósági táblákat előállító rekurzió esetében a (3*c*)–(3*e*) képletek helyett az egyetlen $l_x = l_{x-1}(1 - q_{x-1})$ képzési szabály áll (itt q_x a halálozás éves valószínűsége).

Egyszerűen kiszámítható a táblából az anyák *várható kora a p-edik gyermek születésekor* (ezentúl a kevésbé precíz *átlagkor* elnevezést használjuk), valamint a szülési korok szórása a p-edik gyermek születésekor. Előbbi ugyanis a koréveknek a $[b_p]$ oszlop elemeivel súlyozott átlaga plusz 0,5 év:

$$e_p = 0{,}5 + \sum_x x\, b_{x,p} \Big/ \sum_x b_{x,p}\,, \tag{4}$$

utóbbi pedig:

$$d_p = \left[\sum_x x^2\, b_{x,p} \Big/ \sum_x b_{x,p} - \left(e_p - 0{,}5\right)^2\right]^{1/2}. \tag{5}$$

Megjegyezzük, hogy $e_{p+1} - e_p$ nem egyezik meg a p-edik és a $p + 1$-edik gyermek születése között eltelt várható időtartammal, már csak azért sem, mert könnyű elképzelni – és majd

látunk is – olyan populációt, amelyre $e_{p+1} < e_p$, azaz ahol az anyák átlagkora a p-edik szüléskor nagyobb, mint a $p + 1$-ediknél (például Magyarországon 2009-ben a $p = 3$ esetben). Márpedig a születések (és a rá következőjük) közötti várható időintervallum nyilván pozitív (sőt legalább 9/12). Ez utóbbiakat, azaz a *várható szülési intervallumokat* is kiszámítjuk és elemezzük. A számítás módját a *Függelék* tartalmazza. A (3)–(4) formulák forrása a Human Fertility Database módszertani protokollja (*Jasilioniene és szerzőtársai* [2010]).

A most kiszámított mutatók – (3*e*), (3*f*), (4), (5) – helyes értelmezéséhez szükséges látni, hogy ezek nem mért értékek átlagai, hanem mért értékekből számított, valamely jövőbeli folyamattal kapcsolatos valószínűségi változók várható értékének becslései. Használatuk során ezért nem mulasztjuk el egyetlen esetben sem a „várható" jelző használatát. Kivétel az átlagkor, itt ugyanis alkalmazkodtunk a már elterjedt *mean age* elnevezéshez.

A továbbiakban közölt számítások kiinduló adatainak (népességszámok, születésszámok, születési ráták) forrása vagy közvetlenül a KSH, vagy – néhány más országé mellett – a KSH adatait is tartalmazó Human Fertility Database internetoldala (http://www.humanfertility.org/cgi-bin/main.php).

TTA- és TTA–P-eredmények

VÁRHATÓ SZÜLETÉSSZÁMOK. Vizsgálatainkban azokra a népességekre, melyekre vonatkozóan rendelkezésre álltak kor- és paritásfüggő termékenységi ráták, a *TTA–P* mutatót számítottuk ki és dekomponáltuk, és csupán ilyen adatok hiányában szorítkoztunk a csak korfüggő *TTA* vizsgálatára. A periódus mindig egy naptári év volt.

A *3. ábra* két „felső" görbéje ábrázolja a magyarországi *TTA* és *TTA–P*-értékek idősorát. Ezek közül a „töréspontokhoz" tartozó értékeket tartalmazza az *1. táblázat*. Az ábra tartalmazza a *TTA–P* összetevőit is: az egyes (a $p = 1, 2, \ldots, 5$) paritásokhoz tartozó várható gyermekszámok értékeit, azaz a $[b_p]$ oszlopok elemeinek összegét. Az 1974–1977-es intervallumtól eltekintve a *TTA–P*-értékek a 2,1-es reprodukciós szint alá esnek, és két-két huzamosabb csökkenő (1975–1983 és 1991–1999), illetve stagnáló időszakot (1985–1991 és 1999–2009) mutatnak. Ez a dinamika az első három gyermek várható számainak alakulását külön-külön is jellemzi. Az utolsó, stagnáló időszak kezdetén, 1999-ben a *TTA–P* értéke 1,365, míg a végén, 2009-ben 1,364.

1. táblázat

Paritásfüggetlen és -függő teljes termékenységi arányszámok Magyarországon, 1971–2009

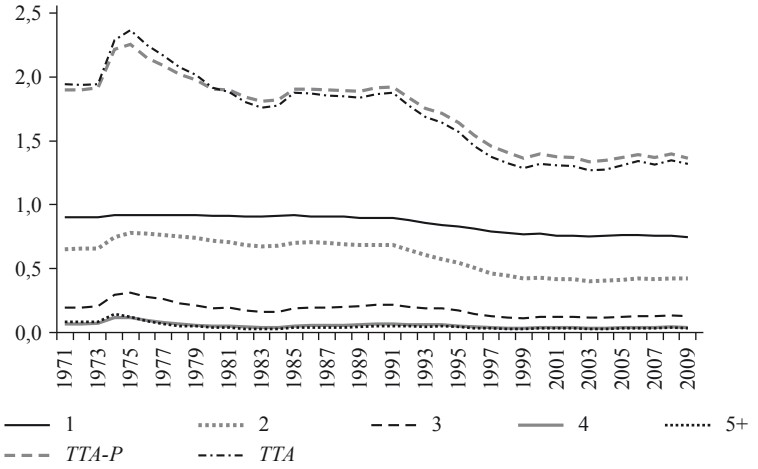
	1971	1974	1984	1985	1991	1999	2009
TTA	1,94	2,29	1,77	1,87	1,88	1,28	1,32
TTA–P	1,90	2,22	1,82	1,90	1,92	1,36	1,36

A teljes termékenységi arányszám két, megközelítésében és bonyolultságában is jelentősen eltérő számításmódja – a (2), illetve a (3*a*)–(3*f*) – ellenére csekély az eltérés az *1. táblázatban* és a hozzá tartozó *3. ábrán* feltüntetett idősor összetartozó értékei között: maximum 0,09 gyermek és maximum 6 százalék. Így a hagyományos mutató egyszerűsége ellenére a sokkal bonyolultabb jó közelítésének tekinthető, és további használata számításaink alapján sem kérdőjeleződött meg.

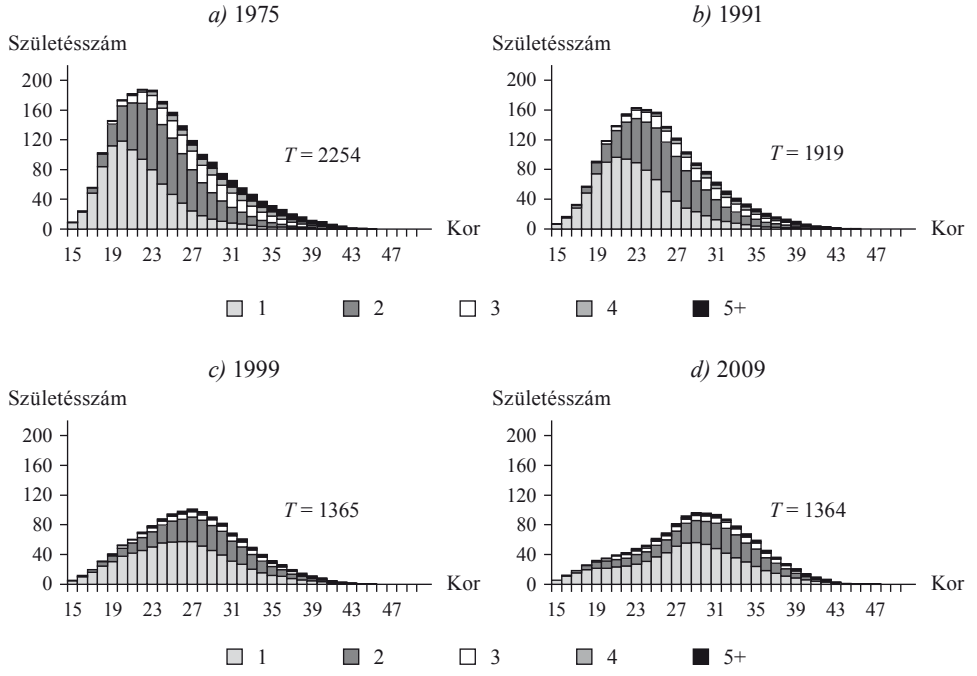
Magyarország időgörbéje nagyon hasonló Közép-Kelet-Európáéhoz (utóbbi az *1. ábrán* látható).

Az 1975, 1991, 1999, 2009 naptári évi periódusok alapján a 15–49 éves magyar nőkre vonatkozó kor- és paritásfüggő teljes termékenységi arányszám számításának eredményeit

3. ábra
Paritásfüggetlen és -függő teljes és paritásonkénti termékenységi arányszámok Magyarországon, 1970–2009



4. ábra
Kor- és paritásfüggő teljes termékenység alakulása Magyarországon (ezer nőre)



mutatja a *4.a)–d).* A *2. táblázat* a 2009-re vonatkozó számítás komplett eredménye. A táblázat *x*-edik sorának *p*-edik eleme az ezer anya által *x* évesen szült *p*-edik gyermekek várható száma, azaz $b_{x,\,p}$. (Paritásfüggő esetben ezentúl a nagyon kis értékek megjelenése miatt és a könnyebb interpretálhatóság kedvéért mindig ezer anyára számított értékeket jelenítünk

meg, tehát $b_{x,p}$-t és $1000\tau_P$-t.) A táblázat összes elemének összege, azaz $1000\tau_P$ a jobb alsó sarokban látható, és az ábrán külön is feltüntettük (T). Ez megegyezik az ábrán a „görbe" alatti összterülettel. A táblázat alatt feltüntettük az anya átlagos korát a p-edik gyermek születésekor. A *4.a)–d) ábrán* az egyes árnyalatokhoz tartozó területek a megfelelő paritáshoz tartozó gyermekszámok ezerszeresével egyenlők, azaz a megfelelő tábla sorösszesenjeivel.

2. táblázat
Várható születésszámok Magyarországon, 2009 (ezer nőre)

Korév	Gyermekszám					Összesen
	1	2	3	4	5+	
15	5,5	0,1	0,0	0,0	0,0	5,6
16	11,0	1,3	0,0	0,0	0,0	12,4
17	15,2	3,2	0,2	0,0	0,0	18,6
18	19,6	5,6	1,0	0,0	0,0	26,2
19	21,5	8,6	1,9	0,2	0,0	32,3
20	21,6	9,7	3,1	0,8	0,1	35,3
21	23,2	10,2	4,8	1,4	0,1	39,7
22	24,5	10,6	5,1	1,6	0,5	42,3
23	27,3	12,9	4,9	1,9	1,1	48,0
24	31,1	12,6	4,9	2,4	1,4	52,5
25	36,9	15,9	5,2	2,1	1,6	61,6
26	42,6	17,3	5,5	2,1	1,7	69,2
27	51,0	20,9	5,7	2,2	1,9	81,6
28	55,5	26,4	6,0	1,9	2,1	91,9
29	56,0	29,9	6,4	1,9	1,9	96,1
30	53,5	31,2	6,9	1,9	2,1	95,7
31	48,0	34,2	7,5	1,8	2,4	93,9
32	42,3	33,3	8,0	2,0	2,1	87,7
33	36,0	30,6	8,3	1,9	1,8	78,7
34	30,2	25,6	8,0	1,9	2,0	67,7
35	24,2	23,0	8,1	1,9	1,8	59,1
36	18,7	17,0	6,4	1,9	1,6	45,5
37	14,7	13,4	5,6	1,6	1,5	36,7
38	10,9	10,0	4,3	1,3	1,3	27,8
39	8,3	6,7	3,1	1,3	1,3	20,8
40	5,9	4,3	2,3	0,9	0,9	14,3
41	4,1	2,7	1,6	0,6	0,7	9,6
42	2,9	1,9	1,0	0,5	0,5	6,7
43	1,6	0,9	0,5	0,2	0,2	3,4
44	0,5	0,4	0,2	0,2	0,2	1,4
45	0,3	0,1	0,1	0,1	0,1	0,7
46	0,2	0,1	0,1	0,1	0,0	0,4
47	0,2	0,1	0,0	0,0	0,0	0,4
48	0,1	0,0	0,0	0,0	0,0	0,1
49	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
Összesen	745,1	420,6	126,8	38,6	32,9	1364
Átlagkor	28,4	30,3	30,7	30,7	32,1	

Az 4.*a)–c)* ábrákról azonnal leolvasható a kvantumhatás, azaz az összterület folyamatos csökkenése (összhangban az *1. táblázattal*), de a tempóeffektus is érzékelhető, azaz a függvény eltolódása a idősebb korok felé. Például a maximumhelyek: 22, 23, 27 és 30 év.

A *3. táblázat* szerint 1975 és 1999 között jelentősen, 39 százalékkal csökkent a *TTA–P* értéke, azaz a várható összgyermekszám, különösen 1991 után drasztikus a csökkenés, főleg ez első három gyermekek körében.

A 4.*c)* és *4.d)* ábra görbe alatti területe szinte azonos (1365 és 1364), hiszen ezek az utolsó stagnációs időszak két végpontjához tartozó népességhez tartoznak.

A 4.*a)–d)* ábrák finomabb összehasonlítását lásd a tanulmány későbbi részében, a paritásfüggő termékenységi arányszámok dekompozíciójára vonatkozó magyarországi idősorok ismertetésekor.

3. táblázat

Várható születésszámok (ezer nőre) és változásuk paritás szerint

Év	Gyermekszám					Összesen
	1	2	3	4	5+	
	Születések száma					
1975	919	779	314	118	124	2254
1991	897	686	219	66	51	1919
1999	769	421	113	33	28	1365
2009	745	421	127	39	33	1364
	Változás 1975-höz képest (százalék)					
1991	–2	–12	–30	–44	–59	–15
1999	–16	–46	–64	–72	–77	–39
2009	–19	–46	–60	–67	–74	–39

Szülési átlagkorok paritásonként. Az *4.a)–d)* ábra grafikonjainak jobbra tolódását jelzi az átlagkorok növekedése is az első három gyermeknél (*4. táblázat* és *5. ábra*), nemcsak Magyarországon, de a környező országokban is.

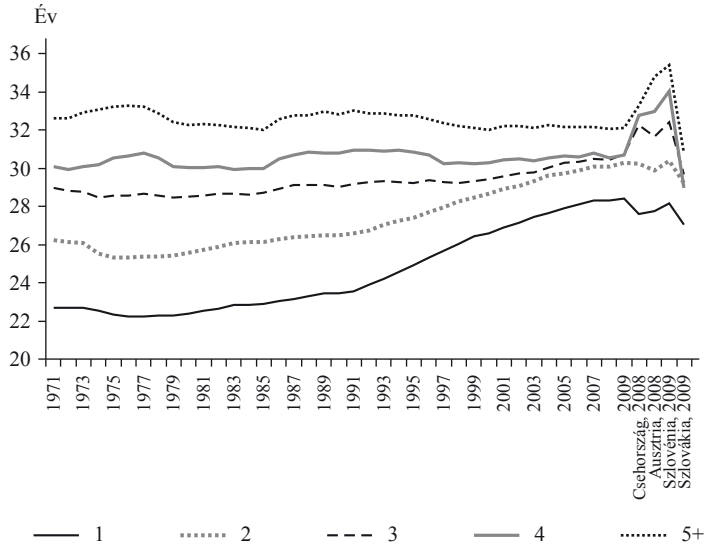
4. táblázat

Az anyák szülési átlagkora paritásonként

	Gyermekszám				
	1	2	3	4	5+
Magyarország, 1975	22,3	25,3	28,6	30,6	33,2
Magyarország, 1991	23,6	26,6	29,2	31,0	33,0
Magyarország,1999	26,4	28,5	29,3	30,2	32,1
Magyarország, 2009	28,4	30,3	*30,71*	*30,68*	32,1
Csehország, 2008	27,6	30,2	32,2	32,8	33,3
Ausztria, 2008	27,7	29,9	31,6	33,0	34,8
Szlovénia, 2009	28,2	30,4	32,4	34,0	35,4
Szlovákia, 2009	27,0	29,2	29,7	29,0	30,8

Az első gyermek születésénél 22 évről 28-ra, a másodikénál 25-ről 30-ra nőtt az anyák átlagkora 1975 és 2009 között. Mivel azonban a negyedik gyermek fölött ($p = 5$) a várható szülési átlagkor csökkent az elmúlt huszonöt évben, a negyedik gyermeknél

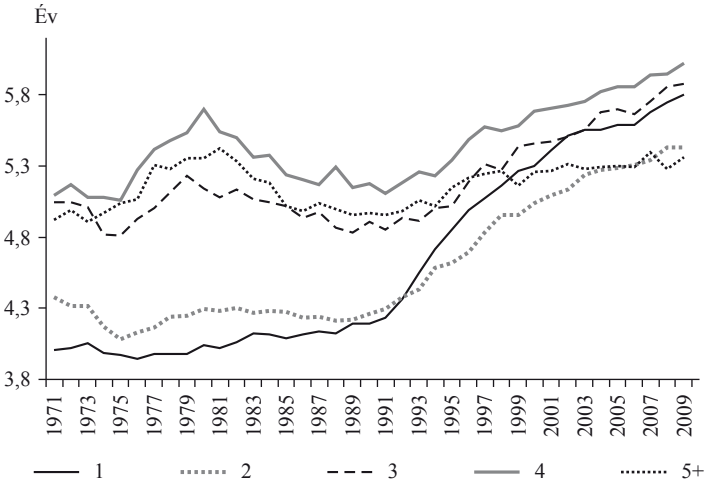
5. ábra
Az anyák szülési átlagkora paritásonként



pedig közel állandó volt, a fertilitási „spektrum" jelentősen leszűkült: 2009-ben a második gyerekszülésnél az anya átlagkora 1,9 évvel magasabb volt, mint az elsőnél, de az ötödiknél is csak 3,7 évvel magasabb. 1975-ben ez a két érték 3, illetve 10,9 év volt. Megjegyezzük, hogy 2009-ben az átlagkor a harmadik gyermeknél magasabb, mint a negyediknél (a *4. táblázat* dőlt számai).

A szülési korok szórása 1991 óta mind az öt paritásnál folyamatosan nő, az első négy esetén nagymértékben *(6. ábra)*. A növekedés lassulása $p = 5$ esetén egyenesen következik abból, hogy a várható érték nő és hogy $x_{max} = 49$ rögzített (nem csupán formálisan).

6. ábra
A szülési korok szórása paritásonként

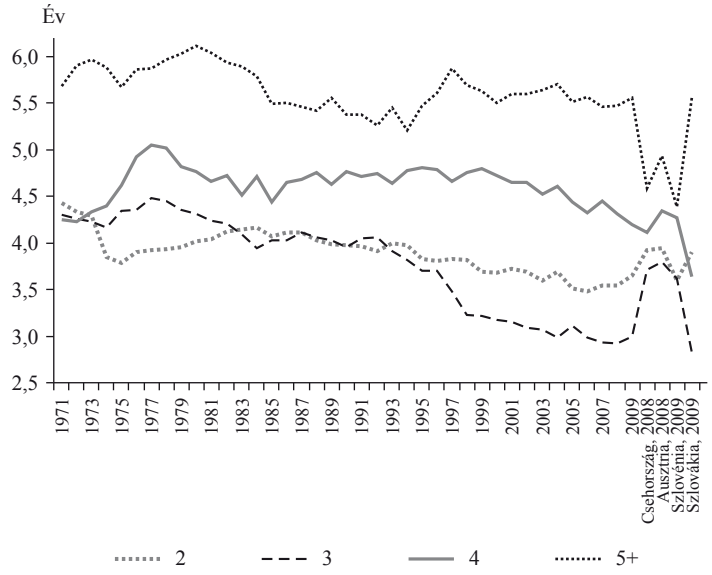


VÁRHATÓ SZÜLÉSI INTERVALLUMOK PARITÁSONKÉNT. A p-edik és $p + 1$-edik szülés ($p > 0$) közötti *várható szülési intervallumo*k kiszámítási módszerét a *Függelék* tartalmazza. Az eredmények idősorát az *5. táblázat* és a *7. ábra* mutatja.

5. táblázat
Várható szülési intervallumok paritásonként

	1– > 2	2– > 3	3– > 4	4– > 5
Magyarország, 1975	3,8	4,3	4,6	5,7
Magyarország, 1991	4,0	4,1	4,7	5,4
Magyarország,1999	3,7	3,2	4,8	5,6
Magyarország, 2009	3,7	3,0	4,2	5,6
Csehország, 2008	3,9	3,7	4,1	4,6
Ausztria, 2008	3,9	3,8	4,3	4,9
Szlovénia, 2009	3,6	3,6	4,3	4,4
Szlovákia, 2009	3,9	2,8	3,6	5,6

7. ábra
Várható szülési intervallumok paritásonként



Mindenekelőtt magyarázatra szorul az a jelenség, hogy miközben a *6. táblázat* szerint az átlagkorok 2009-re szinte egymásra csúsztak (p = 1-re: 28,4 év; …, p = 5-re: 32,1 év), eközben a szülések közötti várható intervallumok alig zsugorodtak 29 év alatt, 2009-es értékeik: 3,7; 3,2; 4,8 és 5,6 év *(4. táblázat)*. Az ok a következő: a p paritású nők két csoportba tartoznak, az egyikben találhatók azok, akik megállnak a p-edik gyermeknél, a másikban a „továbbszülők". Az utóbbiak átlagkora a tapasztalat szerint kisebb a p-edik szüléskor, mint az előbbieké, ahogy ezt a *6. táblázat* is mutatja. Márpedig a várható szülési tartam kiszámításánál a továbbszülők p-edik szüléséhez tartozó átlagkorát vonjuk ki az összes nő $p + 1$-dik szüléshez tartozó átlagkorából (lásd a *Függeléket*). A 2009-es periódus alapján a továbbszülők átlagkora a 3. vagy 4.

gyermek születésekor több mint négy évvel kisebb, mint az összes nőre vonatkoztatott átlagkor.

6. táblázat
A továbbszülők átlagkora 2009

p	Átlagkor (év)		Eltérés
	összes nő	továbbszülők	
1	28,4	26,6	1,8
2	30,3	27,7	2,6
3	30,7	26,5	4,2
4	30,7	26,6	4,1
5+	32,1	29,2	3,0

Magyarországon a harmadik gyermekek születése előtti várható időtartam 1977 óta jelentősen lecsökkent: 4,5 évről 3-ra (lásd a *7. ábrát*). A második és negyedik gyermekekre ez a csökkenés lassúbb: 0,3, illetve 0,9 év.

Megjegyezzük, hogy érdemes lenne megvizsgálni a szülési intervallumok (nem csupán várható értékük, hanem eloszlásuk) hatását a szociális ellátórendszerre (bölcsődék, óvodák igénybevételének időzítése), a foglalkoztatásra (munkavállalás, otthonmaradás) vagy a családtámogatásokra.

Összefoglalva:

– a szülési átlagkorok a negyedik gyermekig bezárólag nőttek és közben közeledtek egymáshoz;

– azonban minden *p*-re növekvő szórás mellett tették ezt, azaz az egyes paritásokhoz tartozó (jövendő) születések halmazai egyre nagyobb mértékben átfedik egymást;

– a szülési átlagkorok közeledésénél kisebb mértékben csökkentek a születések között várható időintervallumok is, legjobban a harmadik gyermekek születése előtt: másfél évvel;

– a négy vizsgált környező ország közül Ausztria és Szlovénia a harmadik gyermeknél és fölötte jelentősen eltér Magyarországtól: náluk ezek a gyermekek várhatólag 1–3 évvel magasabb korban születnek.

Dekompozíció

Az alkalmazott dekompozíciós módszer

Mindkét bemutatott teljes termékenységi arányszám funkcionál, hiszen egyetlen számot rendelnek a termékenységi ráták mátrixához (a *TTA* egy vektor, amelynek hossza a korcsoportok száma, a *TTA–P* pedig egy $n \times p_{\max}$ méretű mátrix, ahol n a termékeny korévek száma). Az *Andreev–Shkolnikov–Begun* [2001] által javasolt módszert az általánosabb, kétdimenziós eseten mutatjuk be.

Jelöljük a funkcionált T-vel! Legyen M_1 és M_2 egy-egy populáció $m^1_{x,p}$, illetve $m^2_{x,p}$ születési rátáiból álló $n \times p_{\max}$ méretű mátrix, amelynek sorai a koréveknek ($x = x_{\min}, \ldots, x_{\max}$), oszlopai a születési sorszámnak ($p = 1, 2, \ldots, p_{\max}$) felelnek meg. Legyen továbbá $T = T(M)$ egy ilyen méretű mátrixokon értelmezett funkcionál, például a bemutatott két teljes termékenységi arányszám valamelyike. (T és M megfelel a bevezetőben általánosan használt F funkcionálnak és $\underline{x}$ vektornak.) Célunk a $T(M_2) - T(M_1)$ különbséget $n \times p_{\max}$ szám összegére bontani, amelyek mindegyike valamely (x, p) párhoz tartozik.

Az eljárás során az M_1 elemeit egy adott sorrendben egyenként lecseréljük a második populáció $m^2_{x,p}$ rátáival, miközben feljegyezzük a $T(M)$ funkcionál megváltozását. A haladás sorfolytonosan történik: egy aktuális x sor elemein a növekvő paritás irányában végigfutva az $x+1$ sor következik. Az $m^1_{x,p}$ elem lecserélésének „hatását", azaz ennek nyomán T megváltozását $2^{p_{\max}-1}$-szer számítjuk ki: a sor többi helyére vagy az eredeti elemet, vagy a cseréjét írva, az összes lehetséges kombináció szerint. A $2^{p_{\max}-1}$ számú előjeles változás számtani átlagát $\delta^{1,2}_{x,p}$-szel jelöljük. A sor utolsó elemével is végezvén, a sor p-edik helyére $m^2_{x,p}$ kerül. A $\left[\delta^{1,2}_{x,p}\right]$ mátrix lehetne a dekompozíció eredménye, azonban szimmetriaokokból az eljárást megismételjük fordítva is, azaz az M_2 mátrixból kiindulva elemcserével az előzővel megegyező módon előállítjuk M_1-et és a $\left[\delta^{2,1}_{x,p}\right]$ mátrixot. A dekompozíció eredménye a

$$\delta^{2\setminus 1}_{x,p} = \left[\delta^{1,2}_{x,p} - \delta^{2,1}_{x,p}\right]\Big/2 \tag{6}$$

elemekből álló átlagmátrix ($\delta^{1,2}_{x,p}$ és $\delta^{2,1}_{x,p}$ ellentétes előjelűek), amelyek értelmezése: „a második populáció teljes termékenységi arányszámának az elsőétől való eltéréséből, azaz $T(M_2) - T(M_2)$-ből, az a rész, amely $m^1_{x,p}$ és $m^2_{x,p}$ eltéréséből adódik". Könnyen ellenőrizhető, hogy teljesül

$$\delta^{2\setminus 1}_{x,p} = -\delta^{1\setminus 2}_{x,p} \text{ minden } T\text{-re, } x\text{-re és } p\text{-re.} \tag{7}$$

A (6) mátrix beláthatóan konzisztens, azaz valóban additív felbontása a T két értéke közötti különbségnek, azaz teljesül:

$$T\left(M_2\right) - T\left(M_1\right) = \sum_{x,p} \delta^{2\setminus 1}_{x,p}. \tag{8}$$

Ekkor azt mondjuk, hogy a $T(M_2) - T(M_1)$ különbséget „dekomponáltuk". Az eredmény a $\left[\delta^{2\setminus 1}_{x,p}\right]$ *dekompozíciós mátrix*.

Célszerű az M_1, illetve M_2 mátrix $\left[\delta^{2\setminus 1}_{x,p}\right]$ dekompozíciós mátrixát $M_2\setminus M_1$-gyel jelölni. (A korrekt jelölésnek tartalmaznia kellene T-t is, mi ezt elhagyjuk, ugyanis mindig egyértelmű lesz, hogy a tanulmányban vizsgált két mutató közül éppen melyikről van szó.) Ha M_1, illetve M_2 valamely P_1, illetve P_2 populáció mátrixa, akkor az ábrák címében a dekompozíciós mátrixra a $P_2\setminus P_1$ jelölést használjuk.

A most ismertetett módszer elvileg bármely olyan mutató dekomponálására alkalmas, amely valamely mátrixhoz egy számot rendel (vagy vektorhoz, ekkor $p_{\max} = 1$: ilyen egydimenziós például a várható élettartam). Világos, hogy az eljárás a cserék kitüntetett elemsorrendje miatt heurisztikus, azonban ha az összes lehetséges ($2^{np_{\max}}$ számú) sorrend szerint cserélnénk le M_1 elemeit M_2 elemeire (és vennénk a T funkcionál változásainak átlagát minden elemre vonatkozóan), akkor a kiszámítási idő kezelhetetlenül hosszú lenne.

A dekompozíció fogalmának értelmezése

A következő meggondolások nem csupán az eredmények értelmezését segítik elő, hanem rámutatnak egy újabb alapvető különbségre a két teljes termékenységi arányszám között. Az $M_2\setminus M_1 = \left[\delta^{2\setminus 1}_{x,p}\right]$ mátrix jelentésének pontosítását elősegíti az egyszerűen előállítható $B_2 - B_1 = \left[b^2_{x,p} - b^1_{x,p}\right]$ különbségmátrixszal történő összehasonlítása.

A két mátrixra egy számpéldával szolgál a tanulmány későbbi részében található *7.a)* és *7.b) táblázat*. (A $P_2\setminus P_1$ jelölés analógiájára az ábrák címében a $P_1 - P_2$ jelölést használjuk a

különbségmátrixra.) Azonnal felmerül ugyanis, hogy talán elegendő lenne közvetlenül a különbségmátrixot használni $T(M_2) - T(M_2)$ felbontására, hiszen elemei épp a két populáció várható születésszám-különbségei. Megjegyezzük, hogy különleges helyzet az, hogy a (3*a*)–(3*f*) konstrukció nyomán rendelkezésünkre áll T egy másik, az $\left[m_{x,p}\right]$-évl azonos méretű mátrixfelbontása: $\left[b_{x,p}\right]$.

A hasonlóságok: $M_2\backslash M_1$ és $B_2 - B_1$ mérete azonos, elemeik születésszámot jelentenek, mindkettő $T(M_2) - T(M_1)$ additív felbontása, azaz elemeiknek összege $T(M_2) - T(M_1)$. Továbbá teljesül $M_2\backslash M_1 = -M_1\backslash M_2$ [minden T-re, lásd a (7) összefüggést], és természetesen $B_2 - B_1 = -(B_1 - B_2)$ is. A számítási eredmények szerint a két mátrix megfelelő elemei egymáshoz aránylag közeli értékek.

A különbségek: „\" nem homogén, azaz $c(M_2\backslash M_1) \neq cM_2\backslash cM_1$ és általában $M_2\backslash M_1 + M_3\backslash M_2 \neq M_3\backslash M_1$. Végül a legfontosabb: ha teljesül $m^1_{x,p} = m^2_{x,p}$ valamely p-re és x-re, akkor, mint minden „valamirevaló" dekompozíció esetén, itt is $\delta^{2\backslash 1}_{x,p} = 0$, de nem következik $b^1_{x,p} = b^2_{x,p}$. Mi tehát a két mátrix jelentése közti különbség? Amíg $\delta^{2\backslash 1}_{x,p}$ az $m^1_{x,p}$ és $m^2_{x,p}$ ráták eltéréséből származó és azt mérő „fiktív" része $T(M_2) - T(M_1)$-nek, addig $b^2_{x,p} - b^1_{x,p}$ az x-hez és p-hez tartozó „valódi" várható gyermekszám-különbség a két populáció között, amely nem csupán $m^1_{x,p}$ és $m^2_{x,p}$ eltéréséből ered, hanem más – a (3*a*)–(3*f*) konstrukció esetén x-nél és p-nél kisebb vagy egyenlő – indexű elemekéből is. A $\left[b^2_{x,p} - b^1_{x,p}\right]$ mátrixot tekinthetjük $\delta^{2\backslash 1}_{x,p}$ egyfajta elemenkénti átdarabolásának: a $b^2_{x,p} - b^1_{x,p}$ különbség x-nél és p-nél kisebb vagy egyenlő indexű $\delta^{2\backslash 1}_{x',p'}$-k részeinek összegeként áll elő, vagy megfordítva: $\delta^{2\backslash 1}_{x,p}$ nem csak „helyben hat", egyes részei x-nél és p-nél nagyobb vagy egyenlő indexű $b^2_{x',p'} - b^1_{x',p'}$-kbe „épülnek be" additívan.

Azonban a (2) τ funkcionállal definiált klasszikus *TTA* esetében a leírt módszer dekompozíciós mátrixa, $M_2\backslash M_1$ bizonyíthatóan azonos a $B_2 - B_1$ különbségmátrixszal, azaz az $\left[5\left(m^2_i - m^1_i\right)\right]$ vektorral, és így $\delta^{2\backslash 1}_{x,p}$ ekkor csak „helyben hat". Akkor viszont teljesül: $M_2\backslash M_1 + M_3\backslash M_2 \neq M_3\backslash M_1$ is. Tehát a *TTA* esetében a bonyolult dekompozíciós eljárás egy egyszerű vektorkivonást végez el, ami ismét a klasszikus mutató egyszerűségét jelzi.

A hagyományos termékenységi arányszámok dekompozíciója

A dekompozíciós módszer alkalmazásával különböző régiók, településnagyságok és településtípusok teljes termékenységi arányszámait vetjük össze az országos népességével mint bázissal. Mivel ilyen mélységben nem álltak rendelkezésre kor- és paritásfüggő adatok, ezért a dekompozíciót a korfüggő *TTA*-ra végeztük el, azaz az algoritmust az (2) funkcionálra alkalmaztuk. Mivel azonban *TTA* esetén a dekompozíciós mátrix egyszerűen a várható gyermekszám-különbségekből áll, és ezért teljesül $M_2\backslash M_1 + M_3\backslash M_2 = M_3\backslash M_1$, így a közös bázissal dekomponált népességek egymáshoz való viszonya is kiolvasható az eredményekből.

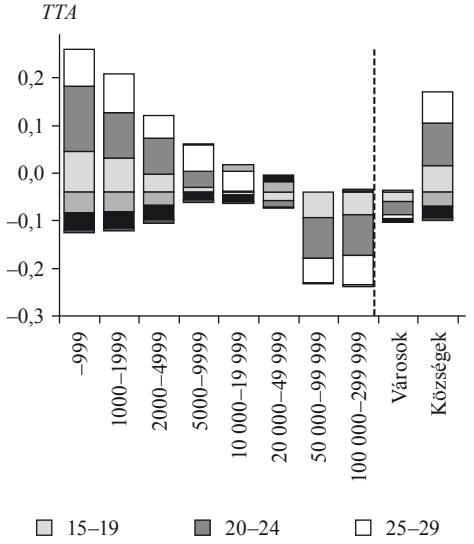
A *8–10. ábra* egy nőre vonatkoztatott várható gyermekszámbeli különbségeket tartalmaz. Egy oszlop adott színű szakaszának jelentése: az oszlophoz tartozó népesség teljes termékenységi arányszámának (*TTA*) az országosétól való eltéréséből a színnek megfelelő korcsoportra jutó rész. Az oszlop előjeles magassága (a vízszintes tengely alatti rész magassága „levonandó" a felettiéből) maga a két *TTA* közötti különbség.

A *8–10. ábra* alapján a következőket állapíthatjuk meg.

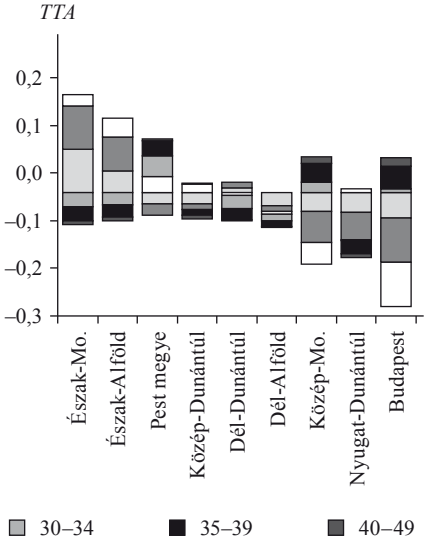
– Általános jelenség: a településméret növekedésével csökken a várható összgyermekszám. Ezen belül csökken a 30 év alatti szülések várható száma. Különös, hogy 30 és 39 év között 20 000–49 999 lélekszámú településig nő, afölött pedig csökken.

– 20 000 lakos felett és a városokban, továbbá Közép-Magyarországon 30 évnél fiatalabb korban az országos átlagnál kisebb a várható születések száma.

8. ábra
Településnagyság és -típus\országos átlag, 2009 (egy nőre)



9. ábra
Régiók\országos átlag, 2009 (egy nőre)

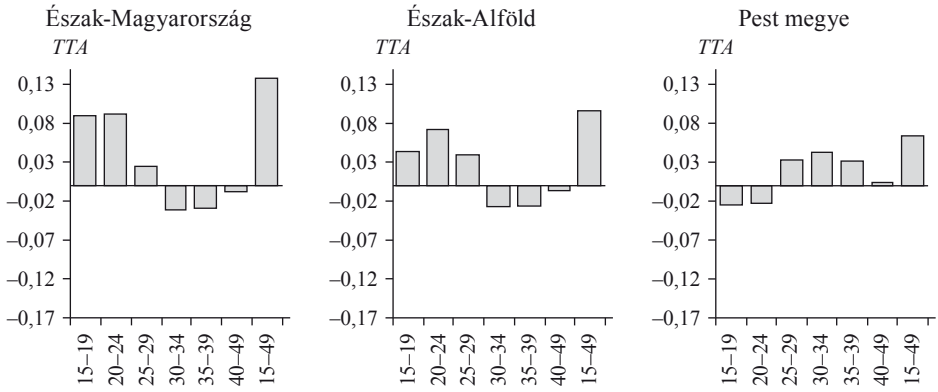


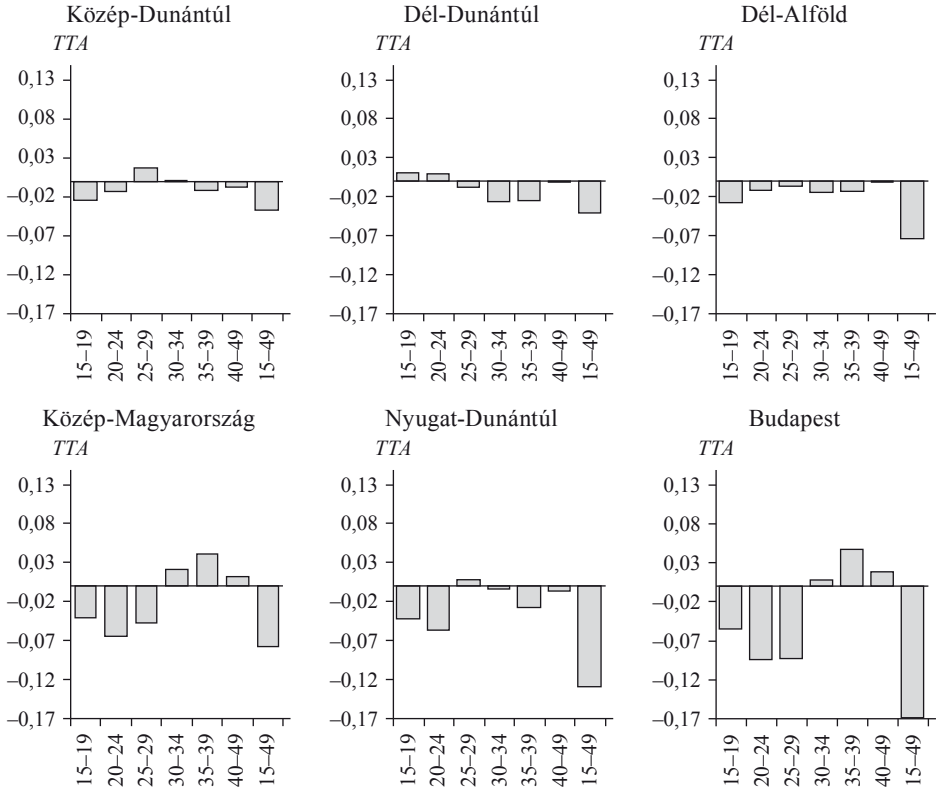
– Dél-Alföldön minden korcsoportban alacsonyabb a várható gyermekszám az országos átlagnál.

– Közép-Magyarország felbontása Budapest és Pest megye felbontásának átlagaként áll elő (Budapest létszámsúlya 59 százalék a [15, 49] korintervallumban). A két alrégió „karakterisztikája" között jelentős a különbség. A legnagyobb a 25–29 évesek várható születésszámaiban van: Budapesten jelentősen kisebb, mint az országos átlag (–0,093), Pest megyében jóval nagyobb (0,033).

– Észak-Magyarország és Észak-Alföld hasonlóan „viselkedik", mint a községek vagy az 5000 lakos alatti települések.

10. ábra
Régiók\országos átlag, 2009 (egy nőre)*

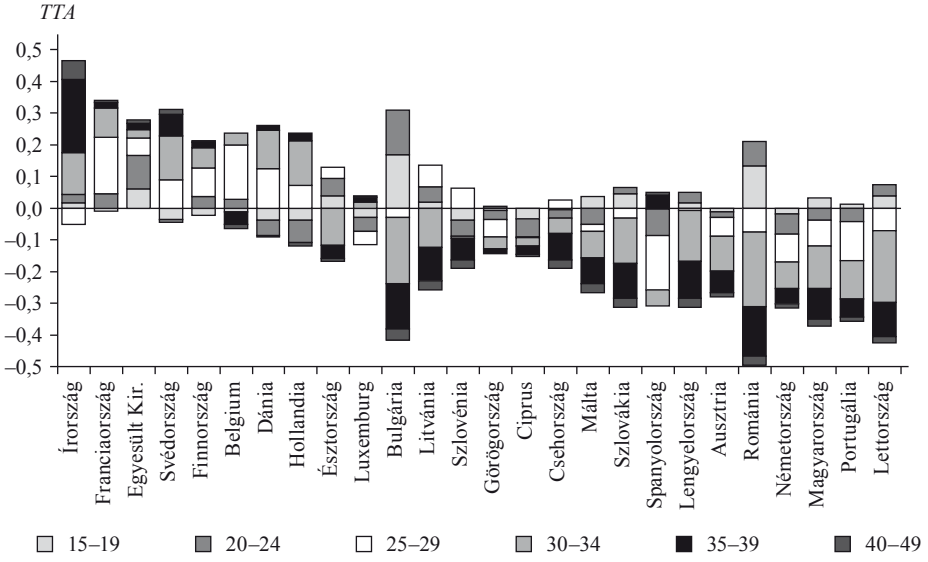




*A *9. ábra* részletesebb bemutatása.

11. ábra

26 európai ország\14 európai ország* átlaga (egy nőre)



* Ausztria, Belgium, Dánia, Egyesült Királyság, Finnország, Franciaország, Görögország, Hollandia, Írország, Luxemburg, Németország, Portugália, Spanyolország, Svédország.

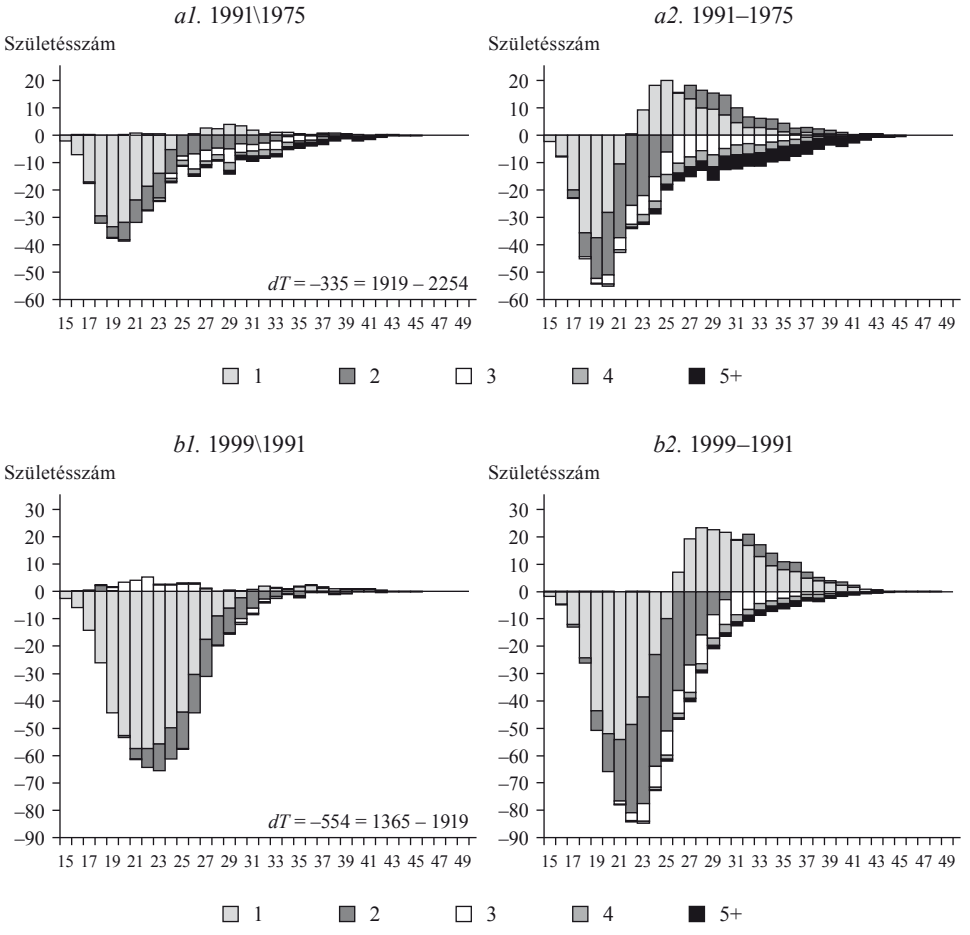
Európai összehasonlításban a *11. ábra* szerint Magyarországon 20 év fölött minden korcsoportban az átlagosnál kevesebb a várható gyermekszám, az ország a teljes termékenységi arányszám alapján – ezek csökkenő sorrendjében vannak az országok feltüntetve – pedig az utolsók között van Európában. Bulgária és Románia várható születésszáma a 15–24 korintervallumban kiugróan magas.

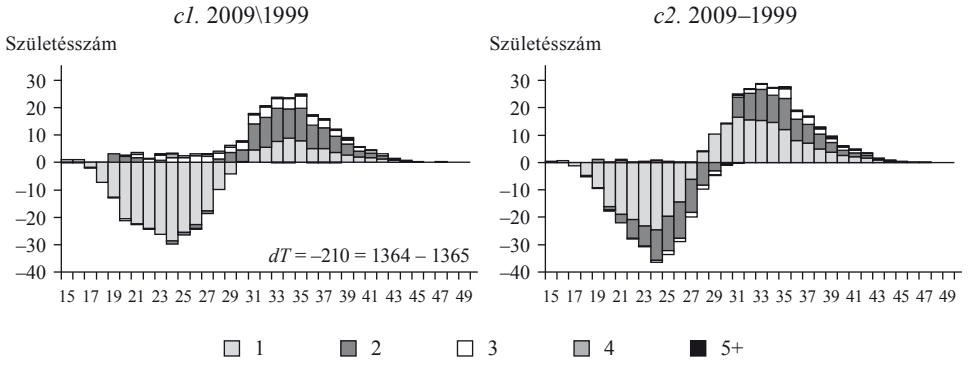
Paritásfüggő termékenységi arányszámok dekompozíciója

MAGYAR IDŐSOROK. Az 1975., 1991., 1999. és 2009. évi periódus paritásfüggő teljes termékenységi arányszámait dekomponáltuk, mindegyiket az előzőéhez képest. A *12. ábra* a *4. ábra* egymás utáni dekompozícióinak, illetve különbségmátrixainak felel meg. A jobb oldali ábrák közvetlenül az 1000 anya által *x* évesen szült *p*-edik gyermekek várható számának megváltozását ábrázolják. A *12.c) ábra* a *7.a)* és *7.b) táblázathoz* tartozik.

12. ábra

A teljes termékenységi arányszámok dekompozícióinak (*a* rész) és különbségmátrixainak (*b* rész) ábrázolása (ezer nőre)





A *12. ábrán* a grafikonok mindegyikének előjeles területe egyenlő az érintett két teljes termékenységi arányszám különbségével. E különbségeket feltüntettük az ábrákon (*dT*), és megtalálhatók a *7. táblázat* mindkét részének jobb alsó sarkában is mint táblázatösszesenek. Az egymás melletti ábrapárokon tanulságos érzékelni a dekompozíciós és a különbségmátrix közötti hasonlóságokat és különbözőségeket. Először két kvalitatív észrevételt teszünk, aztán áttérünk a számszerű értékelésre.

– Az összetartozó ábrák egybevetésekor felmerül a kérdés: honnan származik a *12. ábra a2.* és *b2.* részein a jelentős születésszám-növekedés 23, illetve 26 éves kor felett az első- és másodszülött gyermekeknél, ha az *a1.* és *b1.* grafikon szerint minden kor és paritás kizárólag születésszám-csökkenéssel járul hozzá a *TTA–P* csökkenéséhez (eltekintve az 1 és 3 paritás csekély mértékű pozitív értékeitől). A negatív hozzájárulás egy adott (*x*, *p*) helyen mindig rátacsökkenést jelent ugyanott. Hogyan lehetséges jelentős várható születésszám-növekedés, ha (lényegében) minden születési ráta csökken? A magyarázat a következő: ha egy adott kor alatt jelentős mértékű a rátacsökkenés – például az első gyermekeknél –, akkor jelentősen megnő a gyermektelenül maradó anyák száma, akik magasabb korban majd több első gyermeket szülnek, még (kismértékben) csökkent ráták mellett is. Vegyük észre, hogy a halasztás előidézésének egy nem triviális, általános formájára bukkantunk*: halasztás nemcsak korai (egy adott kor alatti) születésiráta-csökkenéssel és későbbi -növekedéssel állhat elő, hanem közvetett módon, korai nagymértékű, majd azt követő kismértékű csökkenéssel is*.

– Különösnek tűnhet, hogy míg a *12. ábra b1.* részén a *TTA–P* csökkenéséhez a 3 paritás csak növekedéssel járul hozzá (19 és 27 év között), a „valódi" várható harmadik gyermekszám a *12. ábra b2.* része szerint azonban sehol nem nő, sőt 21 és 41 év között csökken. A magyarázat: bár a $19 \leq x \leq 27$ intervallumbeli $m^1_{x,3} \rightarrow m^2_{x,3}$ rátanövekedés nyomán természetesen nőtt a 3, 4 és 5+ paritásos születések várható száma az *x* és annál magasabb életkoroknál, azonban ezeket „lerontották" a p = 1-hez *és* p = 2-höz, valamint $x' < x$-hez tartozó $m^1_{x',p} \rightarrow m^2_{x',p}$ ráta csökkenések. (Lásd A dekompozíció fogalmának értelmezése című fejezetet.) Ez tehát a közvetlen hatás következménye*:* kevesebb *p-edik szülés magasabb korokban és paritásoknál kevesebb szülést indukál*.

– 1975 és 1991 között 17 százalékkal (335/1000 anya) csökkent a *TTA–P*, ez megegyezik a *12. ábra a)* részének két grafikonja alatti előjeles területekkel. Az *a2.* rész halasztást mutat az első gyermekeknél, azaz 22 év alatt várható csökkenést, a felett egyidejű növekedést. Hasonlóan a második gyerekeknél: 25 év alatt várható csökkenést, egyben a felett növekedést.

– 1991 és 1999 között a várható összgyermekszám csökkenése drasztikus: 41 százalék (554/1000 anya), főleg 25 év alatt az első gyermekeknél és 30 év alatt a másodiknál. Az

7. táblázat

A teljes termékenységi arányszámok

a) dekompozíciója és *b)* különbségmátrixai (ezer nőre)

a) $\left[\delta_{x,p}^{2009\backslash 1999}\right]$

Korév	Gyermekszám					Összesen
	1	2	3	4	5+	
15	0,6	–0,1	0,0	0,0	0,0	0,4
16	0,6	0,0	0,0	0,0	0,0	0,6
17	–1,2	0,0	–0,1	0,0	0,0	–1,2
18	–4,8	–0,4	0,1	0,0	0,0	–5,1
19	–9,3	1,2	–0,1	–0,1	0,0	–8,2
20	–16,2	–1,2	–0,4	0,2	0,0	–17,6
21	–18,9	–3,1	0,7	0,4	–0,1	–21,0
22	–20,9	–6,8	–0,2	0,1	0,1	–27,7
23	–23,2	–7,5	–0,2	0,2	0,3	–30,3
24	–24,7	–11,1	–0,7	0,6	0,4	–35,5
25	–19,8	–12,4	–1,4	0,1	0,3	–33,2
26	–14,6	–13,2	–1,3	0,1	0,2	–28,7
27	–6,2	–12,0	–1,5	0,0	0,3	–19,5
28	4,0	–8,3	–1,5	0,0	0,2	–5,5
29	10,3	–3,2	–1,4	0,0	0,1	5,7
30	14,2	–0,6	–0,3	–0,1	0,3	13,5
31	16,5	7,3	0,7	–0,2	0,5	24,8
32	15,5	9,7	1,5	0,1	0,2	26,9
33	15,4	11,3	1,9	0,2	0,0	28,8
34	14,7	9,8	2,6	0,1	0,1	27,3
35	12,0	11,3	3,6	0,4	0,3	27,6
36	8,1	7,8	2,7	0,5	0,0	19,1
37	7,2	6,9	2,4	0,5	0,0	16,9
38	4,9	5,4	1,9	0,5	0,1	12,9
39	3,7	3,6	1,4	0,5	0,4	9,6
40	2,5	1,8	1,3	0,2	0,3	6,2
41	2,2	1,4	0,9	0,2	0,1	4,8
42	1,5	1,2	0,5	0,2	0,1	3,5
43	0,9	0,4	0,3	0,1	0,0	1,7
44	0,3	0,2	0,1	0,1	0,2	0,8
45	0,2	0,0	0,0	0,1	0,0	0,3
46	0,1	0,1	0,0	0,0	0,0	0,2
47	0,1	0,1	0,0	0,0	0,0	0,3
48	0,1	0,0	0,0	0,0	0,0	0,1
49	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
	–24,0	–0,2	13,5	5,1	4,5	–1,0

b) $\left[b_{x,p}^{2009} - b_{x,p}^{1999}\right]$

Korév	Gyermekszám					Összesen
	1	2	3	4	5+	
15	1,0	–0,2	0,0	0,0	0,0	0,9
16	1,1	–0,1	0,0	0,0	0,0	0,9
17	–1,9	–0,2	–0,1	0,0	0,0	–2,1
18	–7,2	0,0	0,1	0,0	0,0	–7,1
19	–12,8	3,1	–0,1	–0,1	0,0	–10,0
20	–20,5	2,3	–0,8	0,4	0,0	–18,5
21	–22,5	1,8	1,2	0,7	–0,1	–18,8
22	–24,0	–0,2	1,2	0,3	0,0	–22,8
23	–26,3	0,8	1,8	0,4	0,2	–23,1
24	–28,7	–1,2	1,9	1,3	0,2	–26,6
25	–25,5	–0,9	1,8	0,6	0,0	–24,0
26	–22,7	–1,5	2,4	0,8	–0,1	–21,1
27	–17,8	–0,9	2,3	0,7	0,0	–15,5
28	–9,8	1,2	2,3	0,7	0,0	–5,6
29	–4,1	3,6	2,1	0,6	–0,1	2,0
30	0,4	4,2	2,8	0,4	0,1	8,0
31	4,7	9,4	3,4	0,3	0,3	18,0
32	5,6	10,9	3,7	0,5	0,1	20,7
33	7,6	12,1	3,7	0,5	–0,1	23,8
34	9,0	10,5	3,8	0,3	–0,1	23,6
35	7,9	11,8	4,5	0,5	0,2	25,0
36	5,2	8,4	3,3	0,5	–0,1	17,4
37	5,2	7,4	2,9	0,5	–0,1	15,8
38	3,6	5,9	2,2	0,5	0,0	12,1
39	2,8	4,0	1,6	0,5	0,3	9,0
40	1,9	2,1	1,4	0,2	0,2	5,8
41	1,8	1,6	1,0	0,1	0,1	4,5
42	1,3	1,3	0,6	0,1	0,0	3,3
43	0,8	0,5	0,3	0,1	0,0	1,6
44	0,2	0,2	0,1	0,1	0,1	0,8
45	0,2	0,0	0,0	0,1	0,0	0,3
46	0,1	0,1	0,0	0,0	0,0	0,2
47	0,1	0,1	0,0	0,0	0,0	0,2
48	0,1	0,0	0,0	0,0	0,0	0,1
49	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0	0,0
	163,1	98,0	51,3	11,6	1,2	–1,0

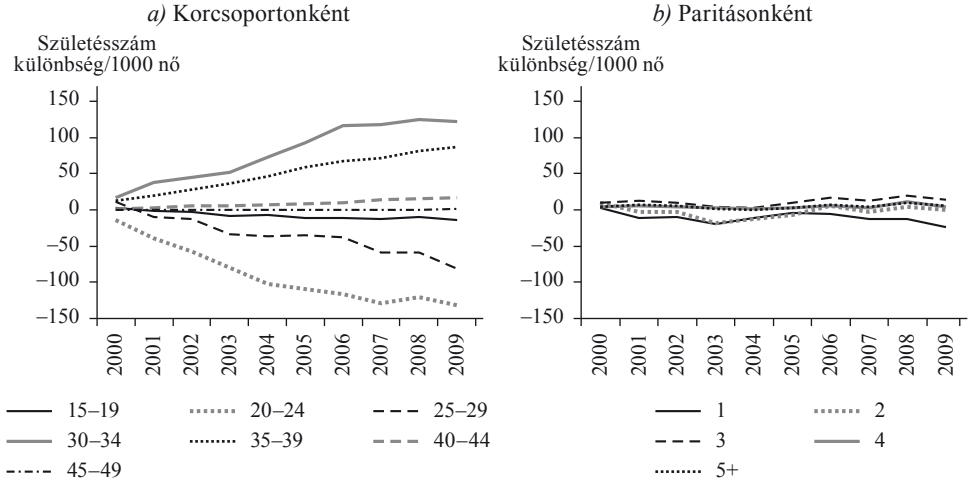
első gyermekeknél azonban ez nagymértékben kiegyenlítődik, ugyanis a *12. ábra b2.* része halasztást mutat. A másodiknál is, de ez csekély mértékű. Továbbá jelentős mértékű a 3., 4. és különösen az 5. gyermekek várható születésszámának csökkenése. A *12. ábra b1.* dekompozíciós része viszont azt mutatja, hogy a várható összcsökkenés túlnyomórészt a 15 és 30 év közötti első születési ráták különbségéből, kisebb részben a 21 és 33 év közötti második születési ráták különbségéből eredő várható csökkenések összegzése.

– 1999 és 2009 az utolsó stagnációs időszak két végpontja. Itt nemcsak ábrázoltuk, hanem számszerűen is kiírtuk a dekompozíciós és a különbségmátrixot *(7. táblázat).* Az eltérés a két év teljes termékenységi arányszáma között (ezer nőre): 1 gyermek (a *12. ábra c1.* és *c2.* részén a görbe alatti pozitív és negatív területek lényegében „kiejtik egymást"). A *c1.* dekompozíciós ábra 30 év alatt az első gyermekek születési rátájának erős csökkenéséről tanúskodik – ez láthatóan az első és második gyermekek várható számának csökkenését okozza 30 év alatt a *c2.* grafikonon –, afölött pedig kisebb mértékű növekedésről az egy paritásnál és nagyobb mértékűről a kettőnél. E rátaváltozások okozta közvetlen és közvetett hatások kombinációjaként áll elő a *c2.* grafikon, amely szinte tiszta halasztást mutat mind a az első, mind a második gyermekek születésére vonatkozóan.

A 1999–2009 közötti stagnálás időszakát (lásd a *2. ábrát*) most „kinagyítjuk". A *13.a) ábra* széttartó görbéi a 30 év alatti várható születésszámok csökkenéséről és az afölöttiek növekedéséről tanúskodnak, a *13.b)* ábra kis értékei pedig a paritásokon belüli állandóságról. A kettő együtt a „tiszta" halasztást jelenti, összhangban a *12.c) ábra* magyarázatával. A *13. ábra* azt mutatja, hogy ez a halasztás folyamatosan nőtt a 10 év során.

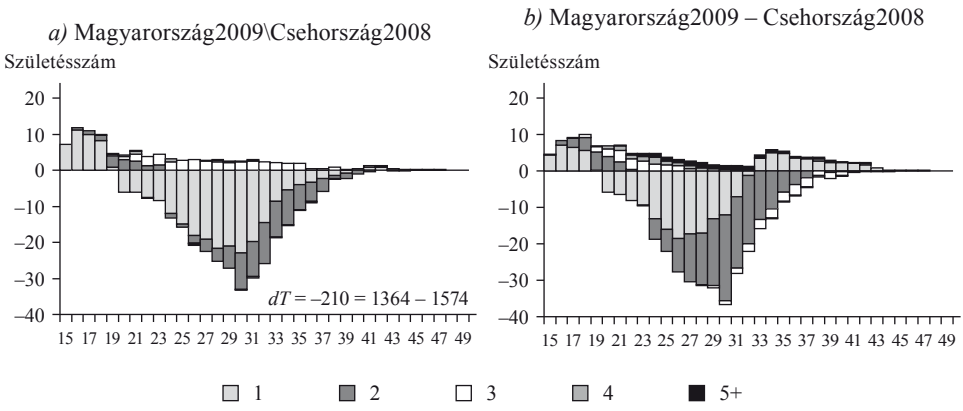
13. ábra

Különbségmátrix 1999-hez képest, (1999 + *t*) – 1999 (ezer nőre)



MAGYARORSZÁG ÉS NÉGY KÖRNYEZŐ ORSZÁG KÖZÖTTI ELTÉRÉS DEKOMPOZÍCIÓJA. Magyarország várható összgyermekszámának paritás- és koreloszlása Szlovákiáétól, illetve Ausztriáétól kevéssé tér el. A Csehországhoz viszonyított *TTA–P*-lemaradás már jelentős, 210/ezer nő. A különbség a *14. ábra* két grafikonja szerint legnagyobb mértékben a 20 és 40 év közötti első és második születési ráta hiányainak számlájára írható. A 20 éves kor alatti ráta többletei valamelyest csökkentik ezt a hiányt.

14. ábra
Magyarország és Csehország teljes termékenységi arányszámai dekompozíciójának (*a* rész) és különbségmátrixának (*b* rész) ábrázolása (ezer nőre)



Összefoglalás

Az egy anyára vonatkoztatott várható születésszámot megadó paritásfüggő teljes termékenységi arányszám (*TTA–P*) megalapozottabb mutató a klasszikus paritásfüggetlen mutatónál (*TTA*), hiszen figyelembe veszi a születési ráták gyermekszámfüggését is az anya kora mellett. A számítások mégis azt mutatják, hogy a két mutató értékei közel állnak egymáshoz. A *TTA–P* nagy előnye azonban, hogy számítása kiadja a családban a várható gyermekszám kor és paritás szerinti megoszlását is.

Két népesség paritásfüggő teljes termékenységi arányszámának összehasonlításakor a dekompozíciós mátrix mellett rendelkezésre áll a sokkal egyszerűbben kiszámítható különbségmátrix is, amely közvetlenül a várható születésszám-különbségeket szolgáltatja kor és paritás szerint. A tanulmányban eredeti módszertani elem a dekompozíciós mátrix és a „sima” különbségmátrix vizsgálati eszközként való együttes használata. A két mátrix más-más oldalát fedi fel két populáció paritásfüggő teljes termékenységi arányszámbeli különbségeinek; együttes olvasatuk pedig új tulajdonságokat, mélyebb összefüggéseket tár fel a születésszámbeli különbség struktúrájáról és dinamikájáról.

Az eredmények azt mutatják, hogy Magyarországon a teljes termékenységi arányszámok egy 1975–1983 közötti stagnációtól eltekintve 1975 és 1999 között folyamatosan csökkentek, és egyidejűleg a születések elhalasztása is megtörtént: a 30 év alatti szülések száma csökkent, az afölöttieké nőtt. Eközben az anyák paritásonkénti várható szülési kora nőtt – növekvő szórásokkal –, és e korok közeledtek egymáshoz. Ennek nem mond ellent, hogy eközben a szülések közötti várható időintervallumok alig csökkentek. 1999 és 2009 között ismét stagnálás állt be a teljes termékenységi arányszámokban, azonban a dekompozíciók és különbségmátrixok vizsgálata ezalatt is folyamatos várható halasztást mutatott ki. Magyarország a tartósan alacsony várható születésszámokat produkáló európai országok rangsorában is az utolsók között van. A régiós, a településnagyság és -típus szerinti *TTA*-dekompozíciók koherens kor szerinti mintázatokat adtak: a fejlettebb területeken alacsonyabbak a teljes termékenységi arányszámok, s 30 év alatt kisebb a várható gyermekszám. A településméret növekedésével is csökken a várható összgyermekszám, ezen belül a 30 év alatti szüléseké is, de 30 és 39 év között 50 ezres lélekszámig nő a várható gyermekszám, afölött pedig csökken.

A bőségesen rendelkezésre álló számítási eredmények további kutatások alapjául szolgálhatnak.

Hivatkozások

Andreev, E. M.–Shkolnikov, V. M.–Begun, A. Z. [2002]: Algorithm for Decomposition of Differences between Aggregate Demographic Measures and Its Application to Life Expectancies, Healthy Life Expectancies, Parity-Progression Ratios and Total Fertility Rates. Demographic Research, Vol. 7. No. 14. 49–522. o.

Bongaarts, J.–Feeney, G. [1998]: On the quantum and tempo of fertility. Population and Development Review, Vol. 24. No. 2. 271–291. o.

Canudas-Romo, V. [2003]: Decomposition Methods in Demography. Rozenberg, Amszterdam.

Caselli G.–Vallin J.–Wunsch G. (szerk.) [2006]: Demography: Analysis and Synthesis, 1–4. köt. A Treatise in Population. Academic Press, Burlington, MA.

Feichtinger, G. [1987]: The Statistical Measurement of the Family Life Circle. Megjelent: *Bongaarts, J.–Burch, T.–Wachter, K.* (szerk.): Family Demography. Methods and their Applications. Oxford University Press, Oxford, 81–101. o.

Frejka, T.–Sobotka, T. [2008]. Overview chapter 1: Fertility in Europe: Diverse, Delayed and Below Replacement. Childbearing trends and policies in Europe. Demographic Research, SC7, Vol. 19. No. 3. o. 15–46. o. http://www.demographic-research.org/volumes/vol19/3/19-3.pdf.

Jasilioniene, A.–Jdanov, D.–Sobotka, T.–Andreev, E.–Zeman, K.–Shkolnikov, V.–Goldstein, J.–Philipov, D.–Rodrígues, G. [2010]: Methods protocol for the Human Fertility Database. Max Planck Intitute for Demographic Research, Rostock. http://www.humanfertility.org/Docs/methods.pdf.

Józan Péter [2003]: Válság és megújulás a második világháború utáni epidemiológiai fejlődésben Magyarországon. KSH, Budapest, 104 o.

Kamarás Ferenc [2000]: Termékenység, népesség reprodukció. *Megjelent: Kolosi Tamás–Tóth István György–Vukovich György* (szerk.): Társadalmi riport 2000. Tárki, Budapest, 409−432. o. http://www.tarki.hu/adatbank-h/kutjel/pdf/a672.pdf.

Kohler, H-P.–Ortega J. A. [2002]: Tempo-Adjusted Period Parity Progression Measures, Fertility Postponement and Completed Cohort Fertility. Demographic Research, 6. No. 6. 91–144. o.

Lutz, W.–Feichtinger, G. [1985]: A Life Table Approach to Study Parity Progression and Marital Transition. IUSSP General Conference, Section of Family Demography, Firenze.

Lutz, W.–Skirbekk, V.–Testa, M.R. [2006]: The Low Fertility Trap Hypothesis: Forces That May Lead to Further Postponement and Fewer Births in Europe. Yearbook of Population Research, Bécs, 167–192. o.

Függelék

A p-edik és $p+1$-edik szülés ($0 < p < p_{\max}$) közötti várható időintervallum a következőképpen áll elő: az anya várható kora a $p+1$-edik szülésnél mínusz az anyák közül azoknak a várható kora a p-edik szülésnél, akiknek van $p+1$ számú gyermekük (azaz nem álltak meg a p-ediknél). Az előbbit, e_{p+1}-et már kiszámítottuk [a (4) képlettel], az utóbbi, e_p^+ pedig előállítható, ha a születésszámok oszlopát kettébontjuk: $b_p(x) = b_p^0(x) + b_p^+(x)$, ahol az első tag azon p-edik gyermekek száma (vagy anyjuké: anya csak egy van), akiknek anyja x évesen megállt a p-edik gyermeknél, a második tag pedig a „továbbszülő” x éves anyák (és egyben p-edik gyermekeik) száma. A két tag:

$$b_{x,p}^0 = b_{x,p}\left[1 - \pi_p\left(x, x_{\max}\right)\right]$$

$$b_{x,p}^+ = b_{x,p} \cdot \pi_p\left(x, x_{\max}\right),$$

ahol $\pi_p\,(x,\, x_{\max})$ annak a valószínűsége, hogy egy x éves p paritású nőnek lesz még legalább egy gyermeke (az $x_{\max}$ kor elérése előtt). Ez viszont kifejezhető az éves valószínűségekkel:

$$\pi_p\left(x, x_{\max}\right) = 1 - \prod_{i=x}^{x_{\max}} \left(1 - q_{i,p+1}\right).$$

(„Kétszeres tagadás", ugyanis a produktum annak a valószínűsége, hogy egyik évben sem születik meg a $p+1$-edik gyermek.)

Tehát a p-edik és $p+1$-edik szülés közötti várható időtartam:

$$t_p = e_{p+1} - e_p^+ = \sum_x x \cdot b_{x,p+1} \Big/ \sum_x b_{x,p+1} - \sum_x x \cdot b_{x,p}^+ \cdot \pi_p\left(x, x_{\max}\right) \Big/ \sum_x b_{x,p}^+ \cdot \pi_p\left(x, x_{\max}\right), \qquad p = 1, \ldots, p_{\max-1}.$$

E számítás először *Feichtinger* [1987]-ben jelent meg.