A hibatörvényektől a mérési bizonytalanságig (II)[1]

Az eredetileg három részből álló cikksorozat tervezett II. és III. részét technikai okokból összevontan közöljük. A már megjelent I. részben a hibaszámítás történetét **Churchill Eisenhart** tanulmánya alapján Gaussig követtük végig. A Gauss-eloszlást *normális eloszlásnak* is nevezik. Erős volt ugyanis a meggyőződés, hogy ezen kívül nincs más, a hibák viselkedését helyesen leíró eloszlás, hogy csak ez az eloszlás létjogosult, mert a valóságot tükrözi, és mert a maga nemében tökéletes. Ha az adatok utólagos elemzése azt mutatta, hogy a mérési hibák nem követik a Gauss-eloszlást, akkor a hibát nem a hibaszámításban, az eloszlás nem teljesen megfelelő (nem-adekvát) voltában, hanem a mérési eljárásban, a mérőeszközökben keresték.

Laplace a központi határeloszlás tétellel erős alátámasztást adott a hibatörvénynek. E tétel szerint a Gauss-eloszlás igen jó közelítő modell a számtani közepek, vagy *n* független hiba lineáris függvényének az eloszlására, és hogy a közelítés hibája zérushoz tart, ha $n \rightarrow \infty$. Ma már tudjuk, hogy a Gauss-eloszlás nem általános érvényű. Az adatok elemzéséhez használt, feltételezett valószínűség-eloszlás csupán *modell,* amiről remélhető, hogy a hasznosításához szükséges megbízhatósággal eléggé megközelíti a valóságot. Az észlelési adatokat sem képzeljük el olyanoknak, amelyek valóban normális eloszlást, vagy bármilyen más eloszlást követnek.

A mai mérési bizonytalanság-fogalom kialakulása utolsó fél évszázadának történetét dióhéjban úgy foglaljuk össze, hogy megjelenésük időpontjának sorrendjében felidézzük az új felfogásmódot (koncepciót) megalapozó szakirodalom néhány jellegzetes képviselőjét. Az áttekintést az *Útmutató a mérési bizonytalanság kifejezéséhez* című ISO kiadvány, közismert nevén a GUM [1] megjelenése előtt már közzétett gondolatokkal kezdjük.

1966-ban jelent meg **H.H. Ku** „Megjegyzések a hibaterjedési törvények használatához" című közleménye. A cikkben Raymond T. **Birge**-től idézi a következő gondolatot:

---

[1] A cikk első részében (9. oldal baloldali hasáb közepe) a szöveg helyesen:
" **Carl Friedrich Gauss** (1777-1885) 1794-ben felismerte, hogy az y = α +βx lineáris függvény α és β együtthatóit az észlelési adatokból a maradék hibák négyzeteinek összegét minimalizáló a-val és b-vel lehet meghatározni:

„Az a kérdés, hogy mit tekintsünk egy adott mért mennyiség bizonytalanságának, már évtizedek óta vita tárgya, és feltehetően még sokáig az marad. A kérdés sok szempontból kezelhető, és természeténél fogva nem is lehet rá egyértelmű választ adni. A hibaterjedés törvénye ezzel szemben tisztán matematikai probléma, jól meghatározott és könnyen bizonyítható következtetésekkel"

Témánk szempontjából nem a hibaterjedés törvényének minősítése érdekes, hanem az, hogy a mérési bizonytalanság szakkifejezés már ebben a több mint fél évszázada megfogalmazott szövegben megjelent.

Ku nem határozza meg, de tudatosan használja a bizonytalanság fogalmát. A hibaterjedés törvényét leíró képleteket úgy értékeli, hogy „az ezekkel a képletekkel kapott bizonytalanság némileg kisebb lesz a ténylegesnél, mert a függvény alakját nem ismerjük pontosan, és a figyelembe vett változók általában nem teljesen reprezentálják a végső eredményt befolyásoló hibaösszetevőket".

Mintegy 15 évvel a CIPM ajánlásának megjelenése előtt természetesnek tekinthető, hogy Ku a két hagyományos hibakategóriában gondolkodik. Ezeknek a kategóriáknak elfogadása egyúttal azt is jelenti, hogy – szerinte – a véletlen hibákat másképpen kell kezelni és értékelni, mint a rendszeres hibákat.

Az **1960-as évek** végén az Izmeritelnaja Technika című folyóiratban jelent meg **P. V. Novickij** cikksorozata, amit az információelmélet metrológiai alkalmazása egy korai példájának tekinthetünk.

Novickij egységes és tényleges ismérvet (objektív kritériumot) keresett, ami lehetővé teszi, hogy a mérés pontosságát olyan adattal fejezzük ki, amely a mérési eredmény információtartalmával egyértelmű függvénykapcsolatban van. A rendszeres összetevő jellemzésére a várható értéket, a véletlen összetevő (a centrális véletlen változó) jellemzésére a $H(x)$ entrópiát alkalmazta. A mérési hibát az információelméletben alkalmazott zaj illetve zavar egy sajátos változatának, a mérést pedig az üzenettovábbítás egy sajátos formájának tekintette.

A valószínűség-eloszlás típusától függően ugyanakkora nagyságú szórás (Novickij kifejezésével élve: „zavarteljesítmény") különféle mértékben befolyásolhatja a mérés eredményét.

Novickij a tetszésszerinti eloszlásfüggvényű *hiba entrópia-értékének* azt az egyenletes eloszlású hibaértéket tekintette, amely ugyanakkora információcsökkentő hatást fejt ki, *azaz ugyanakkora entrópiájú* mint az adott, tetszésszerinti eloszlásfüggvénnyel jellemezhető hiba. Ez a felfogás talán az egyenáram és a váltakozóáram effektív értékének a hőhatásban megnyilvánuló egyenértékűségében gyökerezett.[2] Az információcsökkentő hatás normális eloszlás esetében a legnagyobb.

A hiba Δ entrópia értéke és a σ szórás közötti arány a különféle eloszlásfüggvények esetében tehát más és más. A hiba információcsökkentő hatását nem csak a szórás nagysága határozza meg, hanem az eloszlásfüggvény típusa is.

A. F. Dunn *A mérés megbízhatósága* című tanulmánya a hetvenes évek elején jutott el hozzánk. A szerző kristálytiszta logikával építette fel gondolatmenetét, ami végül a *mérési bizonytalanság* alapeszméjéhez (koncepciójához) vezetett.

Dunn abból indult ki, hogy a *visszavezetettség* önmagában véve csak szükséges, de nem elégséges feltétel a mérés megbízhatóságának eléréséhez. A visszavezetett mérőeszköz gyakorlati alkalmazásának körülményeit is figyelembe kell venni. Nagyon pontosan fogalmazott, amikor nem a mérőeszköz vagy a mérési eredmény, hanem a *mérési folyamat* bizonytalanságát értelmezte, bár mai szemmel nézve szóhasználata nem volt mindig következetes. Megállapította, hogy a mérési bizonytalanság több összetevőből áll. Az összetevők forrásai: a mérőeszközök, a környezeti feltételekben a mérés során beálló változások és maga a mérési elv.

Abból indult ki, hogy a bizonytalanság különféle forrásokból származó összetevői „ekvivalens szórásokká” alakíthatók át, és összegezhetők a „konvencionálisabb módon definiált” szórásokkal;. Az összegzés eredménye valamilyen (±s) szórásként kezelhető. A mérési bizonytalanság ±2s értéke a pontosságot jól kifejező, számszerű (kvantitatív) érték, amely biztosítja azt, hogy csak a mérési eredmények egy kis százaléka (hányada) essen a megadott

---

[2] A hiba entrópia-értékét Δ-val jelölve:

$$H(x/x_p) = -\int_{-\infty}^{+\infty} p(x/x_p)\ln p(x/x_p)dx = -\int_{-\Delta}^{+\Delta} \frac{1}{2\Delta}\ln\frac{1}{2\Delta}dx = \ln(2\Delta).$$

A hiba entrópia-értéke tehát:

$$\Delta = \frac{1}{2}e^{H(x/x_p)}.$$

Egyenletes eloszlású hiba esetén $\Delta = \sqrt{3}\sigma = 1{,}73\sigma$, normális eloszlású hiba esetén pedig $\Delta = \frac{1}{2}e^{H(x/x_p)} = \frac{\sqrt{2\pi e}}{2}\sigma = 2{,}07\sigma.$

.

határokon kívülre. Végül megállapította, hogy az ismételt mérések eredményeiből vett minden minta jellegzetes szóródási képet mutat, ahol a szóródási kép elemeinek nagy része egymáshoz közel helyezkedik el, és kirajzol egy értéket, amely a mért érték jó becslésének tekinthető. Bármely elem előfordulásának annál kisebb a gyakorisága, minél nagyobb az eltérése ettől a becsléstől. Különösebb indokolás nélkül feltételezte, hogy a „jó minőségű ismételt mérések” eredményei normális eloszlást követnek. Eloszlásuk jellemzésére két statisztikai mennyiség alkalmas: (1) az $\bar{x} = \frac{1}{n}\sum x_i$ számtani közép, azaz az elsőrendű kezdeti momentum, ami egyúttal a legvalószínűbb érték:, és (2) az $s^2 = \frac{1}{n-1}\sum (x_i - \bar{x})^2$ szórásnégyzet, azaz a másodrendű centrális momentum becslése.

Dunn felvetette, hogy *kell* találni valamilyen lehetőséget a rendszeres és a véletlen bizonytalanság-összetevők összegzésére, vagyis arra, hogy az „össz-bizonytalanságot” a valószínűség-számítás eszközeivel kifejezhető és értelmezhető *egyetlen számadattal* tudjuk jellemezni.

Dunn a rendszeres hibák kezelésére három lehetséges módot ajánlott: 1) ha a rendszeres hiba nagysága és előjele ismeretlen, de értéke egy adott határ alatt van, akkor ezzel a határértékkel lehet becsülni; 2) ha a rendszeres hiba nagysága ismert, de a véletlen hibához képest elhanyagolható, akkor ± előjellel véve úgy lehet kezelni, mint a véletlen hibát; végül 3) a rendszeres hibát, ha kellő pontossággal meghatározható, helyesbítés (korrekció) alkalmazásával ki lehet küszöbölni.

Ugyancsak Dunn-tól származnak az első ajánlások a külső adatok közölt bizonytalanságának „ekvivalens szórássá” való átalakítására. Ma ezt úgy fogalmaznánk, hogy felvázolta a külső adatok standard bizonytalanság formájában történő megadásának eljárását. Felismerte, hogy csak azonos módon értelmezett bizonytalanság-összetevőket lehet összekapcsolni (kombinálni). A bizonytalanságot azonban nem a mai értelmezésnek megfelelő standard bizonytalanságként, hanem adott megbízhatósági szintű tartományként fogta fel.

A BIPM mérési bizonytalanságra vonatkozó ajánlásai 1981-ben váltak ismertté INC-1 (1980) Ajánlás címen. A Nemzetközi Súly- és Mértékügyi Hivatal (BIPM) 1978-ban kérdőívet adott ki, amelyre 32 nemzeti mérésügyi intézet válaszolt. A kérdések a mérési hibák kiszámításának és megadásának módjára vonatkoztak, és a válaszok sokszínű képet mutattak. A kérdőívre adott válaszok feldolgozása után nemzetközi munkacsoportot hoztak létre az egységesítést célzó ajánlások kidolgozására, melyek 1981 októberében láttak napvilágot. Mint láttuk, ezt a mindössze egy oldal terjedelmű, de meghatározó jelentőségű dokumentumot olyan cikkek, tanulmányok előzték meg, amelyekben a mérési bizonytalanság fogalomköre, a fogalmak értelmezése és az elméleti alapok csirájukban már benne voltak.[3]

Pierre Giacomo, BIPM (1983): *A bizonytalanságok kifejezéséről* című cikkében beszámolt a mérési bizonytalanság kérdéseivel foglalkozó nemzetközi munkacsoport megalakításáról. A munkacsoport életre hívására azért volt szükség, mert míg a véletlen hibákat már kimerítően tanulmányozták, sokkal kevésbé volt tisztázott a rendszeres hibák kérdése. A friss szakirodalomban a rendszeres hibák kezelésére számos többé-kevésbé ellentmondó „recept" volt található.

A BIPM fő célja a mérési bizonytalanság tudományos megalapozottságának elérése volt. Ezért mindenekelőtt ki kellett alakítani az alapgondolatokat, és világosan meg kellett fogalmazni a megoldásra váró feladatokat (problémákat).

A mérési bizonytalanság értékelésekor az összes lehetséges korrekciót el kell végezni. Mivel a korrekció pontosan sohasem ismert, mindig fennmarad valamilyen bizonytalanság. Hasonló módon az 'ismeretlen' (vagy elhanyagolt) hibák is a bizonytalanság összetevőinek tekintendők. A munkacsoport tagjai egyetértettek abban, hogy a bizonytalanság a hagyományosan 'véletlen hibának' és 'rendszeres hibának' nevezett különböző összetevőktől ered, és hogy ezeket valamilyen módon kombinálni kell ahhoz, hogy egy „összbizonytalanság" legyen meghatározható.

Giacomo öt problémával foglalkozott:

1. probléma:

Felvetette a kérdést, hogy van-e bármiféle alapvető különbség a bizonytalanság véletlen és rendszeres összetevői között, és indokolt-e azokat eltérő módon kezelni. Állást foglalt amellett, hogy a rendszeres vagy a véletlen jelleg nem alapvető tulajdonság. Ugyanaz a bizonytalanság egyik esetben lehet véletlen, a másik esetben rendszeres. A bizonytalanság összetevőinek két osztálya között tárgyilagosabb megkülönböztetés is lehetséges:

A osztály: azok, amelyek 'objektív' statisztikai becsléseken alapulnak,
B osztály: azok, amelyek 'szubjektív' vélekedéseken alapulnak.

Az „A-osztályú" jelző helyébe később az „A-típusú" lépett, már nem a bizonytalanság-összetevő, hanem a bizonytalanság értékelési eljárás jelzőjeként.

---

[3] Az ajánlásokat és az eredményeket összegző *Útmutató* 1993-ban jelent meg, és nem túl jelentős korszerűsítések, javítások után új kiadásban, 1995-ben nyerte el mai formáját

Meglepő, hogy a kétféle értékelés típust még ma is az A és B betűkkel különböztetik meg egymástól. A VIM tervezett harmadik kiadása 2003-ban még mindig az A-típusú és a B-típusú értékelés elnevezéseket használja. Ami az új elvek megfogalmazásának és első közzétételének időpointjában elfogadható volt, az ma, csaknem negyedszázad elteltével, megmagyarázhatatlan és enyhén szólva furcsa,

2. probléma:

Az 'A-osztályú' bizonytalanság-összetevők esetén mi megbízhatóbb: azokat a varianciával (vagy a szórással) vagy konfidencia-intervallummal jellemezni?

A σ^2 variancia és a σ szórás a gyakorlatban előforduló csaknem minden eloszlás esetében létezik. Vannak ugyan ismert kivételek (például a Cauchy-eloszlás), de ezek inkább a matematikai modelleknél fordulnak elő, nem a valóságos, gyakorlati eloszlásoknál. A σ^2 és a σ becslésére kényelmes módszerek vannak, amelyek az eloszlásra vonatkozó semmiféle feltételezést nem igényelnek azon kívül, hogy létezzen.. Megfordítva; a konfidencia-intervallum mindig az eloszlás ismeretére támaszkodik. Általában feltételezik, hogy az eloszlás normális, ezt azonban ritkán ellenőrzik, és ez a feltevés csak ritkán igaz.

A különféle bizonytalanság-összetevők kombinálásához a „hibaterjedés törvényét" kell alkalmazni, ami a varianciákra (és a kovarianciákra) alkalmazható, nem pedig a konfidencia-intervallumokra. A 2. probléma kérdésére adott helyes válasz tehát az, hogy σ^2-et (vagy σ-t) kell előnyben részesíteni

3. probléma:

Mit kezdhetünk a B osztállyal? Lehet-e ebben az esetben is becsülni az olyan paramétereket, mint amilyen a σ^2 vagy a σ? Úgy kell-e érteni a dolgot, hogy a B osztályú összetevők is bizonyos értelemben véletlen jellegűek?

Az ismételt mérések sorozata véges nagyságú minta, ami nem ad teljes információt a tényleges eloszlásról, illetve az észlelési eredmények véletlen jellegéről. Ez az állítás kézenfekvő, ha a mérést csak egyszer végezzük el, ismétlés nélkül. Ha a metrológusnak módja lenne korlátlan számú észlelést végezni és közben korlátozás nélkül változtatni a mérési feltételeket, akkor az észlelési eredményeket (és azok hibáját) valóban tisztán véletlen változónak tekinthetné. A B-osztályba sorolt összetevő, például egy kalibrálási bizonyítványban megadott korrekció, ugyancsak véletlen változó, mert maga a korrekció is egy mérés eredménye. Azt, hogy a korrekció milyen eloszlásból

származik, a felhasználó természetesen nem tudhatja, mert nem ismeri a kalibrálás körülményeit.
A B osztályú összetevő becslésekor a metrológus a tapasztalatra vagyis korábbi kísérletekből származó ismeretekre támaszkodik, amelyek már bizonyos mértékig véletlen jellegűek.

4. probléma:

Hogyan lehet becsülni u_j-t vagy u_j^2-et? A kérdésre Giacomo a következő választ adja:

Nem lehet erre vonatkozó szabályt kialakítani, bizonyos receptek azonban ajánlhatók. A fő probléma annak a megbecslése, hogy milyen konfidenciaszinten adjuk meg a bizonytalanság becslését. Ez a becslés természetesen nem lehet pontos. A jelentése azonban nem lesz kevésbé pontos, mint a ’biztonsági határok’ szokásos becslése.

A metrológiában rendszerint a B-osztályú összetevők vannak túlsúlyban (dominálnak). Ezért kevés remény van arra, hogy nagyon pontos jelentéstartalmú kombinált bizonytalanság értéket kapunk. A kapott értéket inkább csak nagyságrendileg célszerű figyelembe venni.

Az eljárás általános használathoz szükség volt bizonyos egyszerű szabályokra. Előbb azonban ki kellett próbálni azt, hogy az új megközelítés hogyan működik a gyakorlatban.

Az új megközelítés nem adott tápot sem a túlzott derűlátásnak, sem a túlzott borúlátásnak. A szándék mindössze az volt, hogy tudatosabb értékeléssel helyettesítse a korábbi, meg nem határozott becslési eljárásokat és gátolja azt a laza hozzáállást, ami mind a szóhasználatban, mind a bizonytalanság értékek megadásában megmutatkozott.

Mint Giacomo írta:

„Semmi akadálya annak, hogy a kombinált bizonytalanságot végül egy alkalmas tényezővel megszorozzuk. Ha megszorozzuk *k*-val, akkor egyszerűen megfordítjuk a 4. problémánál javasolt számítást, és végül *k*-t eltüntetjük. Ez lehetővé teszi a számunkra, hogy egy *ks* ’összbizonytalanságot’ állapítsunk meg, aminek ugyanaz a szerepe, mint a jelenleg elterjedten használt biztonsági határoknak. A felkészültebb felhasználók számára azonban meg kell adni a használandó *k* értéket. A tudományos alkalmazásoknál kötelező megadni egy hibalistát, amely a tekintetbe vett összes bizonytalanság-összetevőt tartalmazza, és valamilyen módon utalni kell arra is, hogy azok hogyan kapták az értéküket.

A kovarianciákat is figyelembe kell venni, ha azok jelentősek. A kombinált bizonytalanságot és az összbizonytalanságot is hasznos lehet megadni. Az utóbbit illetően meg kell adni a *k* értékét.

Ennek az információnak kettős célja van. Lehetővé teszi az adatok további elemzését és a különböző forrásból származó adatok összehasonlítását. Lehetővé teszi, hogy az adatokat más adatokkal kombinálva használjuk fel egy későbbi kísérletben vagy számításokban, amelyekben a varianciák és a kovarianciák alkalmas paraméterek. Remélni lehet, hogy ezt az új módszert általános használatra alkalmasnak fogják nyilvánítani. Ezt követően kényelmes és meggyőző recepteket kell adni a gyakorlati metrológusok számára. Például javasolni kell a *k* ajánlott értékeit. A mérés céljától és típusától függően ezek az értékek különbözőek lehetnek. Ha ez a megközelítés sikeresnek bizonyul, akkor jelentősen növelni fogja a bizonytalanság-megállapítások jelentőségét, és javítani fogja a metrológusok közötti kölcsönös megértést."

Richard Cohen a véletlen és a rendszeres bizonytalanságok egységesítéséről tartott előadást az USA-beli Irvine-ban 1986. január 23-24 között megrendezett tudományos tanácskozáson. Arra vállalkozott, hogy kifejti és értelmezi a Nemzetközi Súly-és Mértékügyi Hivatal (BIPM) ajánlásait és az azokra vezető gondolkodásmódot (filozófiát).

Múltban a hibahatárok értékelésének általános szabálya az volt, hogy a „rendszeres hibák" félszélességeit és a „véletlen" hiba tapasztalati szórásának 2, 2,5 vagy 3-szorosát össze kellett adni. Cohen azt a következtetést vonta le, hogy a hiba „rendszeres" osztályba való besorolását gyakran összetévesztik a *korrelációval*. Egy adott mérési folyamatban a rendszeresnek nevezett hiba tartalmazhat véletlen (vagy legalább is változó) összetevőket. A hagyományos felfogás szerint a mérés hibája a mérési eredmény és a mérendő mennyiség valódi értéke közötti különbség, (mely utóbbiról feltételezhető, vagy fel kell tételezni, hogy létezik). Az ismételt mérések különböző értékeket adnak, és az ε mérési hiba „észlelt" értékei valamilyen eloszlást követnek. Kiszámíthatjuk az ε számtani közepét, $\bar{\varepsilon}$ -t, ami a rendszeres hiba, és az átlagtól való eltérést, ami a véletlen hiba. Ez a felszínesen megfogalmazott kettősfelosztás (dichotómia) a véletlen hibát úgy határozza meg, mint egy véges varianciájú, zérus várható értékű eloszlást, a rendszeres hibát pedig úgy, mint egy véges várható értékű és zérus varianciájú eloszlást.

Ebben a mesterségesen idealizált helyzetben a Nagy Számok Törvényéből következik, hogy az ismételt mérések átlagértéke az $x_{valódi} + \bar{\varepsilon}$ értékhez tart, az észlelt értékek eloszlásának varianciája pedig jelzi az észlelt átlagnak ettől az értéktől való eltérése nagyságát. Az is világos, hogy a rendszeres hibát nem lehet közvetlenül meghatározni, mert az ismételt mérések nem választják le $x_{valódi}$-t az

$\bar{\varepsilon}$ -tól. Ha ez a leválasztás lehetséges lenne, akkor korrekciókat lehetne bevezetni a mérési folyamatba, és a rendszeres hiba (jórészt) kiküszöbölhető lenne. Mivel azonban a rendszeres hiba nem észlelhető, így annak a meghatározására a statisztikaiaktól eltérő eszközöket kell felhasználni.

Cohen azt javasolta, hogy a pontosan nem ismert eloszlások jellemzésére azok magasabb rendű *kumulánsait* alkalmazzák. A kumulánsok meglehetősen egyszerűen kapcsolatba hozhatók az eloszlás centrális momentumaival.

$\kappa_1 = \mu$	az eloszlás átlaga
$\kappa_2 = \sigma^2$	a variancia
$\kappa_3 = \mu_3$	a harmadik centrális momentum, és
$\kappa_4 = \mu_4 - 3\sigma^4$	a negyedik centrális momentum, mínusz a variancia négyzetének a háromszorosa.

A centrális momentumok illetve a kumulánsok segítségével kifejezhető az eloszlás várható értéke, szórása, ferdesége és lapultsága. (Ez a lehetőség már Novickij munkáiban is felmerült.)

Cohen kifejtette, hogy a mérés csak közelítő pontossággal képes meghatározni a mérendő mennyiség valódi értékét. A mérés akkor megismételhető, ha minden lényeges paramétert illetve tényezőt változatlan értéken lehet tartani. Azon kívül, hogy a mérés során nem biztosítható az összes változó feletti ellenőrzés, még azzal az elméleti bizonytalansággal is szembesülni kell, ami magának az adott mérendő mennyiségnek a leírásában jelentkezik. Ezt az „elméleti bizonytalanságot” *definiálási bizonytalanságnak* nevezik. Az ilyenfajta bizonytalanság nyilván nem kezelhető statisztikai módszerekkel, de ugyanakkor nem is hagyható figyelmen kívül.

Abból lehet kiindulni, hogy a valódi érték méréssel kapható közelítései egymástól eltérnek, szóródnak, és a célravezető felfogás: a valódi érték közelítéseként kapott lehetséges értékek egy készletét tekinteni. Cohen szavaival élve: egy valószínűséget lehet tulajdonítani annak, hogy a lehetséges értékek közül a valódi értékhez legközelebbit sikerül kiválasztani.

A „rendszeres” hibák véletlen mennyiségként való kezelése *„kísérlet arra, hogy figyelembe vegyük annak a „véletlenszerűségnek” a mértékét, amit a tényeleges realitásra vonatkozó ismerethiányunk okoz”*.

A véletlen illetve a rendszeres hatásokból származó bizonytalanság-összetevők egységes kezelése és kombinálása – azaz az eredő bizonytalanság meghatározása - azt igényli, hogy az összetevőket variancia formájában, mai szóval standard bizonytalanságként adjuk meg.

Cohen gondolatait olvasva joggal beszélhetünk a metrológia filozófiájáról. Ezeket a gondolatokat a mérési bizonytalanságra vonatkozó ISO Útmutatóban, a GUM-ban érvényesülő felfogással egybevetve megállapíthatjuk, hogy csak a szóhasználat eltérő, a lényeg azonos.

Weise: *Néhány kiegészítő megjegyzés a mérések értékelésekor fellépő bizonytalanság megadásához és kezeléséhez.* (1986. szeptember 15.) című tanulmánya a mérési bizonytalanság kifejezésének módját előíró DIN 1319 német szabvány megalapozásának tekinthető. Jelentőségét növeli, hogy kifejti azt a gondolatmenetet (filozófiát), amelyen a GUM alapul, de amelynek kifejtésével maga a GUM adós marad.

Weise a cikk bevezetésében így fogalmaz:

„A kísérleteket valamint a méréseknek és hasonló adatoknak a méréseket követő kiértékelését azzal a céllal végzik, hogy a *mérési eredményekre* jussanak. A mérési eredmények az n számú Y_i fizikai mennyiség y_i (i = 1, 2, … , n) valódi értékeinek vagy az érdeklődésre számot tartható egyéb paramétereknek a becslései, amelyeket az értékelés *kimenő mennyiségeinek* vagy *eredménymennyiségeinek* neveznek. Ahhoz, hogy biztosítani lehessen a bizalmat az eredmények iránt, az adatokból le kell származtatni azok egyedi és kölcsönös bizonytalanságát. A DIN 1319 4. része a mérési eredmények kiszámítására a Gauss eljárást javasolja, és az eredmények kovariancia-mátrixát tekinti a bizonytalanságok számszerű mértékének."

Az eljárás alapját képező általánosított „hibaterjedési törvény" a tudományos, az ipari és a törvényes metrológiai kiértékelési feladatok többségéhez alkalmazható. Ezen kívül konzisztens, úgyhogy a kimenő adatok közvetlenül felhasználhatók, mint a következő értékelési eljárás bemenő adatai. Az eljárás számítógépes támogatású mérésekhez és kiértékelésekhez jól van megformálva, és Weise szerint eléggé egyszerű a differenciál- és a mátrixszámítás alkalmazott szintje. Ezek azok a fő indokok a mellett, hogy a bizonytalanságok kombinálásához és terjedésük kiszámításához miért ezt az eljárást kell alkalmazni.

A fizikai mennyiségek egyedi és kölcsönös bizonytalanságának mértékeként a varianciákat és a kovarianciákat kell becsülni. Ezeket úgy kell tekinteni, mint a becslőknek nevezett bizonyos véletlen változók megfelelő valószínűség-eloszlása paramétereinek a becsléseit.

Ha *n* számú mérendő mennyiség van, annak mindig tulajdonítható egy *n*-dimenziós becslő úgy, hogy annak a valószínűsége, hogy a becslő egy bizonyos tartományból vesz fel értéket, egyenlő annak a valószínűségével, hogy a véletlen módon kiválasztott tartomány fedi a mérendő mennyiségek valódi értékeit. A mérendő mennyiségek egy *n*-dimenziós tér koordinátáinak tekintendők. Ez a *randomizálási elmélet* segít a konfidencia tartomány megalkotásában. A becslő *a priori* eloszlására vonatkozó objektív feltevés a lehető legáltalánosabb elvre alapozható, például *a maximális entrópia elvére*, ha nincs más olyan információ, ami közvetlenül megadná az eloszlást.

A becslő és eloszlása kifejezi az arra a mennyiségre vonatkozó ismeretállapotot, amelynek a becslőt tulajdonítottuk. A becslő *nem* azonos magával a mennyiséggel. Például egy befolyásoló mennyiség olyan rendszeres hibát okoz, ami a mérés során vagy állandó vagy változik. Ha csak a rendszeres hiba valószínű határai vannak megadva, és semmi más, akkor a becslő a priori eloszlása az egyenletes eloszlás lesz, a maximális entrópia elvének megfelelő határok között. A várható érték és a megfelelő kovarianciamátrix becsléséből és a maximális entrópia elvéből egy egydimenziós normális *a priori* eloszlás következik. Ez a kiértékelés végén megalkotandó konfidencia-tartomány szempontjából fontos.

A mérés értékelésekor a várható értékeket a valódi értéknek kell megfeleltetni. A tapasztalati varianciákat és kovarianciákat kombinálva ki kell alakítani a kovarianciamátrixot, és azt kell használni az egyedi és a kölcsönös bizonytalanságok mértékeként. Az eljárás kimenő adatait a konzisztencia-követelmény miatt a bemenőkhöz hasonló módon kell kifejezni.

A DIN 1319 4. részében leírt kiértékelési eljárás ugyan általános, de nem univerzális. Vannak olyan esetek, amelyekben nem alkalmazható, és a kovariancia-elemzés hibás eredményt ad. Ilyen esetek fordulhatnak elő például a hibásan tervezett Monte Carlo szimulációnál, vagy a nagyon hosszú mérési sorozatoknál. Azt, hogy ilyen eset fennáll-e, könnyen meg lehet állapítani. A számtani közép szórása nem mutatja az ismétlések számával való jellemző, fordított arányosságot, ami egyébként mindig fennáll olyan eloszlások esetében, amelyeknek létezik a varianciája. Ilyen kivételes eseteket, amelyek elsősorban a sajátos mérési módszerekre vezethetők vissza, jelenleg nem lehet kezelni.

Végül ismerkedjünk meg egy olyan tanulmánnyal, ami már a GUM meghaladását tűzi célul. **Maurice Cox** 2000 márciusában a Metrológiai Útmutatók Vegyes Bizottsága illetékes munkacsoportjának küldött beszámolójában ezt írta:

„A GUM jól kidolgozott, és széles körben használják a metrológia minden ágában a mérési bizonytalanság értékelésére. Az eredményeik mérési bizonytalanságának kiszámításában világszerte számos laboratórium munkájának az alapját képezi Vannak azonban bizonyos körülmények, amelyek mellett a GUM alkalmazhatósága és közvetlen felhasználhatósága korlátozott.

Minthogy a laboratóriumok és az akkreditáló szervek jelentős befektetéseket eszközöltek a GUM alkalmazása érdekében, létfontosságú, hogy ez a felhasználás konzisztens módon folytatódjon azokon a területeken, ahol a GUM alkalmazható. A hangsúly ezért azokon a további szempontokon van, amelyek még nagyobb általánosságot eredményeznek, segítenek a GUM még jobb hasznosításában, és annak a biztosításában, hogy a mérési bizonytalanság bizonyos eseteiben még inkább megalapozott és számszerűsíthető legyen. A meggondolások alapvető szempontja az, hogy új anyagot csak akkor lehet bevételre javasolni, ha az tudományosan legalább annyira megalapozott, mint a GUM jelenlegi anyaga."

A GUM jelenlegi koncepciói nem helyettesíthetők valami mással, hanem a meglévőket kell kiterjeszteni, és alkalmas módon hangsúlyozni. Ez azt jelenti, hogy azoknál a szervezeteknél, amelyek a bizonytalanság értékelését a jelenlegi GUM alapján végzik, fenn kell tartani, és folytatni kell a jelenlegi gyakorlatot. Azoknál a szervezeteknél viszont, amelyek úgy érzik, hogy az új alternatív elgondolások és bővítések jobban illeszkednek a munkájukhoz, és remény van a használatukra, az új törekvéseket el kell fogadni, és támogatni kell.

Egy további szempont, hogy a GUM jelenlegi változatának kiadása óta mind több szervezet működtet házon belüli *minőségirányítási rendszert*, vagy az ügyfelei igényeinek következtében gondolnia kell a rendszer működtetésére. Ezeknek a szervezeteknek bizonyítaniuk kell, hogy megfelelően alkalmazzák a GUM-ot. A GUM-ot az érvényesítés (validálás) eszközeként is fel kívánják használni, de az nem mindig jár eredménnyel. Ez is a bővítést indokolja.

A GUM nem ad információt az ismert vagy feltételezett bemeneti eloszlásokról, hanem azok megadása helyett csak az átlagértéket és a szórást (a standard bizonytalanságot) adja meg. Általában csak közelítő megoldásokat ad a bizonytalanság értékelésekor, még abban az estben is, ha minden bemenet teljesen és pontosan ismert. Ez a megoldás feltételezi, hogy a modell linearizálható, és a kimenet normális eloszlású.

Az a lehetőség, hogy „más analitikus vagy numerikus módszer" is alkalmazható legyen (lásd a GUM G.1.5 szakaszát!), rejtve marad. Jóllehet, ez a szakasz megengedi más megközelítések alkalmazását is.

A GUM nem foglalkozik eléggé a *többszörös kimenetekkel* (amelyek szinte mindig korreláltak). A GUM megközelítésében a kimenetek kovariancia mátrixa csak a bemenetekre van vonatkoztatva, de nincs megadva a köztük levő összefüggés. Következésképpen a GUM nem tárgyalja a konfidencia tartományokat, amelyek ebben az estben a konfidencia intervallumokkal szemben alkalmazhatók.

A GUM keveset foglalkozik a *kalibrálás* problémájával. A GUM nem alkalmas a „többfokozatú" modellek esetében, azaz akkor, amikor az egyik fokozat kimenete a következő fokozat bemenete. Ilyen modellek gyakoriak az illesztés kalibrálási problémáiban., amelyet a kalibrációs görbe paramétereinek „értékelése" vagy valamilyen más művelet követ.

A Maurice Cox vezette munkacsoport ezért a GUM következő bővítéseit javasolja:

Ki kell fejteni egy olyan *bement-kimenet* modell alapelvét (mérési modell), amelynek a bemenetei és a kimenetei is (feltehetően együttes) eloszlások. Tárgyalni kell a többfokozatú modell esetét, amikor az egyik fokozat kimenete a következő fokozat bemenete. Egy fontos, szemléltető kalibrálási példát kell bevenni: kalibrálási adatok → a kalibrációs görbe paraméterei → a görbe paramétereinek eloszlása (a görbe alatti terület, az inflexiós pontok elhelyezkedése stb.) Meg kell adni a jelenlegi GUM képleteinek mátrix-vektor változatát, továbbá ezeknek a képleteknek a megfelelő kiterjesztéseit.

A GUM korszerűsítésével és bővítésével kapcsolatos munkák jelenleg is folynak.

Összefoglalva megállapíthatjuk, hogy a hibaszámítási eljárások elméleti megalapozása és gyakorlati megvalósítása fél évszázados tudományos munka eredménye, olyan tevékenységé, amely a felmerülő vitatott kérdések, sőt ellentmondások meghaladásával a jelenlegi mérési bizonytalanság felfogásmódhoz vezetett. Ez a koncepció továbbfejleszthető, és a műszaki haladás fő áramlatához kapcsolódva folyamatosan megújul.

Az itt olvasható áttekintés nem teljes. Kimaradt a Bayes-féle valószínűség-felfogás felvázolása, és a korlátozott terjedelem folytán nem sikerült bemutatni a kortárs metrológusok e területen elért eredményeit. A teljesség igénye nélkül ezt a mellékelt irodalomjegyzékkel kíséreljük meg pótolni.

Irodalomjegyzék

1 BIPM, IEC, IFCC, ISO, IUPAC, IUPAP, OIML *Guide to the Exprossion of Uncetainty in Measurement*, ISO, Genf, Svájc. Első kiadás 1993, korrigált újranyomás 1995.

2 BIPM, IEC, IFCC, ISO, IUPAC, IUPAP, OIML VIM, ISO (1993), *International vocabulary of basic and general terms in metrology,* ISO, Genf, második kiadás 1993

3 UKAS Publication M 3003, *The Expression of Uncertainty and Confidence in Measurement*, 1. kiadás, 1997 december.

4 B.N Taylor and C. E. Kuyatt: *Guidelines for evaluating and expressing the uncertainty of NIST measurement results. Technical Report TN1297, NIST, 1994*

5 UKAS Publication NIS 81. *The Treatment of Uncertainty in EMC Measurements,* 1994 május.

6 EA 4/02, *Expression of the Uncertainty of Measurement in Calibration,* 1999 december, European co-operation for accreditation.

7 Weise K: *Treatment of uncertainties in precision measurements*, IEEE Trans. Instr. Meas. **IM-36**, 642-645, 1987

8 W. Wöger: *Probability Assignment to Systematic Deviations by the Priciple of Maximum Entropy*. IEEE Trans. on Instr.and Meas. (1987)

9 Keith Birch: *Estimating Uncertainties in Testing.* Technical conference, Oxford, 2003