



Vita a matematikaoktatás problémáiról egyetemi és középiskolai nézőpontból

ÉRTELMEZÉSEK, VITÁK

SZMERKA GERGELY

Az igazság odaát van

Két pogácsa beszélget:

– Képzeld, jelentkeztem az egyetemre!

– És fölvettek?

– Ne szórakozz! Egy pogácsát?

MÁS HANGSÚLYOK – AZ EGYETEMEK FELELŐSSÉGE

A vitaindító cikk¹ nagyon ellentmondásos. A két fő logikai szál, melyekre a szerzők gondolataikat és javaslataikat felfűzték, csak részben van összhangban az én tapasztalataimmal. A természettudományos felsőoktatás problémáinak ismertetése többé-kevésbé egybevágh azzal a képpel, amely még egyetemistaként kialakult bennem, s amit volt diákjaim egyetemi tapasztalatai megerősítettek. Ez tehát rendben is van. A szerzők megoldási javaslataikkal azonban vagy nyitott kapukat döngölnék, vagy megvalósíthatatlan elvárásokat támasztanak, vagy nem a lényegről beszélnek.

A természettudományos felsőoktatás már akkor a szerzők által vázolt problémákkal küzdött, amikor én jártam az ELTE TTK matematikatanár szakára (2000–2005). A tanár- és kutató szakokon is mindig volt, és azóta is megvan egy szűk, felső réteg, akik sokat tanulnak, jól érzik magukat az egyetemen, és akikkel szakmai párbeszédet szoktak kezdeményezni az egyetem oktatói, tehát akiből felkészült tanárok és jó kutatók lesznek. Többen vannak azonban egy kezdő évfolyamon azok, akik előbb-utóbb kihullnak, vagy akik épphogy elvégzik a választott szakjukat. A gólyák matematikai hiányosságai valóságosak, ami mindenki számára nehéz, mindenképpen megoldást váró helyzetet teremt. Ezek a hiányosságok részben a középiskolai mate-

¹ A vitaindító írás: Radnóti Katalin és Nagy Mária: A matematika szerepe a természettudományos képzésben. In: *Új Pedagógiai Szemle*, 2014. 5–6. sz.

matikaoktatás hiányosságaiból és – olykor több évtizedes – hibáiból erednek. Azt gondolom azonban, hogy a természettudományos felsőoktatásnak ez a problémája nagyobb részben az egyetemek nehéz helyzetéből adódik. A legfontosabb ok viszont, amely mindezen problémák hátterében áll, egy társadalmi jelenség, közös problémánk.

Mire is gondolok pontosan?

Arra, hogy a természettudományos felsőoktatás problémáit nem a középiskola problémái okozzák, vagy nem kizárólagosan azok. Szerintem társadalmi meghatározottságú létszámbeli kérdésekről van szó. Nincs összhangban az egyetem vezetése, az oktatók, a felvételizők és a szellemi piac. Ennek a diszharmoníának az összetevői a következők:

Az egyetem oktatói tömegével találkoznak olyan hallgatókkal, akikkel nem tudnak mit kezdeni, és ez valószínűleg fordítva is igaz. Egyszerűen azért, mert a természettudományos egyetemi irányoknak alacsony a társadalmi presztízse, emiatt kevesen jelentkeznek a természettudományi karokra, tehát boldog-boldogtalant felvesznek az egyetemek, hogy az eredetileg is jelentős, vagy a kilencvenes évek végén felduzzasztott létszámot tartani tudják. Miért teszik ezt az egyetemi vezetők? Nem igazán tudom, bizonyára érdekek fűződnek hozzá, talán a kollégák állása forog kockán. Ez teljesen érthető reakció, csak hát a probléma megoldása 15-20 éve húzódik.

Miért nem kérnek mindenhol emelt szintű érettségit? Mert akkor kiürülnének a padok. Miért kisebb a TTK-s szakok társadalmi presztízse? Mert jelentősen kevesebbet lehet keresni velük. Amikor valaki

középiskolásként dönt, hogy matematika-fizika szakos tanár legyen, vagy inkább villamosmérnök, akkor az esetek nagy részében a villamosmérnök oldalára billen a mérleg nyelve. Ez érthető, hisz az jobb megélhetést és nagyjából ugyanannyi „matfizés” tudást és tehetséget igénylő szakma. Ezért fogyott el mára a nyolcvanas években még hatalmas évfolyamlétszámmal futó és igen tekintélyes matematika-fizika képzés. Ettől a példától eltekintve mégis sokan járnak a TTK-ra, de elég sokan csak ödöngenek ezeken a szakokon.

kan csak ödöngenek ezeken a szakokon.

Miért jelentkeznek a diákok olyan helyekre, ahol kezdésként rendkívüli nehézségekbe ütköznek, amiket aztán nem is tudnak megoldani? Mert a kö-

Miért nem kérnek mindenhol emelt szintű érettségit? Mert akkor kiürülnének a padok. Miért kisebb a TTK-s szakok társadalmi presztízse? Mert jelentősen kevesebbet lehet keresni velük.

zépiskolások továbbtanuló 40%-ából sokaknak az egyetemre való bejutás önmagában a cél. Mindegy, hogy milyen, csak egyetem legyen. Ezt az elszántságot önmagában nem tartom rossznak, minél többen járnak egyetemre, valószínűleg annál jobb az országnak, csak ez magától nem fog működni. Magától csak keserű csalódás a következmény, elpocsékolt energiák, pénzek. Ez az oktatóknak sem jó, de szerintem rosszabb annak a diáknak, aki mindenféle háttérinformáció nélkül felvetette magát egy olyan szakra, amit nem fog elvégezni.

Az egész probléma tehát rendkívül bonyolult, hiszen minden eddig felsorolt összetevője társadalmi kérdés. Még talán ma is az a jellemzőbb középkorú vagy idősebb felnőttek körében, hogy elismerően biccentenek, ha valakiről meghallják, hogy egyetemista, holott egyetemistának lenni ma nem azt jelenti, mint amit jelentett mond-

duk harminc éve. Nehezen mondom ki, de úgy érzekelem, hogy a közfelfogásban az egyetemre való bejutás előbbre való, mint a megfelelő egyetem elvégzése. A végzős középiskolások nagy része kevés információ alapján dönt arról, hogy milyen egyetemet válasszon. Arról meg talán maguknak az egyetemistáknak sincs elképzelése, hogy a munka világában milyen képességek, milyen tudás a mérvadó, milyen életformával jár egy-egy szakma művelése.

A helyzetet persze árnyalja, hogy érettségit is nagyon sokan szereznek. Ezt is

minden tekintetben jó-
nak és hosszú távon is
hasznosnak tartom.

Sőt, a kétszintű érettségi szerintem egy nagyon alaposan előkészített és okos módja a számonkérésnek, amely a középiskola kimeneti szabályozását kiválóan ellátja, világos, követ-

hető, és társadalmilag is működik. Viszont tátong egy hatalmas úr a középiskola és a felsőoktatás között, amely gyengíti a kétszintű érettségi jelentőségét. A felsőoktatásba vágyók utolsó két éve hasonlít egy pókerjátshoz, vagy egy bonyolultabb leosztású ultihoz, ahol a felvételiző párhuzamos és fondorlatos pontszerzési stratégiákat érvényesít azért, hogy bejusson az egyetemre. Ennek része az „emeltszintűzés” vagy „nememeltszintűzés”. A fő kérdés, hogy melyik éri meg jobban a pontszerzés szempontjából. A taktikázás egyáltalán nem elítélendő, én is megpróbáltam magam minden oldalról biztosítani, amikor felvételiztem. Nekem a helyzet nem tetszik, amelybe a felvételizők kényszerülnek.

A problémák hangsúlyait tehát máshova tenném, mint ahol a cikk szerzői látják. A természettudományos felsőoktatásba lépő gólyák esetében előbukkanó matemati-

kai hiányosságok egy mögöttes és komoly gond egyik kézzelfogható és bosszantó, de mégis inkább csak felszíni jelenségei. Próbáljuk elképzelni, hogy festünk egy képet a természettudományos (tanári és kutatói) területen tanuló elsős hallgatók matematikai tudásáról! Egy valódi képet vászonra, festékekkel, ecsettel. Ábrázoljuk a helyzetet, de az okokat és a jövőt is. A háttérrel is kidolgozzuk, mert ez egy teljes és átfogó kép kell legyen. Ha távolról nézzük, ahogy bizonyos festményeket kell, akkor látjuk, hogy olyan fura az egész. De ez nem csak

azért van, mert a középiskolai matematikaoktatás allegorikus alakja ezen a képen egy sánta és lassú bácsi, aki keresi a harminc éve elvesztett differenciál- és integrálszámítást, közben félig már vak is, és nem veszi észre a kö-

zépiskolai fizikát vagy kémiát, akik egy szakadék szélén egyik kezükkel csimpaszkodnak, másikat pedig felé nyújtják, de ő csak a formalizmusaival játszik mosolyogva. Jósándékú az öreg, de ő az egyetlen, aki nem stimmel, körülötte minden szép. Szerintem az öreg tényleg nem stimmel teljesen, de a többi allegorikus alak, az egyetemek, a társadalom, az elvárások és a többi is torz egy kicsit. Szóval, ha az öreg néhány ecsetvonással javítunk, mondjuk a kezébe adjuk a differenciál- és integrálszámítás feliratú frissítőt, amit ő átnyújt a felsőoktatásba lépőknek és az egyetemnek, közben felsegítik a középiskolai fizikát és kémiát, akkor jobb lesz az összehatás, de csak egy részletében. Messziről a kép még mindig fura lesz. Kicsit jobb lesz majd ránézni, de egy részlet nem több önmagánál.

Lehet persze, hogy rosszul gondolom. Ha tévednék, az nagyon jó lenne. Ha meg-

a természettudományos
felsőoktatásba lépő gólyák
esetében előbukkanó matematikai
hiányosságok egy mögöttes és
komoly gond egyik kézzelfogható
és bosszantó, de mégis inkább
csak felszíni jelenségei

cáfolna valaki, megnyugtatna, és azt mondaná: Figyelj csak! Nem kapcsolod fel a lámpát. – Ha felkapcsolná és az a lámpa úgy világítaná meg a festményt, hogy látszana: tényleg csak a középiskolai matematika tananyagán kellene javítani, akkor nagyon örülnék. Az sem lenne egyszerű feladat, de egy csapat jó döntéshozó, aki hallgat a jó szemű tanárokra és az okos szakértőkre, ki tudná javítani a hibát egy pár év alatt, együttes erőfeszítéssel.

A KÖZÉPISKOLAI MATEMATIKA FELELŐSSÉGE

Ugyanakkor a középiskolai matematikának sok hibája van, ezekről szeretnék most beszélni. (Semmiképp sem szeretném elhárítani a felelősséget magunktól.)

A problémák egy része szemléletbeli, kisebbik része tananyagbeli.

Előszőr a tananyagról

Furán hangozhat, de szerintem a tananyaggal semmi gyökeres probléma nincs. A felszínen lehet javíthatni, de a fő hangsúlyok, az alapkoncepció rendben van. A működés hibáinak forrása nem, vagy csak nagyon kis mértékben a tananyag. Ha mégis valamilyen változásról beszélnék, akkor a következőket javasolnám.

A tananyagot nem feltétlenül csökkenteni kellene, erről írnak a cikk szerzői is. Az lenne talán a legjobb, ha egy konszenzusként megfogalmazható minimum lenne minden iskola számára kötelező, és azon

felül előre kidolgozott tantervekből választhatnának. Az „alapsomagban” hatalmas hangsúlyt kapna a számolás és a függvények. Nagyon szeretem a geometriát, a szívemhez legközelebb álló területe a matematikának, de ebbe a közös alapba ritkított fejezeteket vennék be, ráadásul a nemeuclidési geometriákat is bevonva. Tehát arányában kevesebb, szokatlansága miatt viszont szembeötlő lenne ez a geometria. Személyes tapasztalatom, hogy az iskolai fennakadások nagy része abból adódik, hogy a diákok nem tudnak magabiztosan számolni, még nyolcadikos korukban sem

Ha ez nem megy a lehető legtöbb diáknak (szorzótábla, törtekkel való precíz számolás, szöveges feladatok), akkor minden egyéb területen el fogunk jutni előbb-utóbb oda, hogy a köd egyszer csak leereszkedik a tanterembe a tábla és a diák közé. Ha az alap – amennyire lehet – betonbiztos, akkor jöhetne rá a tananyag felső része. Ezt iskolatípusonként különbözővé tenném. Kellene bele olyan matematika is, amely a szellemi alapműveltséghez tartozik, de a szakmát tanulóknak módszertanában és anyagában is mást tanítanék, mint az ország vezető gimnáziumaiba járóknak. A szakmát tanulóknak reális matematikai tudást is igénylő projektekig kellene eljutniuk, ahol például egy vállalkozás anyagi hátterét kellene alapos latolgatás mentén kidolgozni: kölcsönfelvétellel, bérleti díjakkal, árszabással, reklámokra fordított pénzekkel stb., tehát teljes költségvetéssel. (Ehhez többnyire alapszámítások és nagyon érzékeny stratégiai gondolkodás szükséges, ahol én az utóbbit is komoly matematikai tudásnak tekintem.) Nyugdíjpénztárral, befektetésekkel, építkezéssel, lakásfelújítással, pályá-

zatírással, hitelekkel és még számtalan témakörrel lehetne foglalkozni. A gimnazisták tananyagába is belevinném ezt a szemléletet – és itt igazat adok a cikk szerzőinek, akik a tantárgyi tanmenetek szinkronizálását szorgalmazzák, ezt én így próbálnám megvalósítani –, de a gimnazistáknak a mostaninál több formális és felsőbb igényű matematikát tanítanék, legalábbis azoknak, akik a természettudományi vagy műszaki felsőoktatásba igyekeznek. Algebrából, statisztikából és egyéb részterületekből is sokkal többet tanítanék, még alapszinten is. Ezzel nyilván az a probléma, hogy a most jól működő érettségi igazságtalanná válna. Mindez persze csak egy szerény javaslat, vagy inkább ötlet, lehet, hogy teljesen irreális. A nagyszabású változtatás mindig sok időt és energiát igényel társadalmi szinten. Évek szükségesek a kidolgozásához, a kontrollhoz, a bevezetéshez, mindennek háttere pedig egy alapos és mindenre kiterjedő szakmai vita lezárásaként megszülető, minimális konszenzus kellene, hogy legyen, melyet, ha lehet – és amennyire lehet évtizedekre előre pillantva –, a világ várható változásaihoz kellene igazítani. Ehhez a változáshoz az ötlet megfogalmazásától a bevezetésig nagyjából egy évtizedre volna szükség. De egyáltalán nem biztos, hogy ez lenne a diákságnak hosszú távon a leghasznosabb. Nem tudom, mi lenne a leghasznosabb, és jó, hogy ezt nem nekem kell eldönteni.

Visszatérve a mostani helyzetre, a matematika tananyaga szerintem jól van összeállítva. Apróságokon lehet javítani, ezeken lehet vitatkozni is, sőt a vita résztvevői még hajba is kaphatnak, de a tananyag és az érettségi rendszere szerintem tényleg jól működik. A cikkkel azon a ponton egyetértetek tehát, hogy a tananyagot nem csökken-

teni, hanem növelni érdemes, pontosabban szét kellene húzni. Minél szélesebb skálán mozog a tananyag, minél színesebb, annál jobb. De azt a cikk is kimondja, hogy a matematikai tudás nem pusztán tárgyi tudást jelent.

A javasolt differenciál- és integrálszámításról

Ha a hetvenes években a szakközépiskolákban érettségizők meg tudták tanulni ennek az alkalmazását, akkor a maiak is képesek rá. Ha valaki megold trigonometrikus vagy logaritmusos egyenleteket, akkor a deriválás és az integrálás is menne neki. Biztos, hogy a jó tanárok minden középszinten érettségizni vágyó diákok három-négy hét alatt meg tudnának tanítani a deriválásra (az inverz deriválásáig bezárólag), és a határozatlan integrálás

a középiskolai tudás más természetű, intuitívebb és kevésbé szigorú matematika, mint az egyetemi

alapjaira (mondjuk a parciális törtekre bontásig bezárólag), hozzáátve a Newton-Leibniz formulát és a határozott integrál alapjait. De csak akkor, ha formális tudást várunk el. Ha azt szeret-

nénk, hogy ne csak intuitíven, hanem alaposan is értsék, akkor ez a két év fakultáció alatt is csak bizonyos kompromisszumok megkötésével volna lehetséges. A kérdés az, hogy a természettudományos felsőoktatás mit vár el. Ha jól sejtem, akkor a nem matematikai tudományok azt várják, hogy a diákok tudják az eszközt használni. Ebben az esetben mindegy, hogy a diák először az egyetemen találkozik a differenciálszámítással, vagy középiskolában már belekóstolt ennek a formális megismerésébe. Ahhoz ugyanis, hogy ezt a témakört alaposan értsük, évekre

van szükség. Nekem legalábbis évekre volt szükségem ahhoz, hogy a kép valamenyire összeálljon, annak ellenére, hogy középiskolában a deriválásnál felmerülő középértéktételeket is tanultuk, mindent bizonyítással, egy nagyon alapos és átgondolt felépítésben, egy kiváló tanártól. Én szeretem alaposan és hosszan tanítani a differenciál- és integrálszámítást, de a legjobb és legtehetségesebb diákok fejében is átírja az anyag nagy részét az egyetem első félévé. Egyszerűen azért, mert a középiskolai tudás más természetű, intuitívabb és kevésbé szigorú matematika, mint az egyetemi. Ez feltehetően nem probléma, ilyen a középiskola természete. Az persze tény, hogy aki fakultáción jól tanult egy jó tanártól, magabiztosabb lesz az első félévben, nehezebb ráijeszteni. De ha valaki érettségi előtt, nem faktosként, négy hét alatt megtanulja használni a differenciál- és integrálszámítás alapjait, az képes egyetemistaként villámtempóban pótolni a dolgokat. Az egyetem így is, úgy is irgalmatlan ugrás. Bevehetjük közép-szintre is a differenciál- és integrálszámítást, én kifejezetten kedvelem ezt a témát, de ezzel legfeljebb egy hét laufot adunk a gólyáknak.

Az önvizsgálat fontosságáról

Az egyetem problémáin javítana, ha kötelezővé tennék az emelt szintű érettségit egy vagy inkább két tantárgyból. Persze kevesebben lennének az első években, de hosszú távon a követelmények emelése valószínűleg kiizzadná a most elvárt színvonalat.

a matematikától gondolkodási fegyelmet, világos kérdés-válasz helyzetekben való magabiztos mozgást, absztrakciót és szabályok szerinti komoly játékot tanulhatunk meg

Az a szemlélet, amely a matematikára mint eszközre tekint, rokonszenves és reális. Az az igény, hogy ezt erősítsük, kézenfekvő, hiszen az egyetemen is ezt várják el. De itt is vitatkoznék a cikkel a példák és a megvalósítás tekintetében. Alapvető matematikai hiányosságról van szó, ha valakit megzavarnak a betűk. Ez annyira egyszerű absztrakciós lépés, hogy mélyebben kell a hibákat és kiküszöbölésének módját keresni. Te-

hát nem a tananyag kérdése, nem lehet a matematika és fizika tantárgyak szinkronizálásával segíteni azon, hogy a diákok nem tud elszakadni egy bevett jelölési struktúrától, mondjuk a függvények vagy a koordináták esetében. Ha ez így van, akkor szöveges feladatokat sem tud tisztességesen megoldani, csak formális rutin alapján cselekszik. Egyértelműen a matematikatanár hibájáról van tehát szó ebben az esetben. A tantárgyak szinkronizálásának igénye egyrészt nem új keletű, erről álmodott már *Németh László* is pedagógiai írásaiban, másrészt többé-kevésbé megvalósult. A tökéletes szinkron azonban soha nem fog megvalósulni, ezért lesznek olyan fogalmak, amelyek előbb kerülnek elő fizikán, mint matematikán. Ebben az esetben nem tartom ördögtől valónak, ha a fizikatanár a szükséges fogalmakat elmagyarázza, olyan mélységben, amilyen mélységben erre a fizikában szükség van. Talán ez az egyetlen lehetséges és járható út. A matematikatanár munkáját aligha nehezíti, ha egy rögtönzött és természetes nyelven elmondott magyarázatot vagy szemléltetést hall a diákok a fizikatanárától. Aki, ha saját tárgyának elemeit érthetővé tudja tenni, bizonyára a matematikai fogalmak érzékelésére is képes. A fizikatanárok ellenveté-

se talán még jogosabbnak tűnik, mert ők nem matematikatanárok, miért tanítsanak matematikát? A fizikaóra rovására? Kompromisszumok kellene, a teljes szinkron ki-
vihetetlen.

Az is világos, hogy a matematikára minden területen szükség van. De sokkal mélyebb és általánosabb értelemben, mint ahogy arra a cikk példái alapján gondolnánk. A magyar nyelv és irodalomról tudok nyilatkozni. A szerzők által említett verstanban ugyanannyi matematika van, ugyanúgy van matematika, mint a verselemzésben, egy írásfeladatban, vagy egyszerűen az értelmiségi embertől elvárható olvasási stratégiában. A magyarral tehát – éppúgy, mint a többi tantárggyal – mélyebb kapcsolatban áll a matematika. A matematikától gondolkodási fegyelmet, világos kérdés-válasz helyzetekben való magabiztos mozgást, absztrakciót és szabályok szerinti komoly játékot tanulhatunk meg. Ezek a magyar nyelv és irodalom tantárgynál – a közhiedelemmel ellentétben – szintén alapvető és nélkülözhetetlen összetevői a minőségi munkának.

Az iskolai matematika egyik célkitűzése az, hogy a való életben történő helytállásra felkészítsen, felvértezze a diákokat azokkal a matematikai eszközökkel, amelyek a mindennapokban szükségesek. Nyilván mindig lehet javítani az iskolán, de itt nem érzek tragikus lemaradásokat a tantárgyban. A másik célkitűzése az (kellene legyen),

hogy más tantárgyakhoz, tudományokhoz használható eszköz-tudáshoz juttassa a tanulókat. A cikk erről beszélt, és a megfogalmazott kritikák helytállóak, mert itt valóban van fennakadás, nem valósul meg a kitűzött cél, ha egyáltalán van ilyen célkitűzés. Alapvető különbség a szerzők véleménye és az én véleményem között, hogy én

Ha a szemléleten nem javítunk, akkor azon semmilyen tananyagbeli változtatás nem fog javítani. Velünk van inkább baj, mintsem a tananyaggal.

nem a tananyagban, a tananyag változtatásában látom a probléma megoldását. Szerintem ez sokkal inkább a matematikatanárok szemléletén múlik. Ha a

szemléleten nem javítunk, akkor azon semmilyen tananyagbeli változtatás nem fog javítani. Velünk van inkább baj, mintsem a tananyaggal. A középiskolai tanárok szemléletén lenne érdemes javítani, az egyetemek pedig eldönthetnék végre, hogy hosszú távon mit szeretnének. A felsorolt társadalmi szintű jelenségek egyik tünete csak a természettudományos felsőoktatásba bekerülő matematikai tudásának hiányossága. Az eddig elmondottakkal ide szerettem volna eljutni, ezt készítettem elő, hogy magam, magunk felé fordítsam a tükröt. Újra és újra meg kell fogalmaznunk magunknak azokat a célkitűzéseket, amelyek jegyében tanítunk: mérlegelés, megbeszélés, tisztázás, változtatás, ezen múlik a legtöbb.

Az feltétlen érdeme *Radnóti Katalin* és *Nagy Mária* cikkének, hogy megfogalmaztak olyan problémákat, amelyek ösztönözhetik, gazdagíthatják a szemléletbeli önvizsgálatot.