



# Vita a matematikaoktatás problémáiról egyetemi és középiskolai nézőpontból

ÉRTELMEZÉSEK, VITÁK

ELTE RADNÓTI MIKLÓS GYAKORLÓ ÁLTALÁNOS ISKOLA ÉS  
GYAKORLÓ GIMNÁZIUM MATEMATIKA MUNKAKÖZÖSSÉGE

## Gondolatok a matematika tanításáról és taníthatóságáról

*„Így jutottunk oda, hogy mai nap csaknem minden különvált szak helyt nyert az iskolában – de nincs tanár, aki meg volna elégedve a térrel, melyet tantárgya az iskola keretében elfoglal, az óraszámmal, mely rendelkezésére áll.”<sup>1</sup>*

Az alábbi írással kísérletet teszünk arra, hogy Radnóti Katalin és Nagy Mária: A matematika szerepe a természettudományos képzésben című cikkére reagáljunk,<sup>2</sup> néhol kiegészítsük azt, indokolt esetben pedig ellentmondjunk annak.

### A MATEMATIKATANÍTÁS FOLYAMATA

A kerettantervvel összhangban úgy véljük, a matematikai gondolkodásmódot emelke-

dő spirális felépítésben érdemes kialakítani, a fogalmakat és összefüggéseket az életkori sajátosságoknak megfelelő szinten tárgyalva. A felső tagozatba lépő tanulók még csak konkrét tevékenység elvégzésére, tapasztalatok gyűjtésére képesek. A felső tagozaton megpróbáljuk felkelteni bennük a bizonyítás iránti igényt, hogy tapasztalataiknak már ne csak következményeit, hanem okait is megpróbálják feltárni. Ez együtt jár az elvonatkoztatás fejlődésével is.

A fokozatosan erősödő absztrakciós képességnek köszönhetően a középisko-

<sup>1</sup> Kármán Mór (1874): A tantervek elméletéhez. *Magyar Tanügy*, 3. 97-103.

<sup>2</sup> Radnóti Katalin – Nagy Mária (2014): A matematika szerepe a természettudományos képzésben. *Új Pedagógiai Szemle*, 5–6. sz. 89-102.

lába lépő tanulók egyre inkább képesek pontos definíciók elfogadására, kimondására, ismeretek rendszerezésére. Az elvonatkoztatásnak csak egy újabb szintjén válnak képessé a matematikai összefüggések, tételek bizonyításának megértésére, majd azok elvégeztetésére.

Csak az érettségit közvetlenül megelőző néhány évben lesznek képesek a tanulók arra, hogy formalizálják ismereteiket, majd azokat transzferálják, azaz újszerű helyzetekben, más problémákkal szemben is alkalmazni tudják.

A fogalmi fejlődés csigaház-modellje, a tanterv spirális elrendezése szolgálja azt a célt, hogy a diákokban fokozatosan, életkori sajátosságaiknak megfelelő szinten alakuljanak ki a fogalmak. Az előbb leírt folyamatot lehet jól vagy kevésbé jól véghezvinni, kibontakozását segíteni, de siettetni, a folyamatban köztes lépéseket átugrani már nem. Ez csak felületes ismeretekhez, az elmélyült tudásrendszer hiányához vezetne, ami – az idézett cikkel egyetértésben – lehetetlenné tenné a matematikai ismeretek eszközként való kezelését, a transzfert a természettudományok területéhez.

## A MATEMATIKA ÉS A TERMÉSZETTUDOMÁNYOK TANÍTÁSÁNAK PROBLÉMÁI

Radnóti Katalinnal és Nagy Máriával egyetértve általános problémának tartjuk, hogy a természettudományok sok esetben a szükséges matematikai apparátust előbb követelik meg a tanulóktól, mint ahogyan az matematikaórán elhangozna. Ilyenkor a természetismereti tárgyat tanító pedagó-

gus, mivel szüksége van az adott ismeretekre, általában összefüggéseiből kiragadva gyorsan elhadarja azokat, képlet formájában. A mögöttes tartalom hiánya miatt a tanulók „jó esetben” is csak a képletbe való behelyettesítést, a mechanikus műveletvég-

zést sajátítják el mind a természettudományos tárgyból, mind matematikából, lényegi ismeretet azonban mindkettőből csak keveset kapnak.

A természettudományt tanító pedagógus pedig eközben úgy érzi, hogy a tantárgyára fordítható – amúgy is kevésnek ítélt –

óraszámából jelentős időt matematika tanítására kell fordítania. Ebben a helyzetben mindenki csak veszít.

Megoldást jelentene-e a problémára a matematikai ismeretek korábbi életkorban való tanítása? Úgy véljük, hogy az ismeretanyag siettetése, az életkori sajátosságok figyelmen kívül hagyása a tanulóknak csak a meg nem értést és a matematika iránti ellenszenvet erősítené. Miközben valószínűleg nem sokat javulna a természettudományos tárgyakban a matematikai apparátus használata, addig a matematikai tudásuk is a képlethasználat szintjére süllyedne.

Szerintünk is szükség lenne arra, hogy a természettudományos tárgyak és a matematika tanításában szorosabb egység jöjjön létre, de nem ezen az áron. Könnyen lehet, hogy a megfelelő matematikai eszköztudás birtokában sem lenne könnyebb az adott természettudományos ismeret tanítása, mivel a diákok sok esetben nem elég érettek arra az ismeretre. Egy új tudáselemet akkor érdemes tanítani, ha a tanuló az adott fejlettségi szintjén azt már képes a helyén kezelni, a képlet mögött látja, hogy miért épp azt, akkor és úgy használtuk.

egy új tudáselemet akkor érdemes tanítani, ha a tanuló az adott fejlettségi szintjén azt már képes a helyén kezelni, a képlet mögött látja, hogy miért épp azt, akkor és úgy használtuk

## A TANANYAGTARTALOM BŐVÍTÉSÉNEK FELTÉTELEI

Radnóti Katalin és Nagy Mária cikkükben amellet érvelnek, hogy a matematika tananyag bővítésre szorul, hiszen a 20. század elején például még olyan ismeretek – konk-

rétan a differenciál- és integrálszámítás – is szerepeltek a tankönyvekben, amelyeket ma már nem tanítunk, legalábbis középszinten, minden tanuló számára kötelezően nem. Az elmúlt száz év során azonban az iskolákban a matematika tanítására fordított óraszám egyértelműen csökkent, amit a tananyagoknak is követnie kellett.

### 1. TÁBLÁZAT

#### A matematika tanítására előírt minimális heti óraszám (1879, 2014)

	I.	II.	III.	IV.	V.	VI.	VII.	VIII.
Reáliskola (1879) – matematika és mértani rajz	6	5	5	6	7	7	6	5
Gimnázium (1879) – matematika és rajzoló geometria	7	7	6	6	4	4	4	3
Felső tagozat és gimnázium (2014) – matematika	4	3	3	3	3	3	3	3

A csökkenő kötelező óraszám ellenére a tantervbe eközben olyan, korábban nem tanított és a mindennapi élet megértéséhez szükséges témakörök kerültek bele, mint a halmazelmélet, a matematikai logika, a kombinatorika, a gráfelmélet, a valószínűségszámítás és a statisztika. A mai és a 20. század eleji matematika-tananyag összehasonlítása már csak a követelmények és lehetőségek megváltozása miatt sem célszerű.

Az előző indokok alapján nem látunk arra lehetőséget, hogy a szerzők által kért differenciál- és integrálszámítást az utolsó két évfolyamon mindenki számára kötelezően tanítsuk. Lehet ugyan rövid idő alatt, néhány esetből általánosítva a diákok számára „használható” képleteket átadni, elmondani, és megmutatni például, hogy a hatványfüggvény vagy a trigonometrikus függvény grafikonjának adott

pontjában az érintő meredekségét hogyan számoljuk ki, de a témakör matematikai alapjait a tanuló így nem fogja megérteni. Ismeretei elszigeteltek lesznek, nem pedig egy rendszer részei, így maga a cél, a megkívánt transzfer sem válik lehetővé. A matematikatanításról vallott koncepciónkba sem illik bele, hogy a hosszú időn át érlelt bizonyítások iránti igényt átlépve, indoklás nélküli „késztermék” fogyasztására neveljük diákjainkat.

A differenciál- és integrálszámítás tanítása bizonyos fokú – mind matematikai, mind életkori – érettséget kíván. Iskolánkban még az utolsó két tanévben a matematikát fakultációs tárgyként választó, így azal heti hat órában foglalkozó tanulókkal is csak közvetlenül az érettségi előtt jutunk el odáig, hogy fizikai és geometriai problémákat a differenciál- és integrálszámítás eszközeivel oldjanak meg.

## FELKÉSZÍTÉS AZ EGYETEMI MATEMATIKÁRA

Az idézett cikk szerzői is megállapítják, hogy az érettségit szerző tanulóknak ma már nem 10%, hanem 40% körüli aránya tanul tovább a felsőoktatásban. Így tehát ma az érettségit szerzők további olyan 30%-a folytatja tanulmányait egyetemen vagy főiskolán, akiket korábban nem találtak arra elég felkészültnek. Ugyanazt a szintet elvárni a tömegoktatásban, mint ami az elitképzésben teljesült, a belépő hallgatók hozott ismereteit figyelembe véve sem reális. A kevésbé felkészült tanulók felsőoktatásba való beengedéséhez az egyetemek és főiskolák csak lassan alkalmazkodnak. Nem ésszerű, hogy a korábban a legjobb tudású 10% számára írt tantervet alkalmazzzák az ettől mindenképpen elmaradó 40%-ra. Nem ésszerű az elvárás sem, hogy a közoktatás egyik pillanatról a másikra képes legyen olyan szintű tudást átadni a végzősök mintegy felének, mint amit korábban csupán a tizedük birtokolt.

Ha a felsőoktatásba belépő tanulóktól az oktatóik a tudás egy jól meghatározott szintjét várják el, annak csak az lehet a biztosítéka, hogy azt belépési feltételként meg is követelik. Ha a természettudományos képzések felvételi követelménynek írnák

ha a természettudományos képzések felvételi követelménynek írnák elő matematikából az emelt szintű érettségit, akkor megoldódna többek között a differenciál- és integrálszámítás hiányának problémája, mivel az a középiskolai matematika fakultáción kötelező tananyag

elő matematikából az emelt szintű érettségit, akkor megoldódna többek között a differenciál- és integrálszámítás hiányának problémája, mivel az a középiskolai matematika fakultáción kötelező tananyag. Másrészről a minimum ponthatár emelésevel, annak egyetemenként változó megszabásával az is elérhető lenne, hogy adott szakra csak olyan felvételiző kerülhessen be, akit az egyetem vezetése és az oktatók arra felkészültnek, érdemesnek tartanak.

## ÖSSZEGZÉS

A matematika nemcsak önálló tudomány, hanem más tudományok segítője is. Radnóti Katalin és Nagy Mária véleményéhez

hasonlóan a matematika tanítása során tekintettel kell lennünk az utóbbi megállapításra, ahogyan a természettudományt tanító pedagógusoknak is figyelembe kell venniük a matematika önálló voltát. A hazánkban régóta hanyagolt mérnökhiany megoldása csak a

természettudományok iskolai szerepének erősítésével megoldható. Ezek hatékony és sikeres oktatásának egyik nagyon fontos feltétele, hogy a ma látható tendenciával elmentésben a matematikaoktatás is nagyobb térhez, magasabb óraszámhoz jusson.