

Nemzetközi Érettségi IV.

Bruder Györgyi

Matematika a Nemzetközi Érettségi oktatási rendszerében

A matematika a Nemzetközi Érettségi rendszerben önálló, az ún. ötödik tantárgycsoportot alkotja. Ezen belül az IB négy különböző szintet ajánl a diákoknak: három alap-, egy pedig magas óraszámú tanuló. A matematika tanulása kötelező a négy szint valamelyikén.

A matematikatanítás célja az IB-ben

Az IB matematikaprogramja figyelembe kívánja venni mindazokat a követelményeket, melyeknek a mai korban meg kell felelni, és szeretné, ha az általa ajánlott kurzus révén diákjai ezeknek eleget is tudnának tenni.

Az IB matematikaprogramja magában foglalja azokat a célokat, amelyeket általában minden matematikatanítás: a logikus gondolkodás fejlesztése; a matematikai szimbólumok megértése; matematikai fogalmak, elvek ismerete; adatok és információk feldolgozása, kezelése; a kreatív gondolkodás fejlesztése; a problémamegoldáshoz szükséges kitartás erősítése; ráébresztés a matematika hasznosságára és a benne rejlő szépségre; a konkrét ismeretanyag elsajátítása.

De ezen túl a céljai között fontos: a mindennapi problémák matematikai kezelése; azon képesség kifejlesztése, hogy a diák kommunikálni tudjon matematikai kérdésekről egy vagy akár több hallgató előtt; eredmények pontosságára való törekvés nemcsak számszerű, hanem grafikonon ábrázolt értékekkel kapcsolatban is; megmutatni, hogy a matematika mennyire dinamikus tudomány, s milyen szoros kapcsolatban van a kulturális, társadalmi, technikai változásokkal; az elmélet és a gyakorlat állandó kölcsönhatásának bemutatása; zsebszámológép hatékony alkalmazása; végül az, hogy a tanuló pozitív élményhez jusson matematikai problémák sikeres megoldásán keresztül.

A tantárgycsoporton belüli szintek

Az IB a matematika tantárgycsoporton belül az alábbi 4 szintet kínálja a tanulóknak:

1. Matematikai tanulmányok alapóraszámúban (Mathematical Studies Subsidiary Level, MSSSL)
2. Matematikai módszerek alapóraszámúban (Mathematical Methods Subsidiary Level, MMSL)
3. Matematika emelt szinten, magas óraszámúban (Mathematics Higher Level, MHL)
4. További emelt szintű matematika alapóraszámúban (Advanced Mathematics Subsidiary Level, AMSL)

A négy szint közül egyet minden diáknak választania kell. Arra is van mód, hogy valaki a négy szint közül kettőt együtt tanuljon, de ez csakis a harmadik és negyedik szint párosítása lehet. Ennek a széles választéknak két oka van: a matematika kötelező tantárgy, és az IB alapelve a diákok képessége szerinti oktatás.

Az IB különböző szinteket ajánl, s azt is jelzi minden esetben, hogy átlagosan mennyi időre van szükségük a diákoknak ahhoz, hogy ezt megfelelő módon megtanulják. Az IB által ajánlott órák száma, amit az adott tananyag elsajátítása érdekében a tanulóknak a tanárokkal való konzultálással kell eltölteniük, alapóraszám esetén körülbelül 150 óra, magas óraszámnál pedig 240 óra. Ez heti három, illetve öt órát jelent, ha a tananyagot két évre osztjuk el. (Néhány IB-iskolában egy ún. pre-IB évet iktatnak be a diákok számára, hogy lehetőségük nyíljon egy közös alapismeret elsajátítására.)

Röviden szeretném ismertetni a 4 szint közötti különbséget.

1. Matematikai tanulmányok alapóraszámában (Mathematical Studies Subsidiary Level, MSSL) Ez a szint azok számára ajánlott, akik szeretnék életközeli matematikai ismeretekre szert tenni, noha különböző képzettséggel és képességgel rendelkeznek. Tanulmányaik végeztével olyan tudás birtokába jutnak, mellyel könnyen megbirkózhatnak a mai technológiai társadalomban felmerülő igen sokféle problémával. A hangsúly tehát a valódi élethelyzetekben előforduló matematikai problémák megoldásán van. A diákoknak el kell készíteniük egy dolgozatot (angolul „project”), mely alapos, önálló kutatómunkát igényel. Ez a kurzus azoknak ajánlott, akiknek valószínűleg ez lesz a legutolsó lehetőségük arra, hogy matematikai ismereteiket bővítsék. A másik három programot érdemes választaniuk mindazoknak, akiknek további tanulmányaikhoz mélyebb ismeretekre van szükségük.

2. Matematikai módszerek alapóraszámában (Mathematical Methods Subsidiary Level, MMSL) Ezt a szintet az IB azoknak állította össze, akik alaposabb matematikai tudásra törekednek, mivel ezt más területeken is (például kémia, földrajz, közgazdaságtan, könyvvitel) szeretnék hasznosítani. Ez a kurzus igényesebb az előbb ismertetettnél, mivel alaposabb felkészültséget vár el a diákoktól, és a sokféle matematikai témakör feldolgozása kemény munkát kíván.

3. Matematika emelt szinten magas óraszámában (Mathematics Higher Level, MHL) Ezen szint az azok számára készült, akik már alapos, széles körű matematikai háttérrel rendelkeznek. Ezt a formát alapjában véve három okból szokták a tanulók választani:

a) további tanulmányaikat is a matematikára építik, mivel maga a tantárgy elbűvöli őket;

b) szeretnék az itt tanultakat más tantárgyakkal összekapcsolni, amelyek megismerése komolyabb matematikai ismeretek nélkül nehézkesbe ütközik (például fizika, műszaki tudományok);

c) szeretik a kihívást, az érdekes problémákat.

4. További emelt szintű matematika alapóraszámában (Advanced Mathematics Subsidiary Level, AMSL) Csupán azon kevés kiválasztottnak ajánlott, akik magabiztos tudással és a matematika iránti olthatatlan tudásszomjjal rendelkeznek. Ezen program segítségével felkészülhetnek akár a matematikus, akár a kutatói pályára, amelyhez mélyebb matematikai ismeretekre van szükségük. Felmerülhet az a kérdés, hogy miért szerepel ezen forma alapóraszámában. A válasz igen egyszerű. Mivel ezen szint tananyaga lényegében a harmadik szint

kiegészítése, ezért az alapóraszám elegendő ahhoz, hogy a diákok megismerkedjenek a kijelölt témakörökkel.

Az egyes szintekhez tartozó tananyag ismertetése

A tananyag minden szinten más és más, de vannak állandó elemei, melyek minden programban megtalálhatók, mivel alapvető fontosságuk miatt nem mellőzhetők. Ilyenek az algebrai ismeretek, halmazok, elemi függvények, sorozatok, mátrixok, valószínűség-számítás, statisztika. Néhány szint esetén a tanárnak módja van arra, hogy a kötelezően kijelölt témakörökön kívül saját belátása és a diákok igénye szerint választhasson a megadott szabadon választható témakörök közül egyet.

Vizsgáljuk meg röviden az egyes szintekhez tartozó tananyagot.

Az első szint tananyagában csak kötelező témakörök találhatók, hiszen nagy gondal válogatták össze azokat az elemi ismereteket, amelyekre a gyakorlatban leginkább szükség van. Ilyenek például a hibaszámítás, logika, üzleti számítások, elemi geometria.

A második szinten mindenki számára előírtak az alábbi témakörök: logaritmus, trigonometria, differenciál- és integrálszámítás, hasonlóság, koordinátegometria. Itt már található két előre megadott témakör is, melyekből egyet kötelező választani (diszkrét és folytonos valószínűségi változók, kúpszeletek és további analízis).

A harmadik szint tananyagában az eddig említettek mind szerepelnek, de sokkal mélyebb és bővebb formában. Új témákat is találunk: komplex számok, valószínűség-eloszlások, differenciálegyenletek, kombinatorika, térbeli vektorgeometria s néhány tétel bizonyítása. Itt is megadnak négy témakört, melyekből egyet kell választani (csoporthalmélet, gráfelmélet, statisztika, analízis és közelítő módszerek). Az IB lehetővé teszi az iskolák számára, hogy akár saját maguk által kidolgozott témakört tanítsanak mint szabadon választott témát, ezt azonban az IB vizsgaközpontjában előre el kell fogadtatni.

A negyedik szint tananyaga csak törzsanyagból áll. Noha ez a tantárgy önállóan is választható, szorosan kapcsolódik a harmadik szint tananyagához, mivel tartalmazza az összes ott említett szabadon választható témakört (ami itt azonban kötelező), és még két fejezetet: a matematika alapjait (logika, relációk, prímszámok, számisság) és matematikai bizonyítások típusait. Itt szeretném megemlíteni azt is, hogy a tananyagot időről időre korszerűsítik, ami igen erőteljesen támaszkodik a tanároktól kapott állásfoglalásokra és természetesen a társadalom által diktált igényekre.

A magyar gimnáziumi matematikaérettségi tananyagának összehasonlítása az IB matematika tantárgycsoportjával

Az IB matematika-tananyaga természetesen eltér a magyarországi középiskolai érettségi tananyagától, ez már a fentiekből világosan kitűnik. Az is szembetűnő, hogy a szintek emelkedésével a tananyag mennyisége, nehézsége, igényessége nő, egyre mélyebb matematikai ismereteket kíván.

Az első két szint témaköreit megvizsgálva azt mondhatjuk, hogy ez a két szint tartalmaz legtöbb közös vonást a magyar gimnáziumi matematikaérettséggel. A harmadik szint tananyaga igen szerteágazó, leginkább a gimnáziumi fakultációs tananyaggal hasonlítható össze, s ennek elsajátításához is magas óraszámra (heti öt óra) van szükség. Ha összehasonlítást szeretnénk végezni, akkor a legutolsónak

említett negyedik szint a speciális matematikai osztályok számára kiadott témakörökkel mutat közös elemeket. Ennek a szintnek az elemzését most mellőzhetjük.

Az egyes szintek nemcsak témaköreikben, hanem a hozzájuk kapcsolódó feladatok nehézségében is eltérnek a magyar érettségítől. Az első három programot szem előtt tartva a következő különbségeket lehet találni:

1. szint: Azon témakörök mindegyike, amely az IB-ben és a magyar programban is szerepel, az IB-ben sokkal egyszerűbb feladatok megoldását kívánja. Az analízissel kapcsolatos problémák mindkét rendszerben lényegében ugyanazok.

2. szint: A két tananyag közös elemeit megvizsgálva itt is könnyebb feladatokkal találkozunk a diákok.

3. szint: Nagyon kevés átfedést lehet felmutatni a két rendszer tananyagában, de ezek a területek az IB-ben leginkább az alapozó szerepet látják el, később nehezebb problémák megoldásánál segítenek.

A matematika-tananyagbéli témák felépítése

Az IB egyetlen matematikaprogramjához sem ad ki tankönyvet. Minden tanár számára adott az a feladat, hogy az iskolájában, illetve csoportjában a tanulók felkészültségének megfelelően maga készítse el a tanmenetet két évre. Ez igen nagy felelősséget, s egyben lehetőséget is jelent. A tanár munkáját segíti a tananyag tematikájához kapcsolódó bibliográfia. Ebből választják ki a tanárok a számukra megfelelő anyagot, s a rendszeresen szervezett szaktárgyi konferenciákon a tantárgycsoportok vezetői választ adnak a felmerülő kérdésekre. Minden iskola számára rendelkezésre állnak a korábbi évek tesztjei, s azok a beszámolóik is, melyek az előző évi vizsgaeredményeket elemzik.

Ezen jelentések minden egyes érettségi feladatot bemutatnak, jelzik, hogy hányan oldották meg helyesen, melyek voltak a leggyakoribb hibák. Ebből lehet megismerni azokat a tanári véleményeket is, melyeket az IB-központban gyűjtöttek össze a dolgozatok megírását követően. Ekkor lehet jelezni a teszttel kapcsolatos észrevételeket, ezeket igyekeznek már a dolgozatok javításakor figyelembe venni.

Érettségi vizsga és értékelés

Az érettségi vizsga minden esetben írásban történik, bármely szintet is választotta a diák. A tanuló matematikajegyét – az első szint kivételével, ahol a diák által elkészített „projectet” a szaktanár bírálja el, de az általa adható maximális pontszám az összpontszám 20%-a csupán – az érettségi vizsga alkalmával megírt két dolgozat (*paper 1* és *paper 2*) alapján kapja meg. Hármast, illetve rosszabb osztályzat elérésekor – egyéb feltételeket figyelembe véve – még IB érettségi bizonyítványt kaphat a tanuló.

A dolgozatok feladatsorát nemzetközi bizottság állítja össze, javítja ki.

A *paper 1* és *paper 2* érettségi dolgozatok részaránya a végső értékelésben:

1. szint: 40-40% (A hiányzó 20% a projectre kapott minősítésből származik.)
2. szint: 40-60%
3. szint: 40-60%
4. szint: 30-70%.

A vizsgán elérhető maximális 100%-ot egy egytől hétig terjedő osztályzat skálájának feleltetik meg. Az így kapott osztályzat lesz a diák érettségijének

eredménye. Nagyon fontos megjegyezni, hogy az átszámítást igen sok tényező befolyásolja:

- összehasonlítják, hogy az egyes feladatokat hányan oldották meg, mennyire bizonyultak nehéznek,
- megvizsgálják az eredmények eloszlását,
- a javításakor a tanárok által beküldött megjegyzéseket is mérlegelik. A vizsgán elért osztályzatok tehát az összes vizsgázó által elért eredmény tükrében születnek, s így előfordulhat, hogy az egyik évben megszerzett 80% 6 pontot, a másikban 7 pontot ér. Tehát az IB nem állít fel állandó átszámítási táblázatot, mellyel a százalékban elért eredményeket pontokra lehet átváltani.

Az érettségi vizsga anyaga

A különböző szintek feladatsorainak azonos elemei az alábbiak:

A *paper 1* dolgozatok időtartama szintektől függően 1-2 óra; 10, illetve 20 rövid, lényegre törő kérdést tartalmaznak, melyek fedik a tananyag szinte minden fejezetét. A dolgozatok javításakor az elsődleges szempont az, hogy a vizsgázó helyes eredményt kapott-e vagy sem. A számítások precízisége nem annyira fontos.

A *paper 2* dolgozatok szintektől függően már több időt igényelnek: 1,5, illetve 2,5 órát. Ezalatt kell megoldani öt feladatot, amelyek jóval összetettebbek az előzőeknél, és feltétlenül figyelmet kell fordítani a válaszok gondos kidolgozására is. A második és harmadik szint esetében az öt összetett feladat közül négy a törzsanyagra egy pedig a kötelezően választott témára épül.

A *paper 1* dolgozatok időtartama és a megválaszolendő kérdések száma:

1. szint: 1,5 óra, 20 kérdés
2. szint: 1,5 óra, 20 kérdés
3. szint: 2 óra, 20 kérdés
4. szint: 1 óra, 10 kérdés.

A *paper 2* dolgozatok időtartama és a megválaszolendő kérdések száma:

1. szint: 1,5 óra, 5 kérdés
2. szint: 2 óra, 5 kérdés
3. szint: 2,5 óra, 5 kérdés
4. szint: 2,5 óra, 5 kérdés.

A *paper 2* kérdések minden szinten lényegesen hosszabbak a *paper 1*-ben találhatóaknál, több alkérdésre bonthatók, ezért sokszor beiktatnak néhány ún. „diákbarát” kérdést is azért, hogy a diák pozitív visszacsatolást kapjon arról, hogy jó irányban indult-e el a feladat megoldásában. (Például: Mutasd meg, hogy a fent kiszámolt két érték hányadosa $1/3$.)

A vizsgákon a diákok az IB által kiadott függvénytáblát és saját (grafikus) zsebszámológépüket használhatják. A tanulók által használható függvénytábla csak a legalapvetőbb összefüggéseket tartalmazza, ezért rákényszerülnek néhány egyszerű formula memorizálására.

Találhatunk érdekes, apró eltéréseket is az egyes szintek feladatsorainak szerkezete között.

Az első szinten a feladatok száma a *paper 2* dolgozat esetén 4+3. Az első négy feladat megoldása kötelező, de a pluszként magadott három feladatból szabadon választhat egyet a diák, így összesen öt értékelhető feladata lesz. Ennek a

választási lehetőségnek nagy előnye, hogy a tanítás során a tanár szabadabban dönthet a tananyag hangsúlyainak kijelölésében.

A harmadik szint *paper 2* dolgozatoknál a diákok akár olyan új fogalmakkal is találkozhatnak, melyeket akkor olvasnak először, de a megadott definíció és példák segítségével választ tudnak adni a feltett kérdésre. Ezzel igen jól lehet mérni azt, hogy mennyire fogékony a diák új fogalmak értelmezésére és gyakorlati alkalmazására.

Speciális tanítási módszerek az IB-ben

Az IB matematika tanárgycsoportjában szereplő szinteknek van egy olyan vonásuk, amely igen sajátos módszertani következményekkel jár. A diákoknak kétévi munka után kell tudásukról számot adniuk egy külső, objektív mérce alapján. Mód van arra, hogy olyan munkakapcsolatot alakítson ki a tanár a diákkal, amely mindkettőjük számára sikeres. A tanulóknak és tanároknak együtt kell működniük olyan keretek között is, amely eltér a megszokottól (pl. project elkészítések).

A tanárnak figyelmet kell fordítania arra, hogy a diákok állandóan ismételjék a megtanultakat. Ez legtöbbször egy ismétlődő feladatsor megoldásával történik. Az IB tananyagának összeállítása sok kapcsolódási pontot tartalmaz, mely segíti a megtanultak állandó szinten tartását.

A vizsgán az idő szűkre szabott, így a diákoknak néhány alapfeladatban nagy gyakorlatra kell szert tenniük.

A project

Igen hosszan lehetne elemezni, hogy milyen követelményt jelent a második szintet választó diákoknak a „project” megírása. Ezek közül néhányat említek csak meg. A dolgozat terjedelme legalább 2000 szó, mely grafikonokat, ábrákat, adatokat is magában foglal. A munka a diák saját kutatómunkáján alapul, s egy általa választott témára épül. A tanár feladata, hogy figyelje és némiképpen irányítsa támpontok adásával a diákot, de a munka elvégzése nem rá hárul. Ezen feladat megoldása során a tanulóknak lehetősége van arra, hogy több emberrel megossza gondolatait matematikai problémákkal kapcsolatosan, majdnem teljesen önállóan keressen választ egy felmerült kérdésre.

Összegzés

Minden szintre jellemző, hogy érdekes, és sokféle módon kapcsolja össze a tananyagbeli témaköröket; sok nagy és lényegében független fejezet helyett több kisebb fejezetre oszlik, melyek megtanulásához különösebb ötletekre nincs szükség. Sokkal kisebb hangsúlyt kaptak a rigorózus bizonyítások, helyükbe lép viszont a tételek alkalmazása és a módszerek tanulása.

A tanár szabadsága meglehetősen nagy a témakörök felépítésében, ezzel az IB módot ad arra, hogy a tanításban a világon mindenhol a helyi igényekhez alkalmazkodjanak. A tananyag mennyisége és összetettsége a tanároktól összeszedettebb, átgondoltabb és célirányos oktatást kíván.

A különböző szintekkel az IB messzemenően alkalmazkodik a diákok sokféle képességéhez, és ezzel arra is vállalkozik, hogy a matematikai tanulmányok által is sikerélményhez juttatja a tanulókat. Az IB-programot tanító tanár számára

pozitív élmény azt látni, hogy a csoportjain belüli kohézió milyen erőssé válik a tanulás során.

Az életközeli matematikafeladatok megoldásával pedig a diák képet kap arról, hogy milyen módon segít ez a tudomány gyakorlati problémák megválaszolásával, hiszen „a gyerekeknek ugyanolyan lényeges a környező világ megismerése, akár a gyengéd és szerető gondoskodás, de csak az utóbbi szerepét hangsúlyozzák..., ám ha az előbbit is figyelembe vennénk, akkor mindennapi használatra való természetes nyelvvé válhatna a tudomány nyelve; gazdagon tagolt, széles hatáskörű nyelvvé, amely mélyen gyökerezik az emberi tapasztalatok sokaságában és az emberi képességek sok szintjében.” (V. F. Weisskopf)

A Karinthy Frigyes Gimnáziumban az IB-programban használt könyvek

- Martin and Patricia Perkins: Advanced mathematics (book1, book2). Unwin Hyman Ltd., 1990.*
- L. Bostock, S. Chandler: The core course for A-level. Stanley Thornes (Publishers) Ltd., 1989.*
- Keith Selkirk: Longman Mathematics handbook. Longman, 1991.*
- Bárczy Barnabás: Integrálszámítás. Műszaki Könyvkiadó, Bp., 1992.*
- Bárczy Barnabás: Differenciálszámítás. Műszaki Könyvkiadó, Bp., 1982.*
- Solt György: Valószínűség-számítás. Műszaki Könyvkiadó, Bp., 1993.*
- Reimann István: Matematika. Műszaki Könyvkiadó, Bp., 1992.*
- Maxwell Rosenlicht: Introduction to analysis. Dover publications, inc., 1986.*
- Lévárdi-Sain: A ráció üzenetei. Typotex, Bp., 1993.*
- Dr. Csernyák László: Valószínűség-számítás. Tankönyvkiadó, Bp., 1990.*
- M. K. Potapov-V. V. Aleksandrov: Algebra and analysis of elementary functions. Mir Publishers, Moscow, 1987.*
- C. V. Durell: Shorter advanced trigonometry. G. Bell and Sons Ltd., 1966.*
- Bálintné-Czédli-Szendrei: Absztrakt algebrai feladatok. Tankönyvkiadó, Bp., 1985.*
- Scharnitzky Viktor: Differenciálegyenletek. Műszaki Könyvkiadó, Bp., 1985.*
- Dr. Nemetz Tibor: Valószínűség-számítás. Tankönyvkiadó, Bp., 1986.*
- Fried Ervin: Algebra. Tankönyvkiadó, Bp., 1986.*
- Denkinger Géza. Valószínűség-számítási gyakorlatok. Tankönyvkiadó, Bp., 1982.*
- A gimnáziumok által használt alappéldátrák.