

**K. 373.** Zárt edényben 10,00 g alkohol van: fele folyadék-, fele gőzállapotban. Mekkora az edény, ha a hőmérséklete 20 °C? A térfogat hány százalékát teszi ki a folyadék?

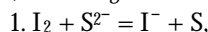
(Az etanol 20 °C-on mért sűrűsége 0,789 g/cm<sup>3</sup>, gőznyomása 5,8 kPa)

**K. 374.** Alumínium, magnézium és ón fémpor-elegyből sósav hatására kétszer annyi gáz fejlődik, mint NaOH-oldattal, ugyanakkora tömegű mintából. A sósavas oldat negyed-annyi mól jódot redukál, mint amennyi mól gáz a sósavas oldás során képződött. Írd fel a fenti folyamatok egyenleteit, és számítsd ki az elegy mólszázalékos összetételét!

**K. 375.** Azonos szénatomszámú atkán és alkanol elegyének gőzét 9-szeres térfogatú oxigénben égetjük el. Az égéstermék mennyisége (mólban) 124-szerese a meggyújtás előtti elegyének, oxigéntartalma pedig 11,29% (n). Add meg a vegyületek képletét, s elegyük mólszázalékos összetételét! Írd fel az égés egyenletét!

**K. 376.** 100 g 15,0 %-os (m) Na<sub>2</sub>S-oldatot 10 °C-ra hűtünk. Ekkor kristályos nátrium-szulfid válik ki, s 85,4 g telített oldat marad. Az oldat 1,00 g -jához 20,00 cm<sup>3</sup> 0,100 M jóddoldatot adunk (1. egyenlet), s a fölöslegben maradt jódot 0,100 M Na<sub>2</sub>S<sub>2</sub>O<sub>2</sub>-oldattal titráljuk (2. egyenlet): 920 cm<sup>3</sup> mérőoldat fogy. Számítsd ki a telített oldat koncentrációját, s a kivált só mólankénti kristályvíz-tartalmát!

(Atomtömegek: S: 32,0; Na: 23,0 a. t. e.)



**K. 377.** 100 g Na<sub>2</sub>SO<sub>4</sub> 5,0 %-os (m) oldatot elektrolizálunk: mialatt 6,20 mol durranógáz fejlődik, az oldatból 10 millimól Na<sub>2</sub>SO<sub>4</sub>·10H<sub>2</sub>O válik ki. Mennyi elektromos töltés fogy, s hány százalékos a megmaradt telített oldat?

(Atomtömegek: S: 32,0 Na.: 23,0 a. t. e.)

**K. 378.** A széndiszulfid képződése metánból és kénhidrogénből:

CH<sub>4</sub> + 2H<sub>2</sub>S = CS<sub>2</sub> + 4H<sub>2</sub>, gázfázisú egyensúlyi reakció. Milyen arányban keverték össze a metánt kénhidrogénnel a melegítés előtt, ha az egyensúlyi hőmérsékleten a gázelegy H<sub>2</sub> tartalma 50%, a metán és kénhidrogén koncentrációja pedig egyenlő egymással. Hány százalékos az átalakulás metánra, s hány a kénhidrogénre nézve?

**K. 379.** Kénsav és sósav 1 : 1 molarányú elegyét tartalmazó oldat 250 cm<sup>3</sup>-éhez 2000 mg BaCl<sub>2</sub>-ot adunk. Ekkor az összes kénsav reagál, s az oldat pH -ja 1,00 lesz. Mi volt, s mi lett az oldat komponenseinek mol/dm<sup>3</sup>-es koncentrációja? Mennyi csapadék vált le?

(Atomtömegek: Ba: 137,4; S: 32,0; Cl: 35,5 a. t. e.)

**K. 380.** 3,00 pH-jú HF-oldathoz azonos térfogatú NaOH-oldatot adunk, s ekkor 11,00 pH-jú oldatot kapunk. Számítsd ki a NaOH-oldat mol/dm<sup>3</sup> koncentrációját, és az összeöntés utáni koncentrációkat! A HF-ra K<sub>sav</sub> = 7,2 · 10<sup>-4</sup> mol/dm<sup>3</sup>. A térfogatok összeadhatók!

A K. 375.–K. 380 feladatok a 2000-es Irinyi-verseny döntőjének feladatai

## Fizika

**F. 270.** α=30°-os lejtőre h<sub>0</sub>=20 cm magasságról tökéletesen rugalmas golyót ejtünk. Határozzuk meg, mekkora távolságra található egymástól az a két pont, ahol a golyó először és másodszor ütközik a lejtővel.

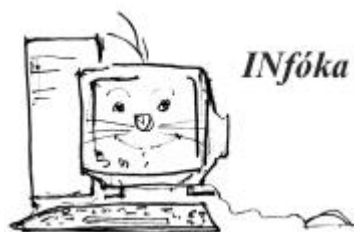
**F. 271.**  $T_0=300$  K hőmérsékletű ideális gázt állandó nyomáson felmelegítünk, majd állandó térfogaton kezdeti hőmérsékletére hűtjük. A folyamat során a gáz által felvett hő  $Q=5000$  J.

Határozzuk meg, hányszorosára növekedett a gáz térfogata.

**F. 272.** Elektrosztatikus tér térerőssége  $\vec{E} = E_x \vec{i} + E_y \vec{j}$ , ahol  $E_x$  és  $E_y$  állandó,  $\vec{i}$  és  $\vec{j}$  az  $O_x$  és  $O_y$  tengelyek egységvektorai. Határozzuk meg az  $M_1(x_1, y_1, 0)$  és  $M_2(x_2, y_2, 0)$  pontok közötti potenciálkülönbséget.

**F. 273.** Igazoljuk, hogy egyik oldalán beüzemelt lencse gömbtükörként viselkedik, és határozzuk meg az egyenértékű gömbtükör gyújtótávolságát.

## Informatika



2002/2003 számítástechnika verseny

### Versenyszabályzat

- 1] Az INFÓKA számítástechnika verseny szaktól függetlenül minden elemi- és középiskolás egész iskolai éven át folyó, a FIRKA számaiban megjelenő ötfordulós informatikai vetélkedője.
- 2] A FIRKA első öt számában a feladatokat közöljük fordulóként, az utolsó számában pedig a megoldásokat és a résztvevők helyezését közöljük. Év végén a vetélkedő első három helyezettje jutalomban részesül.
- 3] Mindenki bármelyik feladatot megoldhatja, és ha helyesen oldotta meg, megkapja a feladat mellett közölt pontszámot. Rész megoldásokat vagy helytelen megoldásokat nem veszünk figyelembe. Mindenki bármikor bekapcsolódhat a versenybe és ki is állhat belőle.
- 4] A verseny célja különböző programozási nyelvek megismertetése a diákokkal, ezért a feladat szövegében megjelölhetjük a kért programozási nyelvet is. Ahol nem szerepel ilyen jellegű követelmény, bármilyen programozási nyelvben meg lehet oldani a feladatot.
- 5] Az algoritmika jellegű feladatoknál a legkisebb bonyolultsági fokú megoldásokat díjazzuk.
- 6] A legszebb, legfantáziadúsabb megoldásokat külön dicséretben részesítjük.
- 7] A megoldásokat a megjelenéstől számított két héten belül (postai bélyegző dátuma, e-mail dátuma) kell beküldeni a FIRKA címére postai vagy elektronikus levélben. Feltüntetendő a név, teljes cím, osztály és szak, valamint az iskola hivatalos elnevezése.

**Kovács Lehel**

### I. forduló FIRKA 2002/2003 1. szám

I./1. feladat (5. pont)

Az Archimédesz-spirál értelmezés szerint egy olyan körbetekeredő spirál, amelynek pontjai az előző körbelitől azonos távolságra vannak. A logaritmus-spirál esetén ezek a

távolságok körbefordulásonként egy konstanssal szorozódnak. Írjunk *Pascal* programot (I1.pas) amely egy állományból (I1.in) beolvassa a körbefordulások számát és a konstansot, majd grafikus képernyőn megjelenti az Archimédész- és a logaritmusspirált.

I./2. feladat (10. pont)

Írjunk programot, amely egy  $n$  oldalhosszú kockát ábrázol a képernyőn drótvázis és takart vonalas ábrázolásban. A kocka középpontja legyen a koordináarendszer középpontja. A kockát az  $x$  tengely irányából,  $m$  távolságból nézzük. A program a kockát tetszőleges koordináta tengely körül tudja forgatni!

I./3. feladat (5. pont)

Általánosítsuk az I./2.-es feladatot úgy, hogy a kocka csúcspontjainak koordinátáit, valamint a drótrács metszéspontjainak koordinátáit állományból olvassa be (I3.in).

I./4. feladat (15. pont)

Abszolút prímszámnak nevezzük azokat a prímszámokat, amelynek tetszőleges kezdőszelete is prímszám. Például 239 abszolút prím, mert a 2, 23, és a 239 is prímszám. Írjunk programot, amely tetszőleges  $n$  esetén kiírja az  $n$  hosszúságú abszolút prímekeket, és ezek kezdőszeleteit!

I./5. feladat (15. pont)

A *Sierpinski-négyzet* értelmezés szerint egy rekurzív ábra, mely úgy keletkezik, hogy egy négyzetből kivágjuk a középső, harmad akkora oldalhosszúságú négyzetet. Ez a *Sierpinski-négyzet* első szintje. Ezután a maradt rész 8 kisebb négyzet alakú részének mindegyikére végrehajtjuk ugyanezt a műveletet. Ez a második szint. A következő szinteket rekurzívan kapjuk hasonló módon. Írjunk *Prolog* programot (I5.pro), amely tetszőleges  $n$  szintre kirajzolja a *Sierpinski-négyzetet*!

## Megoldott feladatok

**Kémia** (Firka 5/2001-2002)

**K. 358.** FeO, MgO, CuO oxidkeverékben a vegyületek molaránya megegyezik a fémek molarányával.  $m_{\text{Fe}} : m_{\text{Mg}} : m_{\text{Cu}} = 14 : 9 : 8$

$$v_{\text{Fe}} = 14/56=0,25 \quad v_{\text{Mg}} = 9/24=0,375 \quad v_{\text{Cu}} = 8/63,5=0,125$$

$$0,25/0,125 = 2 \quad 0,375/0,125 = 3 \quad 0,125/0,125 = 1$$

**K. 359.**  $m_{\text{old1}} = 100\text{g}$   $100 + m_{\text{old2}} \cdot 5 + 160 \cdot m/250$   
 $100\text{g}_{\text{old2}} \dots \dots \dots 10\text{g CuSO}_4$   $m = 9,26\text{g CuSO}_4$

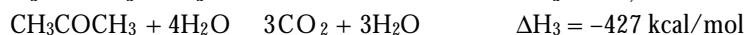
$M_{\text{CuSO}_4} = 160\text{g/mol}$   
 $M_{\text{CuSO}_4} = 250\text{g/mol}$   $250\text{g CuSO}_4 \dots \dots \dots 90\text{g H}_2\text{O}$   
 $9,26\text{g} \dots \dots \dots y = 3,33\text{g}$

$$m_{\text{H}_2\text{O}} = 100 \cdot 0,95 + 3,33 = 98,33\text{g}$$

**K. 360.** Fe  $\text{FeO(OH)}$   $M_{\text{Fe}} = 56\text{g/mol}$   $M_{\text{FeO(OH)}} = 89$   
 $56\text{gFe} \dots \dots \dots 89\text{gFeO(OH)}$   
 $m \cdot 0,56 \dots \dots \dots y = 0,89m$   
 $m - m_{\text{Fe}} + m_{\text{FeO(OH)}} = 266$   
 $m = 200\text{g}$

$$m_{\text{rozsdá}} = m_{\text{O}_2} = 178 \text{ g}$$

**K. 361.** Egy mol aceton képződéséhez 3 mol C és 6 mol H-re van szükség:

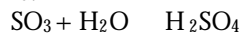


$$\Delta H_3 = 3 \cdot \Delta H_1 + \Delta H_2 - \Delta H_f$$

$$\Delta H_f = -61,1 \text{ kcal/mol} = -255,4 \text{ kJ/mol}$$

**K. 362.**  $\text{C}_6\text{H}_6 + \text{H}_2\text{SO}_4 \rightarrow \text{C}_6\text{H}_5\text{SO}_3\text{H} + \text{H}_2\text{O}$

A reakció során keletkező víz reagál az oleum  $\text{SO}_3$  tartalmával, majd hígítja a savelegyet 90,7%-ra.



$$m_{\text{SO}_3} = 196 \cdot 0,2 = 39,2 \text{ g}$$

A szulfonálási reakció során fogyott  $\text{H}_2\text{SO}_4$  egyenértékű a  $\text{SO}_3$  és az oldatban maradt víz mennyiségével ( $m_2$ )

$$80 \text{ g SO}_3 \dots\dots\dots 98 \text{ g H}_2\text{SO}_4 \dots\dots\dots 18 \text{ g H}_2\text{O} \quad \quad \quad 98 \text{ g H}_2\text{SO}_4 \dots\dots\dots 18 \text{ g H}_2\text{O}$$

$$39,2 \text{ g} \dots\dots\dots x_1 = 48,2 \text{ g} \dots\dots\dots m_1 = 8,81 \text{ g} \quad \quad \quad x_2 \dots\dots\dots m_2$$

A reakció leálltakor a szulfonáló elegy tömege:  $196 - x_1 - x_2 + m_2$

Az elegy végső töménysége kénsavra 90,7% (9,3% víz), tehát:

$$196 - 48,2 - 98 \cdot \frac{m_2}{18} + m_2 \dots\dots\dots m_2$$

$$100 \dots\dots\dots 9,3 \text{ g H}_2\text{O}$$

$$m_2 = 9,72 \text{ g}$$

A szulfonálás során keletkezett víz tömege:  $m_1 + m_2 = 18,54 \text{ g}$

1 mol víz képződésekor 1 mol benzolszulfonsav ( $M = 158 \text{ g/mol}$ ) keletkezett:

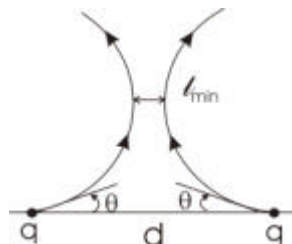
$$18 \text{ g H}_2\text{O} \dots\dots\dots 158 \text{ g C}_6\text{H}_5\text{SO}_3\text{H}$$

$$18,54 \text{ g} \dots\dots\dots m = 162,74 \text{ g}$$

### Fizika (Firka 5/2000-2001)

**F. 241.** Feladatunkban az a célunk, hogy az 1. ábrán feltüntetett töltésekből kiindulva, azoktól mért távolság növekedésével szétartó két erővonal között meghatározzuk a minimális  $l_{\text{min}}$  távolságot.

Egy pontszerű pozitív töltésből kilépő elektromos erővonalak izotrop módon oszlanak el a töltés körül. Ha más, véges mennyiségű ponttöltések is jelen vannak, ekkor ez a tulajdonság továbbra is megmarad a töltésektől nagyon kis ( $R \rightarrow 0$ ) és a rendszertől nagyon nagy ( $R \rightarrow \infty$ ) távolságra. Ez a megjegyzésünk, ahogy a feladatunk megoldása végén rámutatunk, számtalan más elektromos erővonalakkal kapcsolatos feladat megoldásánál használható.



1. ábra

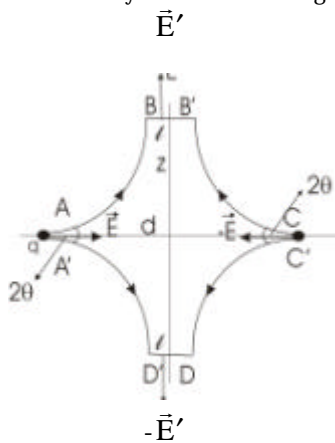
Egy pontszerű töltés esetén, mivel az elektromos térerősség nagysága  $E = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 R^2}$ , ezért  $E \cdot 4\pi\epsilon_0 R^2 = q/\epsilon_0$ , tehát a térerősség nagysága és az őt körülvevő, a térerősség irányára minden pontban merőleges zárt felület (a mi esetünkben az R sugarú gömb) és a térerősség nagyságának szorzata, az ún. elektromos térerősség fluxusa megegyezik a felület által zárt tartományban levő töltés és  $\epsilon_0$  arányával. Ez az észrevételünk bizonyíthatóan igaz tetszőleges töltésrendszert körülvevő, tetszőleges zárt felület esetén is és a neve az *elektrosztatika Gauss-törvénye*.

Az elektromos erővonal irányítását ismerve, belátható hogy a zárt felületen kilépő fluxust pozitívnak, a belépőt pedig negatívnak kell vennünk.

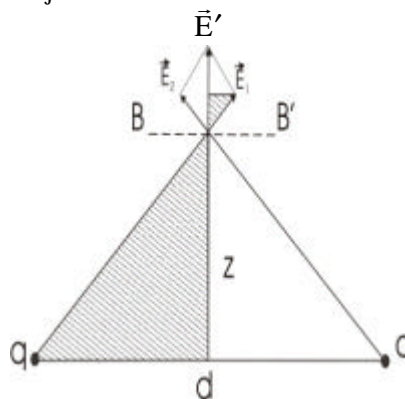
A feladatban megadott két, azonos (pozitív) töltés esetén a 2. ábrán bemutatott, zárt AA'BB'CC'DD' hengersizmetrikus felület belsejében nincs töltés, ezért AA' és CC' gömbsüvegeken belépő, ill. BB'-DD' hengergyűrűn kilépő fluxusoknak meg kell egyezniük.

Feltételezhetjük, hogy  $\theta$  szög kis értéke miatt a BB'-DD', z sugarú henger l szélességű palástjának mentén az elektromos térerősség nagysága jó megközelítéssel állandónak tekinthető.

Pillanatnyi célunk az E' meghatározása. Használjuk erre a célra a 3. ábrát.



2. ábra



3. ábra

$$|\vec{E}_1| = |\vec{E}_2| = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 \left[ \left(\frac{d}{2}\right)^2 + z^2 \right]}$$

A bevonalkázott derékszögű háromszögek hasonlósága alapján

$$\frac{|\vec{E}'|/2}{z} = \frac{|\vec{E}_1|}{\sqrt{\left(\frac{d}{2}\right)^2 + z^2}}$$

Tehát

$$|\vec{E}'| = \frac{qz}{2\pi\epsilon_0 \left[ \left(\frac{d}{2}\right)^2 + z^2 \right]^{3/2}} \quad (1)$$

A göbbsüveg felülete  $F_{g.s.} = 2\pi(1 - \cos\theta)R^2$  és a rá merőleges elektromos térerősség nagysága  $|\vec{E}| = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 R^2}$  tetszőlegesen kis  $R$  esetén. A zárt felületen, a két göbbsüvegen belépő fluxus

$$2F_{g.s.} \cdot |\vec{E}| = \frac{q}{\epsilon_0} (1 - \cos\theta) \quad (2)$$

és ez meg kell egyezzen a  $z$  sugarú,  $l$  magasságú hengerpalást felszínén kilépő fluxussal, amely (1) alapján

$$2\pi zl |\vec{E}'| = \frac{qz^2}{\epsilon_0 \left[ \left(\frac{d}{2}\right)^2 + z^2 \right]^{3/2}} \quad (3)$$

Tehát (2) és (3) egyenlőség alapján az erővonalak távolsága

$$l(z) = \frac{\left[ \left(\frac{d}{2}\right)^2 + z^2 \right]^{3/2}}{z^2} (1 - \cos\theta)$$

Könnyű belátni, hogy az  $l(z)$  függvénynek kell legyen minimuma (mivel  $z$  esetén  $l$ ). A további célunk  $l$  legkisebb értékének a meghatározása. A szélső érték helyének ( $z$  értékének) a meghatározása általában a legegyszerűbben a deriválás műveletének az alkalmazásával történik. A következőkben ennek a kikerülésével próbáljuk feladatunkat megoldani, felhasználva az ismertebb számtani és mértani középárányok közötti egyenlőtlenségeket.

Ha  $a_1, a_2, \dots, a_n$  pozitív számok, akkor fennáll, hogy

$$\frac{a_1 + a_2 + \dots + a_n}{n} \geq \sqrt[n]{a_1 a_2 \dots a_n}$$

Az egyenlőség csak akkor áll fenn, ha  $a_1 = a_2 = \dots = a_n$ .

Megemlítjük még, hogy egy függvény szélsőértékének helye nem változik, ha egy új monoton függvény alkalmazásával transzformáljuk.

Legyen

$$f(z) = \frac{\left(\frac{d}{2}\right)^2 + z^2}{z^{4/3}}, \text{ és ha } z = x^3, \text{ akkor } f(z = x^3) = \frac{\left(\frac{d}{2}\right)^{2/3} + x^6}{x^4} = \frac{\left(\frac{d}{2}\right)^2}{x^4} + \frac{x^2}{2} + \frac{x^2}{2} \geq 3\sqrt[3]{\left(\frac{d}{4}\right)^2}$$

Tehát a minimális érték  $f(z_0) = 3\left(\frac{d}{4}\right)^{2/3}$  és akkor áll fenn, ha

$$\frac{\left(\frac{d}{2}\right)^2}{x_0^4} = \frac{x_0^2}{2}, \text{ vagyis } x_0^6 = z_0^2 = 2\left(\frac{d}{2}\right)^2$$

A keresett távolság minimális értéke

$$l_{\text{lim}} = f(z_0)^{3/2}(1 - \cos\theta) = 3^{3/2} \frac{d}{4}(1 - \cos\theta) \quad \text{az-az} \quad l_{\text{lim}} = \frac{3\sqrt{3}}{2} d \sin^2 \frac{\theta}{2}$$

Az adott értékek esetén  $l_{\text{min}} = 2\text{cm}$  és így valóban egy ilyen kis intervallumban az elektromos térerősség nagysága csak elhanyagolható mértékben változhat, amint azt munkahipotézisként feltételezhattünk.

Javasoljuk az olvasónak, hogy a feladat elején tett megjegyzések alapján határozza meg a vizsgált erővonalak irányát a rendszertől nagy távolságra.

**A szerző megoldásai**



### Mit, hogyan másolhatunk?

*Amit szabad:*

- Zenei, irodalmi műveket, képeket, rádió-TV műsorszámokat, köztük sugárzott filmeket saját, vagy családi-baráti kör szórakozása céljából:
  - analóg hordozóról analóg vagy digitális hordozóra (pl. kazettáról, rádióból, tévéből kazettára, CD-re, DVD-re, MiniDisc-re, floppyra, a PC merevlemezére)
  - másolásvédelemmel el nem látott digitális hordozóról (pl. internetről letöltött fájlról, CD-ről) analóg vagy digitális hordozóra.

*Amit ne tegyünk:*

- Szoftverről ne készítsük másolatot, kivéve a saját magunk részére vásárolt, „jogtisztá” példányról készített biztonsági másolatot, illetve a shareware/freeware program – a szoftverhez mellékelte tájékoztatónak (*readme-fájl*) megfelelő – többszörözését és terjesztését.
- A gyári másolásvédelmet ne törjük fel, jelenleg ez szerzői jogsértésnek, és egyben bűncselekménynek is minősülhet.
- Kereskedelmi célra – pl. továbbértékesítés –, illetve általunk ismeretlen személy részére soha ne másoljunk szerzői jogi védelem alatt álló anyagot.
- Mással ne másoltassunk számítógéppel vagy digitális hordozóra.