

2002-03-74

II-A 55/11

# FIYKA

2002

4

2003



Fizika  
Informatika  
Kémia

ENIT

# FIJKA

**Fizika**  
**InfoRmatika**  
**Kémia**  
**Alapok**

Az Erdélyi Magyar  
Műszaki Tudományos  
Társaság kiadványa

Megjelenik kéthavonta  
(tanévenként  
6 szám)

**12. évfolyam**  
**4. szám**

**Főszerkesztő**  
DR. PUSKÁS FERENC

**Felelős szerkesztő**  
TIBÁD ZOLTÁN

**Felelős kiadó**  
ÉGLY JÁNOS

**Számítógépes tördelés**  
PROKOP ZOLTÁN

**EMT**

Erdélyi Magyar Műszaki Tudományos Társaság  
Kolozsvár, 1989. december 21. sugárút (Magyar u.) 116. sz.  
Levélcím: RO-3400 Cluj, P.O.B. 1-140  
Telefon: 40-264-190825, Tel./fax: 40-264-194042  
E-mail: [emt@emt.ro](mailto:emt@emt.ro); Web-oldal: <http://www.emt.ro>  
Bankszámlaszám: Societatea Maghiară Tehnico-  
Științifică din Transilvania  
251100996634504/ROL  
2511.1-815.1/ROL

## Szerkesztőbizottság

Bíró Tibor, Farkas Anna, dr. Gábos Zoltán,  
dr. Karácsony János, dr. Kaucsár Márton,  
dr. Kása Zoltán, Kovács Lehel, dr. Kovács  
Zoltán, dr. Máthé Enikő, dr. Néda Árpád,  
dr. Szenkovits Ferenc, dr. Vargha Jenő

## Levélcím

3400 Cluj, P.O.B. 1/140

\* \* \*

Megjelenik a

Nemzeti  
Kulturális  
Örökség  
Minisztériuma;



Nemzeti  
Kulturális  
Alapprogram;



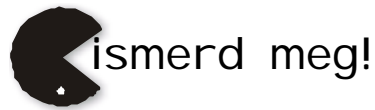
Communitas  
Alapítvány;



Illyés  
Közalapítvány;



Ministerul Educației și Cercetării  
támogatásával.



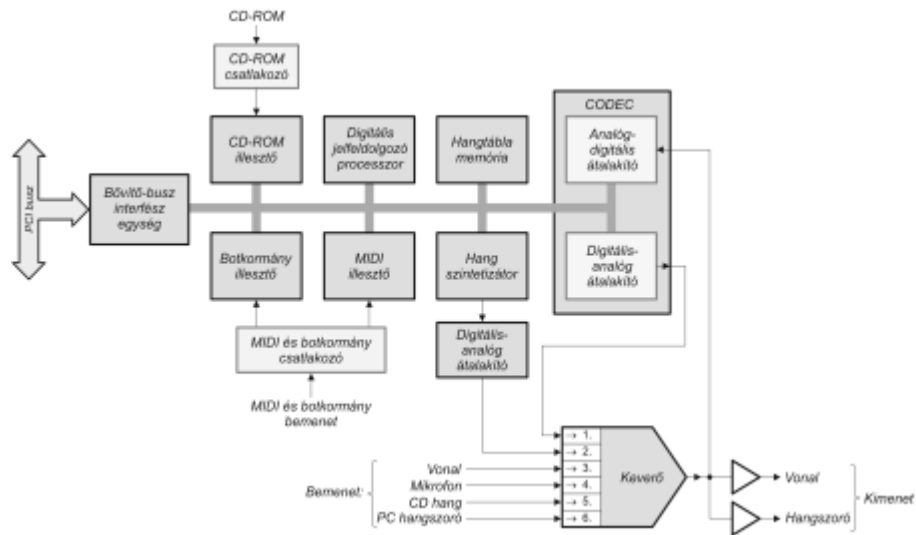
## A PC – vagyis a személyi számítógép

XXI. rész

### 3. A hangkártya felépítése és működése

A hangkártyák legnépszerűbb szabványadó típusa a Creative cég SoundBlaster cs. családja. Egyszerűsített rendszertömbvázlatát a 4. ábrán láthatjuk.

A sztereó hangrögzítés és a visszaadás minőségét a hangkártya CODEC (Coder and Decoder) áramköre határozza meg. A CODEC áramkör tartalmazza a bemenő analóg hangjelet digitalizáló (analóg-digitális) átalakítókat, valamint a kimenő hangjelet előállító digitális-analóg átalakítókat. Az előbbi fejezetben láthattuk, hogy minél nagyobb az analóg-digitális átalakító felbontóképessége, annál kisebb a kvantálási hiba. A kvantálási hiba egy ún. kvantálási zajt eredményez, amely az alacsony jelszinteknél nagyon zavaró. Ezért a korszerű hangkártyák átalakítóinak a felbontóképessége 16 bitnél kezdődik és a legújabb típusú termékeknek eléri a 24 bitet is. A jel alakúságát az átalakítók átviteli jelleggörbéje határozza meg. Az ideális átalakítók átviteli jelleggörbéje lineáris, de a valós átalakítók nem szigorúan az. Minél kisebb a nemlinearitási hiba, annál alakhubb az átalakított jel. A mintavételezési frekvenciát a Shannon-féle mintavételi tétel alapján kell meghatározni, vagyis a mintavételezési frekvencia a hangjel frekvenciaspektrumában lévő legmagasabb rendű összetevő frekvenciájának legalább a kétszerese kell legyen.



4. ábra

Hangkártyák egyszerűsített tömbvázlata

Jó minőségű zenei hangvisszaadásról akkor beszélhetünk, ha a hallhatóság felső határáig terjed, vagyis a 20 KHz-ig felmenő hangjeleket is lehet rögzíteni és visszaadni. A hangkártyák szabványos 44 kHz-es mintavételezési frekvenciájával egészen 22 kHz-ig terjedő hangjeleket lehet kezelni. A beszédnél, mivel az nem tartalmaz olyan magas frekvenciájú összetevőket mint a zene, teljesen kielégítőnek tekinthető a 10 KHz-es felső határ és így alkalmazható az alacsonyabb, a 22 KHz-es mintavételezési frekvencia.

A hangkártya *keveroáramköre* (mixer) több különböző hangjelforrásból érkező analóg jelet képes kiválasztani és összekeverni. A kimenetén vagy a bemenő hangjelek egyikét, vagy több bemeneti jel meghatározott arányú keverékét szolgáltatja. A jelforrások lehetnek kártyán kívüliek és a kártyán lévő hangjelet szolgáltató áramkörök is. A külső hangbemenetek általában a következők: mikrofon, vonaljel, CD hang és PC hangszóró. A hangkártya belső analóg hangjelforrásai a szintetizátor és a CODEC áramkör digitális-analóg átalakítója. A kevero feladatai közé tartozik még a hangero és a szurés-vezérlés is.

A hanginformációt tartalmazó állományok (fájlok), különösen a minőségi felvételeknél igen nagyok, ezért a hangkártyák a rögzítéssel párhuzamosan képesek ezek tömörítésére, illetve lejátszáskor a kibontásukra. Ezeket a műveleteket hardverszinten egy *digitális jelprocesszor* (DSP – Digital Signal Processzor) végzi. Az egyik legismertebb tömörítési módszer az ADPCM (Adaptive Differential Pulse Code Modulation), amely szerint csak az egymást követő hangok különbségét kell tárolni.

Az elektronikus hangszerek közötti kommunikáció megvalósítására, valamint a digitálizált hang gazdaságosabb tárolására fejlesztették ki a MIDI (*Musical Instruments Digital Interface*) illesztőt és protokollt. A MIDI protokoll első változatát 1983-ban, vagyis nem sokkal a személyi számítógép megjelenése után fogadták el. Segítségével parancsokat és zenei információt küldhetünk MIDI eszközök között. Ezeket két nagy csoportra oszthatjuk: vezérlőkre és hanggenerátorokra. A vezérlő lehet billentyűzet, MIDI illesztővel felszerelt számítógép, és szekvenszer, vagyis olyan eszköz, amely valamilyen tárolón, például hajlékonylemezen rögzítheti a MIDI adatokat, és később lejátszhatja őket. Szekvenszerként MIDI-kompatibilis kártyával felszerelt számítógép is használható, bár a legtöbb hangkártyának csak MIDI kimenete van, tehát csak lejátszani tudja a MIDI formátumú hangállományokat, fel nem veheti őket. A hanggenerátorok általában szintetizátorok, bár lehetnek billentyűzet nélküli hangmodulok is. A MIDI-nek 16 logikai csatornája van, vagyis egyszerre 16 különböző hangszeret vezérelhet. Ezek a hangszerek lehetnek monofon hangszerek (olyanok tehát, amelyek egyszerre csak egyetlen hangot adnak, ilyenek például a fúvósok), vagy polifon (azaz egyszerre több hangot megszólaltató hangszerek, ezek közé tartoznak a húros hangszerek is). A protokoll lehetővé teszi a MIDI hangszerek között lezajló adatforgalom rögzítését és tárolását. Később a zene újra előállítható, utólagos szerkesztéssel pedig új effektusokat vihetünk be. Az adatok számítógépes generálásával is lehet zenét előállítani.

Fizikailag a MIDI illesztő egy 31250 bit/sec sebességű aszinkron soros vonali illesztő, amelyet többnyire egybeépítenek a joystick (botkormány) csatlakozóval. A MIDI berendezéseket egy láncra lehet felfűzni, minden egyes berendezés veszi és értelmezi a bementére érkező parancsot. Amennyiben a parancs más egységnek szól, a kimentén tovább adja a következőnek. Ha sok berendezést kapcsolunk össze, akkor a berendezések késleltetése összeadódik és eredményképpen olyan nagy időkülönbség alakul ki, amely már zavarhatja a zenei élményt. Az összeadódó késleltetések kiküszöbölésére lehetséges, hogy azok a berendezések amelyekre nem vonatkozik a kiküldött parancs, feldolgozás nélkül továbbítják.

A hangkártya szintetizátora többféle zenei hang megszólaltatására képes, amelyet vagy *frekvenciamoduláció* (FM – Frequency Modulation) vagy *hullámtábla* (Wavetable)

segítségével állít elő. Ezeknek elonye, hogy nem magát a hanghullámot, hanem az előre leírt hangforrások segítségével kibocsátandó hangsort kell rögzíteni és lejátszani. Úgy is fogalmazhatnánk, hogy nem a hallott hangot, hanem csak a kottát kell tárolni.

Az FM módszert a hatvanas években megjelent első elektronikus hangszerek használták, majd a hetvenes években piacra kerülő első szintetizátorok. Az emberi fül sajátossága, hogy ha több tiszta hang szól együtt, például 220, 440 és 660 Hz-en, akkor az összetett hang magasságát azonosnak érzi a tisztán 220 Hz-es hang magasságával, még akkor is, ha az összetett hangban ennek az erőssége a legkisebb. Ezért a zenei hangokat a legalacsonyabb frekvenciájú összetevőjük, az alaphang határozza meg. A többi összetevő, vagyis a felharmonikusok, az alaphang frekvenciájának a többszörösei. Általában az alaphang amplitúdója a legnagyobb, a felharmonikusoké egyre kisebb, eloszlásukat a hang spektrumának nevezik. A felharmonikusok száma és az erősségük közötti arányok több tényezőtől függenek, például a húrt milyen ponton és milyen erővel pengetjük meg, a rezonátor – vagyis a hangszer teste – melyiket mennyire csillapítja, stb. A felharmonikusokat hangszinként érzékeljük, ez különbözteti meg egymástól például a hegedű és a gitár azonos alaphangra hangolt és megpendített húrjának hangját.

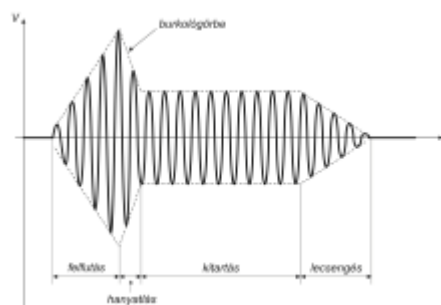
A zenei hang alaphangra és felharmonikusokra való bontásának matematikai alapjait *Joseph Fourier*, francia matematikus dolgozta ki. Elmélete szerint minden periodikus jel felbontható egy szinuszos alaprezgésre és több felharmonikusra.

A Fourier analízis adta az ötletet az elektronikus hangszerek első nemzedékéhez – a zenei hangok előállítására tiszta hangok (szinuszjelek) összegezése által. Ezt a módszert nevezik frekvenciamodulált szintézisnek, ugyanis a gyakorlatban a frekvenciaösszegzést a legalacsonyabb frekvenciájú rezgés modulációjával érik el. A szinuszjeleket oszcillátorral lehet előállítani. Egy-egy hang generálásában általában 4–6 oszcillátor vesz részt. A felharmonikusok amplitúdóit Fourier sorfejtéssel határozzák meg. A természetes hangokban a felharmonikusok frekvenciája az alaphang frekvenciájának egész számú, vagy legalábbis racionális számú többszöröse, az FM módszerrel viszont tetszőleges frekvenciákat is használhatunk. Ezzel különleges, akusztikus hangszerekkel nem előállítható zenei hangokat is létrehozunk. Az akusztikus hangszerek hangjára a spektrumukon kívül az időbeli lefolyásuk is jellemző. Bármely hangszernél találunk egy megszólalási, más szóval felfutási szakaszt és egy lecsengési szakaszt. E kettő között legtöbbször egy viszonylag állandó, kitartott szakasz is van (lásd 5. ábra). A hang időbeli lefolyása függ a hangszertől és a játékmódtól is. A leggyorsabb felfutás az ütőhangszerekre jellemző, utánuk jönnek a fúvós, majd a húros hangszerek. Ez utóbbiak hangjának lecsengése másodperc nagyságrendű is lehet. A frekvenciamodulációban ezért a spektrumot előállító oszcillátorokat az utánzandó hangszernek megfelelően beállított burkológörbегenerátor vezérli. Ez változtatja a jel amplitúdójának időbeli alakulását.

Az FM módszernek két hátránya van. Az egyik az, hogy nem tudja utánozni az akusztikus hangszereket, mert azok hangjának a spektruma nem állandó az időben, ezáltal könnyen felismerhető, hogy a hang elektronikus hangszertől származik. A másik pedig az, hogy véges (valahányadik felharmonikusnál levágott) Fourier-sorfejtéssel csak a viszonylag hosszú és kevés felharmonikusból álló hangot lehet jól visszaadni, a rövid és felharmonikusokban gazdag hangokkal sokkal rosszabb lesz az eredmény.

A digitális áramkörök, főként a memória áramkörök és a processzorok árcsökkenése lehetővé tette a hullámtábla szintézist. A hangkártyában lévő memória, amelyet hullámtáblának nevezünk, digitalizált formában tárolja a megszólaltatandó hangok mintáját. A vezérlőprocesszor innen hívja elő a hangmintát, és küldi a digitális-analóg átalakító bemenetére. A megszólaltatandó hangnak megfelelően elkeresi a hullámtáblából a szükséges minták megfelelő részeit, ezeket összerakja és ebből jön létre a megszólaló

hang. A minta többnyire egy akusztikus hangszer rögzített és CD-minőségben digitalizált hangja, tehát jóval valóságosabb, mint az FM szintézissel előállított hang, mivel tartalmazza a hangzás közbeni spektrumváltozásokat. Némi bonyodalmat okoznak a kitartható hangú hangszerek, azok tehát, amelyeknek addig szól a hangjuk, ameddig lenyomva tartjuk a hangszer billentyűjét. Ezeknek a hangját a digitalizált hangminta ismétlésével állítják elő. Az ütohangszerek rövid lefutású hangját általában teljes hosszában tartalmazza a hullámtábla, a többi hang időbeli lefutását négy szakaszra bontják és a szakaszokat külön-külön tárolják a hullámtáblában. Így az akusztikus hangszer viselkedését sokkal jobban szimuláló hangzás állítható elő.



5. ábra  
Tipikus hangszerjel

A General MIDI több mint száz hangszer kezelését teszi lehetővé, mindegyiket 10 és fél oktáv hangterjedelemmel. Amennyiben minden hanghoz CD-minőségben külön tárolnánk, mondjuk, átlagosan 1 másodperc hosszúságú hangmintát, akkor több mint 1 Gbájt (1 Gbájt=10<sup>9</sup> bájt) memóriára lenne szükség. Érthető tehát, hogy a hullámtáblát alkalmazó módszerek fejlesztésének egyik fő kérdése a szükséges memória mennyiségének csökkentése észrevehető hangminőségromlás nélkül. Erre kézenfekvő módszer a digitális minták tömörített tárolása. A mintát a billentyű leütése után a vezérlőprocesszor kicsomagolja. Szerencsére nem kell minden hanghoz külön hangminta. Ha a mintából csak minden második számértéket használjuk fel a hanggeneráláshoz, akkor a hang lejátszása feleannyi ideig tart, a frekvencia tehát az eredeti kétszerese lesz, vagyis egy oktávval magasabb hangot kapunk. Két oktávval magasabb hang előállításához csak minden harmadik számértéket kell figyelembe venni a hangmintában. Ha kétszer használjuk fel valamennyi értéket, akkor feleződik a frekvencia, azaz egy oktávval mélyebb hang generálódik, bár ennek a minősége már észrevehetően gyengébb lesz.

A *botkormány (joystick) illesztő* – amely szintén a hangkártján foglal helyet – két botkormány csatlakoztatására szolgál. Ellentétben az egyszerűbb számítógépeknél alkalmazott botkormányok működésével a személyi számítógépekhez csak olyan típusút lehet használni, amelynek kitérését potenciométer érzékeli. Az X és az Y irányú elmozdulás mérésére egy-egy potenciométert használnak. A potenciométerek pillanatnyi ellenállásértékét az illesztő időzítő áramköre impulzussá alakítja át. Az előállított impulzus ideje arányos az ellenállás értékével és ezáltal az aktuális kitérés értékével is. Az illesztő négy kapcsoló bemenettel rendelkezik, amelyek érzékelik a botkormány kapcsolóinak pillanatnyi állapotát.

A hangkártyákat CD-ROM illesztovel is fel szokták szerelni, de a CD meghajtókat általában az alaplapon található EIDE (*Enhanced Integrated Drive Electronics* – növelt teljesítményű integrált meghajtóelektronika) szabványú illesztőhöz kapcsolják.

A hangkártyát a számítógép ISA (*Industry Standard Association*), vagy újabban PCI (*Peripheral Component Interconnect*) szabványos bővítő busz csatlakozójába helyezik. A bővítő busz és a hangkártya áramkörei közötti adatforgalmat a busz interfész egysége vezérel és hajtja végre.

### Irodalom

- 1] *Abonyi Zs.* – PC hardver kézikönyv; Computer Books, Budapest, 1996
- 2] *Benz, F.* – Rádiótechnika (erosítés, vétel, adás); Muszaki Könyvkiadó, Budapest
- 3] *Brown, G.* – How Sound Cards Work; <http://www.howstuffworks.com/sound-card.htm>
- 4] *Budai A.* (vezető tanár) – Multimédiás PC felépítése, részegységek, szabványok. Hangkártyák; Gábor Dénes Főiskola, Budapest; <http://www.gdf-ri.hu/TARGY/MIKROSZG/Diploma>
- 5] *Karbo, M. B.* – A guide to sound cards and digital sound; <http://www.karbosguide.com/hardware>
- 6] *Markó I.* – PC Hardver; Gábor Dénes Főiskola, Budapest, 2000
- 7] *Miklóssy D.* – Prezentációs oktatási segédanyag kidolgozása a PC perifériák és működésük bemutatására; Magyar Elektronikus Könyvtár; <http://www.mek.iif.hu>
- 8] \*\*\* – Pulse-Code Modulation; <http://www.tpub.com>

Kaucsár Márton

## Kozmológia

(VIII. rész)

### A belátható világ általános jellemzői

Az Univerzum állapota időben változik. Ez a változás azonban az általunk belátott tértartományban nem jelent döntő minőségi változást. Alapvetően mindenütt ugyanolyan jellegű az anyag szerveződése, csak pl. az egyes égitesttípusok relatív hányada változik némiképp. Térbeli és időbeli viselkedés ilyen szétválasztása a speciális relativitás elve miatt önkényesnek hathat: később látni fogjuk azonban, hogy bár a fizika törvényei minden inerciarendszerben azonosak, mégis kizárható az Univerzumban egy kitüntetett abszolút inerciarendszer. E rendszerhez képest a megfigyelo sebessége mindenkor kicsi ( $v/c \ll 1$ ), így a fenti szétválasztás az abszolút rendszerhez hasonlóan a megfigyeloében is megtehető.

A Metagalaxisban uralkodó viszonyok e helytől és időtől kevésbé függő minőségi azonossága lehetővé teszi, hogy a világ belátható részéről és mai állapotáról általános megállapításokat tegyünk.

#### *Izotrópia*

A kozmológia szemponjából alapvető kérdés, hogy a Világegyetem anyageloszlása és egyéb jellemzői minden irányban egyformának tekinthetők-e, vagyis izotrop-e az Univerzum. Egyszerűen megfogalmazva, az izotrópia azt jelenti, hogy a megfigyelo számára a belátható világ minden irányban „ugyanúgy néz ki”, a mérhető jellemzők értéke irányfüggetlen. A teret izotropnak tekintjük, ha létezik legalább egy olyan pont, ahonnan az irányfüggetlenség fennáll.

Az izotrópiai vizsgálódásoknál viszonyítási pontnak a Földet használják, mivel innen vizsgálható a különböző objektumok irány szerinti eloszlása az égbolton. A gyakorlatban a Tejútrendszer méretét és a galaxisok közötti jellemző távolságokat figyelembe véve az izotrópiát csak 1 Mpc-nél távolabbi objektumok esetében van értelme vizsgálni. A vizsgálódásnál figyelembe kell venni azt is, hogy anizotrópiát okoznak a Földnek a Naprendszerben, a Naprendszerrel együtt a Tejútrendszerben és azzal együtt a Lokális csoportban végzett *pekuláris (sajátságos) mozgásai*. Ezen hatások miatt a megfigyelések során megfelelő korrekciókat kell alkalmazni.

Az egyik lehetséges izotrópiateszt lényege abban áll, hogy az égbolt egyenlő nagyságú térszögeiben („celláiban”) meghatározzuk az ott fellelhető galaxisok számát. Ha a galaxisok izotrop eloszlást mutatnak az égen, akkor minden cellában azonos számú galaxisnak kell lennie. Természetesen, ez az ideális eset még az izotrop eloszlás esetén sem valósul meg, hiszen véletlenszerű eloszlás esetén is fellép az egy cellában látható galaxisok számában egy statisztikus szórás, ami azt jelenti, hogy bizonyos cellákban több, másokban kevesebb galaxis lesz az átlagnál.

A matematikai statisztikában ma már megbízható módszereket fejlesztettek ki, amelyek segítségével egy megfigyelt eloszlás esetén eldönthető, hogy az eltérések statisztikus eltérésnek tekinthetők, vagy tényleges anizotrópiát jeleznek.

A gyakorlatban többféle statisztikai tesztet használnak az izotrópia vizsgálatára. Az itt vázolt módszer is többféle módon alkalmazható. Eloszlási statisztika készíthető bizonyos speciális objektumokra, például egy meghatározott galaxistípusra, kvazárookra stb. Ha ismert, vagy meghatározható az objektumoktól mért távolsága, akkor eloszlásukat akár valamely kiválasztott távolságtartományra korlátozva is vizsgálhatjuk, csupán azokat az objektumokat véve figyelembe, amelyek az  $r_1 < r < r_2$  távolsághatárok közé eső gömbhéjban találhatók.

Ilyen tesztek már a 19. században is végeztek, ezzel kezdődött a Tejútrendszer alakjának, méretének és a Naprendszer helyének a meghatározása. Az eredmény egyértelmű volt: a csillagok eloszlása az égen anizotrop, nem lehet a véletlen műve, hogy a Tejút irányában jóval több csillagot látunk. A csillagok és általában a galaktikus objektumok a Tejútrendszer fosikjának irányában (pulzárak) vagy a Tejútrendszer középpontjának irányában (gömbhalmazok) mutatnak sűrűsödést. Ha tehát azt észleljük, hogy valamely objektumok nem izotrop eloszlásúak az égen, és koncentrálnak a Tejútrendszer síkjára vagy középpontja irányában, akkor távolságuk ismerete nélkül is valószínűsíthető róluk, hogy a Tejútrendszerhez tartoznak.

Extragalaktikus objektumokra eloszlásvizsgálatokat a 20. század harmadik évtizedétől végeznek. Az eddigi eredmények alapján elmondhatjuk, hogy a galaxisok kb. 100 Mpc távolságig bizonyosan anizotrop eloszlásúak, és elhelyezkedésükben különböző szerkezetek (galaxishalmazok, „Nagy Fal” stb.) ismerhetők fel. Nagyobb távolságoknál a galaxisokra és kvazárookra (illetve általában az aktív galaxismagokra) az izotrop eloszlás feltételezés elfogadható. Ez az eredmény rengeteg – a rádióhullámoktól a gammasugárzásig terjedő tartományban végzett – megfigyelés eredményének összegezése. Tehát a Világegyetem 100–300 Mpc közötti távolságban izotropnak tekinthető, és nagyobb távolságokra sincs olyan megfigyelési eredmény, ami az anizotrópiát bizonyítaná.

Az izotrópia vizsgálatában további eredményeket hozhat a gammafelvillanások statisztikai vizsgálata, amit az 1990-es években kezdtek el.

#### *Homogenitás*

A kozmológia másik alapvető kérdése az, hogy a Világegyetem anyageloszlása és egyéb jellemzői minden helyen egyformának tekinthetők-e, vagyis *homogén*-e az Univer-

zum. Valamely eloszlás térbeli homogenitása azt jelenti, hogy a mérhető jellemzők értéke nem függ a mérés helyétől, ezek a jellemzők minden pontban ugyanolyanok.

A kozmológiai homogenitástarteszttekkel valamely objektumok sűrűségét mérik, ami az illető objektumok (pl. galaxisok) egységnyi térfogatban található „darabszámát” jelenti. Az egyszerűség kedvéért tegyük fel, hogy egy objektumcsalád összes egyede ugyanolyan abszolút fényességű, bárhol is legyen az illető objektum – ez az ún. *standard gyertya* feltételezés. Ekkor egy ilyen objektum megfigyelhető fényintenzitása ( $I$ ) nyilvánvalóan csakis attól függ, hogy milyen messze van tőlünk. Minden irányban egyformán sugárzó forrás esetén az intenzitás fordítottan arányos a távolság négyzetével. Ezen feltételezések mellett, ha az  $r$  távolságban lévő objektumot  $I$  intenzitásúnak látjuk, akkor minden olyan objektum, amely  $I$ -nél fényesebbnek látszik,  $r$ -nél kisebb távolságra van tőlünk.

Amennyiben az objektumok a térben egyenletesen oszlanak el, vagyis sűrűségük homogén, akkor ezeknek az  $r$ -nél közelebbi, azaz  $I$ -nél fényesebb forrásoknak a száma az  $r$  sugarú gömb térfogatával arányos, azaz arányos a sugár harmadik hatványával. Mivel az intenzitás általában jóval könnyebben és pontosabban meghatározható, mint a távolság, így az  $I$ -nél fényesebb objektumok számát célszerű ugyancsak az intenzitással kifejezni.

A fenti összefüggések alapján az ún. *másfeles teszt* adódik, amely szerint: *homogén eloszlás esetén az  $I$ -nél fényesebb objektumok száma  $I^{-3/2}$ -edik hatványával arányos.*

Ha egy objektumfajta az ún. *másfeles teszt* fennáll, akkor az objektum (a vizsgálható távolságtartományban) homogén eloszlású. A gyakorlatban úgy végzik a vizsgálatot, hogy  $I$  különböző értékeire összehasonlítják az  $I$ -nél fényesebbnek észlelt extragalaktikus objektumok számát a másfeles tesztből elméletileg várt értékkel.

A csillagászati objektumok esetében az intenzitás helyett a magnitúdóban ( $m$ ) mért látszó fényességet szokás megadni, a megfelelő tesztet *0,6 magnitúdós teszt*nek nevezzük. Ez egyenértékű a másfeles tesztel. Ha  $N_{<m}$  az  $m$  magnitúdónál fényesebb objektumok számát jelöli (a magnitúdó csökken a fényesség növekedésével), akkor a 0,6 magnitúdós teszt szerint

$$\lg N_{<m} = 0,6 m + C,$$

ahol  $C$  a mérés körülményeitől és a mértékegység megválasztásától függő állandó. Ezt a tesztet már a 19. században is alkalmazták annak bizonyítására, hogy a csillagok eloszlása a Tejútrendszerben nem homogén.

A gyakorlatban a *standard gyertya* feltevés nem használható, hiszen a vizsgált objektumok általában nem egyforma abszolút fényességűek. A mérések során azonban erre a feltevésre nincs is szükség. Az egész bemutatott gondolatmenet egyenként megismételhető az objektumok minden  $I_1 - I_2$  (vagy  $m_1 - m_2$ ) közötti fényességű alosztályára, és homogenitás esetén ezek mindegyikére igaz a másfeles teszt, csak az arányossági tényező lesz más.

Azt is meg kell említeni, hogy a fejlődési folyamatok jelentős szerepet játszhatnak mindenféle homogenitástartesztnél. A fény véges sebessége miatt a távoli objektumokat abban az állapotban látjuk, amiben akkor voltak, amikor elindult rólok a most hozzánk érkező fény. Ha a távolságot parszek helyett fényévben fejezzük ki (1 pc = 3,262 fényév), a térbeli távolság egyben az időbeli „távolságot” is megadja. Egy egymilliárd fényév (kb. 300 Mpc) távolságban lévő objektumot olyannak látunk, amilyen egymilliárd évvel ezelőtt volt. A galaxisok, kvazárok, rádióforrások is fejlődnek és hosszabb időskálán változik a luminozitásuk. Ennek megfelelően tehát általában nem teljesül az a feltételezés, amely szerint az objektum abszolút fényessége nem függ a távolságtól, s így helyzetétől sem. A múltbeli luminozitás teljesen más lehetett mint a mai. Ha tehát egy objektumfajta nem teljesül a másfeles teszt, az nem zárja ki teljes bizonyossággal a homogén eloszlásukat, hiszen az eltérést fejlődési hatások is okozhatják.



A kozmológiában szokásos vöröseltolódások esetében azonban már a speciális relativitáselmélet figyelembevételével kell megadni a fényforrás sebességével fennálló kapcsolatot ( $c$  a fénysebesség)

$$z = \frac{\lambda - \lambda_0}{\lambda_0} = \frac{\lambda - \lambda_0}{\lambda_0} \sqrt{\frac{c+v}{c-v}} \quad \text{; kis sebességekre } z \approx \frac{v}{c}$$

Az utóbbi évtizedben egyre nagyobb vöröseltolódású objektumokat találtak a csillagászok. 2001 oszén a galaxisokra  $z = 5,74$ , kvazárokra  $z = 6,2$  volt a vöröseltolódási, és ennek megfelelően a távolsági rekord. Vannak olyan indirekt, de megfigyeléseken alapuló következtetések is, hogy bizonyos gammafelvillanások akár  $z = 20$ -ig is észlelhetők lehetnek.

A tapasztalat szerint a  $z$   $v/c$  alapján számolt tágulási sebesség a  $d$  távolsággal

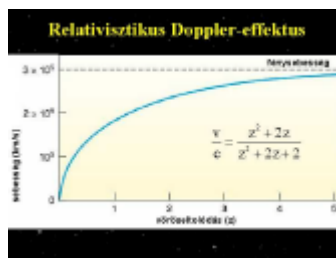
$$v = H \cdot r$$

kapcsolatban áll, amint azt a léggömb analógia alapján is várjuk.

A Hubble-törvénynek ez a közismert alakja. Vagyis a nem túl távoli galaxisok esetében a Hubble-törvény úgy is fogalmazható, hogy a távolodási sebesség arányos a távolsággal. A közeli galaxisokra (köztük a Hubble által 1929-ben vizsgáltakra) ez valóban teljesül. A nem relativisztikus közelítésből az következne, hogy a  $z = 1$  vöröseltolódású objektum éppen fénysebességgel távolodik. Valójában azonban, a relativisztikus összefüggés szerint „csak”  $v = 0,6c$  sebességnek felel meg. A  $z = 20$  vöröseltolódású objektum sebessége  $v = 0,99547c$ .

A klasszikus összefüggést használva arra a lehetetlen következtetésre jutnánk, hogy az objektum a fénynél 20-szor gyorsabban mozog. Természetesen nem erről van szó, hanem a galaxisokat magába foglaló tér tágulásáról. Tehát kozmológiai távolságok esetén a klasszikus összefüggés nem használható. Itt a relativisztikus képlettel kell számolnunk, amely szerint

$$\frac{v}{c} = \frac{z^2 - 1}{z^2 + 1}$$



A  $H$  a *Hubble-állandó*, mértékegysége  $\text{km}/(\text{s}\cdot\text{Mpc})$ . Ha ismerjük a Hubble-állandó értékét, akkor a Hubble-törvényt viszonylag egyszerű távolságmérési módszerként lehet használni a legnagyobb távolságokig. A Hubble-törvényt egyéb extragalaktikus távolságmérési eljárások segítségével lehet kalibrálni. A Hubble-állandó értékében még mindig elég nagy a bizonytalanság. Az Hubble által becsült  $580 \text{ km}/(\text{s}\cdot\text{Mpc})$  értékhez viszonyítva az utóbbi időben mintegy nagyságrenddel kisebb értékekről beszélnek, a közreadott értékek  $50\text{--}75 \text{ km}/(\text{s}\cdot\text{Mpc})$  közöttiek. A jelenleg legelfogadottabb érték  $73 \pm 8 \text{ km}/(\text{s}\cdot\text{Mpc})$ , a hiba tehát mintegy 12%. A kozmológiában a képletek egyszerűbbé és szemléletesebbé tételére a Hubble-állandó helyett a  $h = H/(100 \text{ km}/(\text{s}\cdot\text{Mpc}))$  állandót szokás használni. Látható, hogy  $h$  egy dimenzió nélküli, egynél kisebb szám, értéke a Hubble-állandó elfogadott értékétől függően  $0,5\text{--}0,8$  körüli.

A Hubble-állandó mértékegységében a Mpc átszámolható km-re, és a törtet egyszerűsítve nyilvánvalóvá válik, hogy  $H$  dimenziója  $\text{s}^{-1}$ , vagyis ugyanolyan mint a frekvenciáé. Ebből következik, hogy a Hubble-állandó reciproka,  $H^{-1}$  pedig idő dimenziójú mennyiség, ezt *Hubble-időnek* szokták nevezni. A Hubble-idő szemléletes jelentése: tekinthető olyan időtartamnak, amely alatt a galaxisok – a klasszikus fizikai közelítést leíró  $v = H \cdot r$  egyenletből adódó – állandó  $v$  sebességgel egy közös kezdőpontból a jelenlegi helyükig eljuthattak volna. A tágulás természetesen nem így zajlik, de a Hubble-

ido a legtöbb kozmológiai modellben nagyságrendileg megegyezik az Univerzum életkorával.

A Hubble-ido értékét a fénysebességgel megszorozva megkapjuk azt a távolságot, ahol – a klasszikus közelítésben – a galaxisoknak már fénysebességgel kellene távolodniuk. Az  $r_{11} = c \cdot H^{-1}$  távolságot *Hubble-sugár*nak nevezik, és a kozmológiai modellek többségében az Univerzum általunk belátható részének, a Metagalaxisnak a méretét jellemzi.

Szenkovits Ferenc

## Rekurzió egyszerűen és érdekesen

III. rész

### Rekurzív függvények – I.

Az „Rekurzió egyszerűen és érdekesen” cikkben arról olvashattál, miként közelíti meg egy rekurzív függvény az  $n!$  kiszámításának feladatát. Emlékeztetőül:

Ha a feladatot banálisnak találta ( $n=0$ ), akkor felvállalta a teljes feladat megoldását. Ellenkező esetben viszont ( $n>0$ ) két részre osztotta a feladatot: egy oroszlánrészre (az  $(n-1)!$  értékét biztosító első  $n-1$  szorzás), amit rekurzív hívás által átruházott, és egy saját részre (az  $n$ -ik szorzás) amit felvállalt.

Próbáljuk meg általánosítani a fenti megközelítési módot. A következő sablont javasolom:

#### Pascal

```
Function f(<a feladat paramétereit>):<tipus>;
Var talca:<tipus>;
Begin
    if <banalítás feltétele> then <banális eset kezelése>
    else
        begin
            talca:=f(<átruházott rész paramétereit>);
            <saját rész>
        end;
end;
```

Tapasztalataim szerint egyszerű függvények esetén igen jól használható a fenti sablon. Amint magad is látni fogod, gyakran egyebet sem kell tenni csak ki kell tölteni a sablont és máris megvan a feladatot megoldó rekurzív függvény. Segítségére lehet ebben, ha felteszed magadnak a következő három rávezető kérdést:

#### 1. kérdés

Hogyan vezethető vissza a feladat egy *hasonlóképpen megoldható*, de *egyszerűbb* feladatra? Az erre a kérdésre adott válaszod világosan el fogja határolni a rekurzívan *átruházandó oroszlánrészt* a *felvállalt saját résztől*. Továbbá nyilvánvalóvá fogja tenni mind a fő feladat mind az átruházott feladat paramétereit.

#### 2. kérdés

Miután tálcán megkapom az átruházott rész eredményét, *hogyan építhetem fel* ebből a teljes feladat eredményét a felvállalt saját rész megoldása által?

#### 3. kérdés

Mikor tekintem a feladatot annyira *banálisnak*, hogy teljesen felvállalom a megoldását anélkül, hogy valamit is rekurzívan átruháznék belőle?

Ez a megközelítés nagyon eredményes például olyan feladatok esetében, amelyek egy szám számjegyenkénti, vagy egy számsorozat elemenkénti feldolgozását követelik meg.

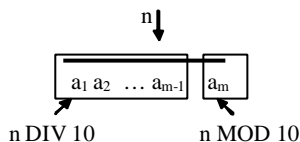
Például szolgáljon a következő feladat:

**1. Íj rekurzív függvényt az  $n$  természetes szám számjegyei összegének kiszámítására.**

Kezdjük azzal, hogy megválaszoljuk a három kulcskérdést:

1. válasz

Az  $n$  számjegyei összegének kiszámítása visszavezethető az  $n \text{ DIV } 10$  ( $n$ , az utolsó számjegye nélkül) számjegyei összegének kiszámítására. Ez egy hasonló feladat, hiszen ugyancsak egy természetes szám számjegyei összegének kiszámítását jelenti, de egyszerűbb, mert  $n \text{ DIV } 10$  eggyel kevesebb számjegyű szám, mint  $n$ . Tehát a rekurzívan átruházandó orozlátrész az  $n \text{ DIV } 10$  számjegyei összegének kiszámítása lesz, a saját rész pedig az utolsó számjegynek ( $n \text{ MOD } 10$ ) a kezelése. Az alábbi ábra ezt szemlélteti ( $n$  egy  $m$  számjegyű természetes szám):



2. válasz

Miután a *talca* változóban megkapom  $n \text{ DIV } 10$  számjegyeinek az összegét, egyszerűen annyit kell még tennem csupán, hogy hozzá adom  $n$  utolsó számjegyét, az  $n \text{ MOD } 10$  értékét.

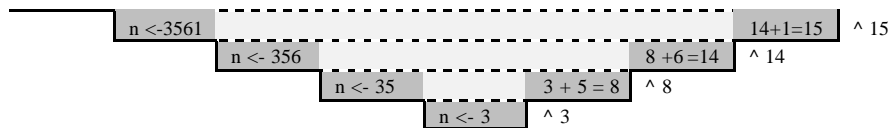
3. válasz

A feladat banálisnak tekinthető már akkor is, ha  $n$  egyszámjegyű ( $n < 10$ ), vagy akkor amikor „elfogyott” ( $n = 0$ ). Az első esetben a megoldás maga a szám lesz, a második esetben pedig  $0$ .

És most következzen a feladatot megoldó rekurzív függvény Pascal és C/C++ változatban:

<i>Pascal</i>	<i>C++</i>
Function <i>szamjegy_osszeg</i> ( <i>n:integer</i> ):integer;	<i>int</i> <i>szamjegy_osszeg</i> ( <i>int</i> <i>n</i> )
Var <i>talca:integer</i> ;	{
begin	<i>int</i> <i>talca</i> ;
if <i>n &lt; 10</i> then <i>szamjegy_osszeg</i> := <i>n</i>	if ( <i>n &lt; 10</i> ) return <i>n</i> ;
else	else
begin	{
<i>talca</i> := <i>szamjegy_osszeg</i> ( <i>n DIV 10</i> );	<i>talca</i> = <i>szamjegy_osszeg</i> ( <i>n/10</i> );
<i>szamjegy_osszeg</i> := <i>talca</i> + <i>n MOD 10</i> ;	return <i>talca</i> + <i>n%10</i> ;
end;	}
end;	}

Az alábbi ábra nyomon követi a *szamjegy\_osszeg*(3561) függvényhívás végrehajtását (Pascal változat):



Példát arra, hogy miként old meg egy rekurzív függvény egy olyan feladatot amely egy számsorozat elemenkénti feldolgozását követeli meg, a következő részben olvashatsz!

**Kátai Zoltán**

## Optikai anyagvizsgálati módszerek

### II. rész

A XIX sz. közepére a fény sokféle tulajdonságát ismerték már a fizikusok, de ezek egy részét még nem tudták magyarázni, sem megfelelően alkalmazni. Ezeket röviden így foglalhatjuk össze:

A fény izzó fényforrásból származó, hullámmozgást végző részecskék vonulata, mely egy közeg határára érve visszaverődhet, szóródhat, s behatolva a közegbe irányt változtatva (fénytörés) erősségéből veszítve (részben vagy teljesen) elnyelődhet (abszorbeálódik), s a megmaradt része továbbhaladhat. Mutatja a fényelhajlás, interferencia jelenségeket, polarizálható. A terjedő fényt ugyanazokkal a fizikai mennyiségekkel jellemezték, mint a mechanikai hullámokat:

- ? hullámhossz (?): két szomszédos azonos fázisú pont távolsága, ma *nm* egységben adják meg
- ? periódus (T): az az idő, amely alatt egy teljes rezgés végbemeleg
- ? frekvencia (?): egy másodperc alatt végzett rezgések száma  $\lambda \cdot \frac{1}{T}$

A fénysebesség nagysága függ a terjedési közegtől, vákuumban a jele *c*, bármilyen anyagi közegben értéke kisebb, mint *c*. A fénysebesség első számszerű meghatározását I. O. Römer végezte 1676-ban, mérve azt az időtartamot, amely a Jupiter egyik holdjának a Jupiter árnyékából való két egymás utáni kilépése közt eltelik akkor, amikor a Föld a Nap-körüli pályán a legközelebb, illetve a legtávolabb van a Jupitertől. A földpálya átmérőjének és a fényjel késésének ismeretében kiszámítható volt a fény terjedési sebessége. Römer a ma ismert legpontosabb értékkel ( $c=2,99793 \cdot 10^8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ ) jól egyező adatot kapott. A fény terjedési sebessége függ a hullámhosszától:  $v = \lambda \cdot T$ , illetve  $v = \lambda \cdot f$

A  $c/v = n$  arány a közeg törésmutatója, nagysága függ a hullámhosszától.

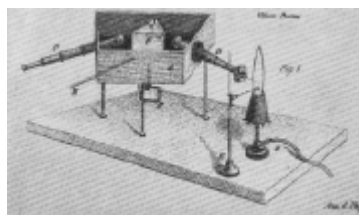
Törésmutató meghatározást már rég végeztek a fizikusok, de kémiai elemzésre, mérésre alkalmas készüléket először *E. Abbe* (1840 – 1905) szerkesztett. Készülékében a folyékony anyagok törésmutatójának meghatározására a mérési elv a teljes visszaverődés határszögének észlelésén alapszik. A műszerrel változtatható, jól meghatározott hőmérsékleten lehet mérni a mérőrendszer termosztatálásával. Skáláján közvetlenül törésmutató értékek olvashatók le (1,3 – 1,7 érték között  $\pm 0,0002$  hibával). Főleg szerves anyagok elemzésére, azonosítására használják.

A fényelnyelés jelenségét is már hosszabb ideje ismerték a fizikusok és próbálták hasznosítani. *Kirchhoff* és *Bunzen* felfigyelt arra, hogy a fényforrásként viselkedő izzó testek különböző színű fényt bocsátanak ki. Az izzó vas és az izzó platina fényét a prizma más összetevőkre bontja. 1855-ben *Bunzen* szerkesztett egy gázégot, amellyel

annyira növelhető a láng hőmérséklete, hogy az színtelené válik (ma ezt az égot nevezük Bunsen-égőnek) ami a színeképelemzés egyik feltétele.

A XIX. sz. derekáig a kutatók már megállapították, hogy a napszínkép fekete vonalai és a lángszíneképek színes vonalai azonosak. Vagyis az anyagok olyan hullámhosszúságú sugarakat nyelnek el, amelyeket gerjesztéskor maguk is kibocsátanak. Ezért az anyagok elnyelési (abszorpciós) és kibocsátási (emissziós) színeképe hasonló és rájuk jellemző. Először ez legegyszerűbben a nátrium D vonalára volt igazolható (az abszorpciós vonalaknak megfelelő hullámhosszakait latin betűkkel először Fraunhofer jelölte). Swan 1856-ban megállapította a nátrium D vonala alapján, hogy ha egy anyaghoz 1:2,5 milliomod arányban nátriumot adnak, akkor az a D vonala alapján kimutatható. Ilyen érzékenységu elemző módszerrel a kémikusok nem rendelkeztek.

A napszínkép alaposabb megismerésére több vizsgálatot végeztek (pl. Helmholtz kvarcprizmát használt, hogy az ibolyántúli tartományt is vizsgálhassa), de a színeképelemzés, mint analitikai módszer csak Kirchhoff és Bunsen 1859-ben elkészített spektroszkópja bemutatásától tekinthető létezőnek. A spektroszkóp nyújtotta lehetőségek jelentőségét Bunsen az első próbálkozásoknál már felmérte. Errol tanúskodik egyik tanítványának, Roscoenak írt levele:



Bunsen és Kirchhoff első spektroszkópja

„Pillanatnyilag Kirchhoffal együtt dolgozunk valamin, amitől aludni sem tudunk ... ez megnyitja az utját annak, hogy a Nap és állócsillagok összetételét ugyanolyan biztonsággal megállapítsuk, mint amilyenekkel reagenseinkkel kimutatjuk a szulfátot, vagy kloridot. Ugyanilyen pontossággal mutathatók ki az elemek a Földön is. ... ha vannak eddig meg nem talált új elemek, felfedezésükben a színeképelemzés fontos szerepet játszhat ... remélhető, hogy lángszíneképünk vizsgálatával még olyan kis mennyiségeket is fel lehet majd ismerni, amire közönséges kémiai észleléssel mód nem nyílik.” Módszerük jelentőségét bizonyította, hogy még azon évben felfedezték a céziumot és rubidiumot. Készüléküket tökéletesítették, s Kirchhoff-Bunsen-féle spektroszkóp néven forgalmazták is. Az általuk kidolgozott színeképelemzés lehetősége nagy lendületet adott a szervetlenkémiai kutatásoknak. Viszonylag rövid idő alatt sikerült felfedezni a ritkaföldfémek nagy részét. A nagy „elemvadászatban” még hibák is történtek, s rövid időre olyan elemek létét is feltételezték (pl. az ausztrium és dianiumnak nevezettek), melyek kísérleti hibák eredményeként, téves észlelésekből származtak, s létük nem minősült idotállónak.

A minőségi azonosításokkal párhuzamosan mennyiségi meghatározásokkal is próbálkoztak, mivel már ismert volt, hogy a fényabszorpció mértéke a fény hullámhossztartományától és az abszorbeáló anyagtól függ.

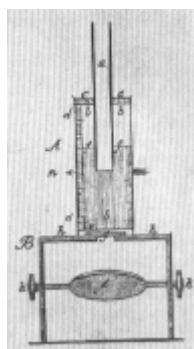
Az abszorpciós spektroszkópia a fényelnyelés törvényén alapszik, amelyet először Bouguer francia matematikus fogalmazott meg (1729), majd Lambert írta le (1760), amely szerint a fény intenzitáscsökkenése arányos a rétegvastagsággal. Beer kimutatta (1852), hogy a Lambert törvény oldatokra is érvényes, az abszorpció mértékében a rétegvastagság változtatásával azonos szerepet játszik a koncentrációváltozás. Bunsen és tanítványai (Roscoe) végeztek először mennyiségi elemzést abszorpciós spektroszkópiával, de nem kaptak egyértelmű eredményeket, ezért Bunsen szerint mennyiségi elemzésre nem alkalmas a módszer. A Lambert-Beer törvényt fotokémiai tanulmányaikban használták fel. Bunsen bevezette az extinkciós koefficiens fogalmát, amely annak a rétegvastagságnak a reciproka, amely az adott anyag esetén a ráeső fény intenzitását 1/10-re csökkenti. Az extinkciós koefficiens koncentrációval arányos voltát számításaiiban már nem alkalmazta. Ezt először Vierardt értékesítette mennyiségi analízisben (1872).

Az analitikai kémiában mennyiségi elemzésre a láthatófény elnyelésén alapuló jelenségeket alkalmazták először. Mivel a vizsgálandó minták (általában oldatok) színerosságát hasonlították össze, az eljárást az analitikai kémiában *kolorimetria* néven emlegetik.

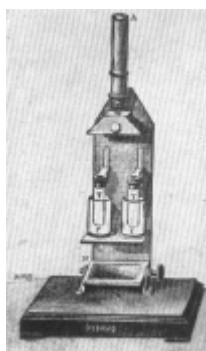
A legelső, leközölt próbálkozás *C. Heine* nevéhez fűződik (1845), aki ásványvizek brómtartalmát határozta meg a bromidtartalmú oldathoz klórosvizet adva, s a kiváló brómot szénkénnel ( $CS_2$ ) kirázva a brómtartalomtól függően különböző színerosságú színes oldatot kapott. Ismert mennyiségű  $KBr$ -tartalmú oldatokból mintasorozatot készített, s ezekkel hasonlította össze a vizsgált oldat színét.

Mérési elvére *Müller* 1853-ban egy készüléket szerkesztett, mellyel pl. a vas vasticianát színes vegyület formájában  $0,0001g/100ml$  oldat mennyiségben meghatározható.

Az elemző módszert *Duboscq* fejlesztette tovább, új készüléket szerkesztve, mellyel a színes oldatok koncentrációja gyorsan, megfelelő pontossággal meghatározható.



*Müller*  
elso kolorimétere



*Duboscq*  
kolorimétere

A *Duboscq* koloriméter működési elve a Lambert-Beer törvény, amely szerint színtelen oldószerben oldott színes anyagot tartalmazó  $c$  koncentrációjú oldat  $d$  vastagságú rétegén áthaladó fény intenzitásának csökkenése arányos a koncentráció és rétegvastagság szorzatával. Amennyiben a vizsgálandó anyagból ismert,  $c$  koncentrációjú oldatot készítenek, s abból olyan  $d$  vastagságú rétegen bocsátják át a mérendő mintával egyszerre a fényt, hogy az intenzitáscsökkenés ugyanakkora legyen mint a vizsgált ismeretlen  $c_x$  koncentrációjú,  $d_x$  rétegvastagságú minta esetén, akkor:

$$c \cdot d = c_x \cdot d_x, \text{ ahonnan az ismeretlen koncentráció egyszerre kiszámítható: } c_x = \frac{d}{d_x} \cdot c$$

A kolorimetriás eljárások elvben már nem, technikájukban, a muszerezettség tökéletesítésében változtak az idők során.

Míg a kémikusok a fényvel kapcsolatos ismereteket próbálták az anyagmegismerésben gyümölcsöztetni, a fizikusok a még magyarázhatatlan kísérleti jelenségek tisztázására próbálták elméleti magyarázatot adni.

A XIX. sz. második felében a legjelentősebb eredmény a fizikában *J. C. Maxwell* (1831 – 1879) nevéhez fűződik. Elektrodinamikai vizsgálatai során megállapította, hogy az elektromágneses hatások a fény sebességével terjednek, felismerte, hogy a fény elektromágneses hullám. Míg a mechanikai hullámok terjedéséhez közegre van szükség, az elektromágneses hullámok vákuumban is terjednek. Elméletéről kiadott könyvét: *Treatise on Electricity and Magnetism* (1864) a kultúrtörténet a Newton *Principia*-jával azonos értékűnek tartja. Ebben írta: „... Nyomás okunk van arra következtetni, hogy a fény (beleértve a hőt és más sugárzást, ha van ilyen) maga is egy, az elektromágneses törvények szerint az elektromágneses térben hullám alakjában tovaterjedő elektromágneses zavar.”

Az elektromágneses sugárzás hullámhossza és sebessége a közeg törésmutatójától függ:  $c_n = c/n$  ahol  $c$  és  $n$  vákuumban mért értékek.

Az elektromágneses sugárzások teljes spektruma:

**Megnevezés**

?

Rádióhullámok

A frekvencia (rezgésszám) nem függ a közegtől, értéke változatlan marad amikor a sugár egyik közegből másikba átlép.		> 10cm
	Mikrohullámok	1mm – 10cm
	Távoli infravörös	30 m – 1mm
	Közeli infravörös	800nm – 30 $\mu$ m
	Látható	400 – 800 nm
	Közeli ultraibolya	200 – 400 nm
	Távoli ultraibolya	10 – 200 nm
	Röntgensugarak	100 pm – 10 nm
	$\gamma$ -sugarak	< 100 pm

A látható fény szemünkben fiziológiai érzetet kelt a hullámhosszától függően, s ezért különböztetünk meg színeket. A látható fény színei a 400–700 nm hullámhossztartományban érzékelhetők. Az elektromágneses sugárzás a látható tartomány minden részén ugyanúgy viselkedik. Amennyiben a látható tartománytól messzire eltávolodunk, a kölcsönhatás megváltozik. Pl. vékony alumínium lemez a látható fény számára tükröző felület, míg a röntgen és  $\gamma$ -sugarak számára átlátszónak bizonyul.

Szín	Közeli hullámhossz mértéke nm-ben
lila	420
kék	470
zöld	520
sárga	570
narancs	620
piros	670

Az elektromágneses sugárzás forrásai a gerjesztett részecskék (elektronok, atomok, ionok, molekulák). A látható fény számára egy forrón izzó test (izzólámpa szála, aminek hőmérséklete kb. 3000K) A szilárd testben homogén végző atomok, molekulák olyan sugárzást bocsátanak ki, amely sokféle hullámhossz keveréke. A hullámhossz nagy része az infravörös tartományba esik, az energiának csupán kis része jut a látható tartományba.

Eros fényforrás az ívfény, amely egymástól néhány mm-re széthúzott szén, vagy fémrudacsák között egyenáramú elektromos kisülés eredményeként keletkezik. Az egyik rúdvégbe ütköző elektronok hatására kb. 4000K hőmérséklet alakul ki, amelynek eredménye az erős fehér fény létrejötte. Üvegcsobe zárt fémgözyökön (Na, Hg) keresztül kialakult ívkisülés meghatározott hullámhosszú fényforrást eredményez. Egyszínű, úgynevezett monokromatikus sugárzást ma lézerekkel állítanak elő.

Nem tudták magyarázni a szilárd testek hevítésekor észlelhető színváltozást. Eloször mélyvörös, majd narancssárga, majd nagyobb hőmérsékleten sárgásfehér, míg igen nagy hőmérsékleten kékesfehér lesz az izzított test színe. Vagyis kisebb hőmérsékleten a kisugárzott energiának viszonylag nagyobb része esik a hosszú hullámok tartományába (vörös felé), mint a rövidebbekébe (kék felé). Ahogy nő a hőmérséklet, viszonylag több energia esik a kék felé. Az addigi termodinamikai ismeretekkel nem tudták magyarázni ezt a jelenséget.

A fekete test sugárzás- és elnyelés-vizsgálata során megállapították (*Stefan* és *Boltzmann*), hogy a fekete test által az összes hullámhosszon kisugárzott energia arányos az abszolút hőmérséklet negyedik hatványával. Különböző hőmérsékleten vizsgálva a sugárzást *Wien* megállapította, hogy a hőmérséklet emelkedésével a kísérletileg meghatározott görbék maximumai a rövidebb hullámok felé tolódnak el.

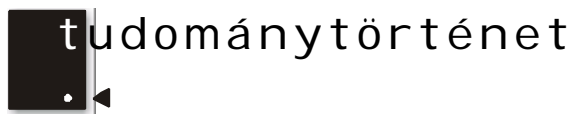
*Planck* az izzó testekből kilépő elektromágneses sugárzást vizsgálva, arra a felismerésre jutott, hogy ezek a rezgőrendszerek mások mint a hagyományos fizikában ismertek. Feltételezte, hogy a sugárzó energia nem folytonosan, hanem kvantumokban változik. Ezzel a matematikai leírása a *Rayleigh-Jeans* törvénynek, mely harmonikus oszcillátoroknak tekintette a sugárzó részecskéket, összhangba került a kísérleti mérésekkel. *Planck* szerint ezeknek a harmonikus oszcillátoroknak a megengedett energiaállapota:  $E = n \cdot h \cdot \nu$ , ahol  $n = 0, 1, 2, 3, \dots$ , a  $h$  arányossági tényező, értékét kísérleti adatok alapján határozta meg, ma *Planck*-állandónak nevezzük:

$$h = 6,625 \cdot 10^{-34} \text{ J} \cdot \text{s} \text{ (vagy } 4,136 \cdot 10^{-15} \text{ eV} \cdot \text{s.)}$$

*Planck* feltételezte, hogy az oszcillátor csak  $E$  nagyságú energiakvantumokat képes elnyelni, vagy kibocsátani  $E = h \cdot \nu$

(folytatjuk)

**Máthé Eniko**



tudománytörténet

## Kémia történeti évfordulók

2002. december

**280 éve**, 1722. december 23-án született Svédországban Alex Frederick CRONSTEDT. Az Uppsalai Egyetem metallurgia tanára volt. Egy svédországi ásványban

felfedezte a nikkelt. Eloállította, tulajdonságait leírta, az elnevezése is tole származik. Tiszteletére egy Fe(II)–Fe(III) szilikát tartalmú ásványt cronstedtitnek neveztek el. 1765-ben meghalt.

**260 éve,** 1742. december 6-án Franciaországban született Nicolas LEBLANC. Párizsban orvosnak tanult, az orleansi herceg sebészeként sokat foglalkozott gyakorlati kémiával, sokat kísérletezett. Kidolgozta az ipari szódagyártást kosóból (1789), amelyet az általa létesített szódagyárban alkalmazott. Tanulmányozta a kristályosodás folyamatát. Észlelései alapján megállapította, hogy a képződő kristályok alakja függ attól, hogy milyen kémhatású oldatból történt a kristályosodás. Foglalkozott az ammónium-nitrát gyártásával, a fémes nikkelt előállításával. 1806-ban vetett véget életének, miután minden vagyonát elvesztette.

1742. december 9-én Stralsundban (akkor Svédországhoz, ma Németországhoz tartozik) született Carl Wilhem SCHEELE, minden idők egyik legjobb kísérleti kémikusa. J.B. Dumas szerint ha Scheele egy anyaghoz nyúlt, abból egy felfedezés született. Szervetlen-, szerves- és analitikai kémia terén ért el nagyon sok új eredményt. Eloször állított elő oxigént mangán-dioxidból kénsavval és nátrium-nitrát melegítésével; klórt sósavból mangán-dioxiddal. Megállapította a természetes barnakó kémiai összetételét:  $MnO_2$ . A grafitról bebizonyította, hogy egy szénmódosulat. Eloállított ásványokból molibden-savat, volfram-savat, elemi volframot, arsen-pentoxidot, arsen-savat, annak sóit (pl. a Cu-arsenitet, amelyet később Scheele-zöldnek neveztek, régebb zöld festékként használták, de mérgező voltáért, ma már nem alkalmazzák). Eloször állított elő kalcinált szódát (vízmentes nátrium-karbonátot). Az állati csontokban kimutatta a kalcium-foszfátot, s azokból eljárást dolgozott ki foszfor előállítására. Foszforsavat, hidrogén-fluoridot,  $SiF_4$ -ot állított elő. Felfedezte a salétromosavat. Tisztán előállította a kénhidrogént, cianhidrogént. Szerves anyagok elkülönítésére eljárásokat dolgozott ki. A zsírok hidrolízisekor elkülönítette a glicerint. Számos szerves savat állított elő növényi nedvekből Ba-, vagy Pb-só formájában elkülönítve, majd a savat (borkosav, hangyasav, benzoosav, citromsav, tejsav, malein sav) kénsavval felszabadítva. Vesekőből húgysavat, tejből laktózt különített el. Alkoholból barnakóval acetaldehidet állított elő. Fényképezéssel, klóros fehérítéssel, gázoknak faszénnel történő megkötésével is foglalkozott. 1786-ban halt meg.

1742. december 26-án Gyulafehérváron született BORN Ignác. Nagyszébenben, Bécsben, majd Prágában tanult jogot. 1770-tól a császári bányahivatalban dolgozott, amikor már természettudományokkal is foglalkozott. Megszervezte a bécsi Természettudományi Múzeumot, melynek laboratóriumában is dolgozott. Tudományos munkássága alapján 14 tudományos társaság és akadémia tagjai sorába hívta. 1779-től a bécsi udvar bányászati és pénzverészeti tanácsosa volt. Tanulmányozta az arany és ezüst kivonására a mexikóiak által már a XVI. sz.-ban használt amalgamozási módszert. Irányítása alapján szervezték meg Selmechányán a nemesfémek kivonására az első amalgamozó üzemet. A gazdaságos, ma is alkalmazott eljárás bemutatására a világ minden részéről összegyűltek a vegyészek, ezért az 1786-os selmechányai összejövetelt tekintetjük az első vegyész világkongresszusnak. Ekkor alapította meg Societat der Bergbaukunde néven az első nemzetközi egyesületet. A bányászat tudománya címen kétkötetes könyvet közölt (1789). Sok elismerésben volt része. Mozart tiszteletére kantatát írt (Die Maurerfreunde címmel), s a Varázsfuvola Sarastrója is Born személyét idézi. 1791-ben halt meg.

**190 éve,** 1812. december 25-én született Németországban Ludwig Ferdinand WILHELMY. Heidelbergben egyetemi tanár volt. A zaharidokat tanulmányozta. Polarimetriás mérésekkel a cukor invertálásának reakciósebességét határozta meg nagy pontosság-

gal. Ezen mérései alapján állapította meg az elsorendű reakciók sebességegyenletét. Megállapította, hogy a reakciósebesség nem a hőmérséklet növekedésével. 1864-ben halt meg.

**180 éve,** 1822. december 27-én Franciaországban (Dole) született Louis PASTEUR. A Dijon-i egyetemen fizika-, majd Strassburgban és Párisban kémia tanár volt. Az optikailag aktív vegyületek tanulmányozásával kezdte tudományos tevékenységét. A tartarátok kristályait vizsgálva felfedezte a kétféle optikai izomert, amelyekre aszimmetriás szerkezet volt jellemző, s amelyek a poláros fény polarizációs síkját ellentétes irányba forgatták el. Az optikailag inaktív nátrium- és ammónium vegyes tartarát oldatból kikristályosított anyagot kétféle kristályokra tudta szétválasztani, amelyeket enantiomereknek, optikai antipódoknak nevezett. Ezek azonos mennyiségű, nem forgató elegyre a racém elegy megnevezést használta. Az enantiomerekből kémiai reakciók során diasztereomereket is előállított. Biokémiai módszert dolgozott ki az enantiomerek szétválasztására. Racém tartarát oldatban penészgomba tenyésztetettel készített, s azt észlelte, hogy az csak a jobbraforgató sztereomert fogyasztotta táplálékul, a balraforgató megmaradt. Tanulmányozta az alkoholos erjedést, melyben a mikroorganizmusok szerepét tartotta jelentősnek. Ha a reakcióelegyet felmelegítette, az erjedési folyamat megállt, mivel a mikroorganizmusok elpusztultak. Így fedezte fel a róla pasztörözésnek elnevezett sterilizálási eljárást az élelmiszerek tartósítására. Fiziológiai kutatásai révén a modern immunológia megalapozásához járult hozzá. Bizonyos betegségeknél a kórokozók legyengülését észlelte, s a legyengült kórokozókat védőoltásként használta. Az első sikeres eredmény a veszettség elleni oltás volt. 1888-ban megalapította Párisban az első Pasteur-intézetet, melyből ma világszerte számos működik. 1895-ben halt meg.

**150 éve,** 1852. december 15-én született A. Henri BECQUEREL. Szülővárosában tanult, majd ugyanott a Természettörténeti Múzeum professzora volt. Mágnesességgel, foszforeszcencia és fluoreszcencia jelenségek tanulmányozásával foglalkozott. Az urán-ércek fluoreszcenciáját vizsgálva fedezte fel a természetes radioaktivitást. A radioaktív sugárzás mibenlétének tisztázására P. és M. Curie házaspárral dolgozott. Munkájukért 1903-ban fizikai Nobel-díjat kaptak. 1908-ban halt meg.

**135 éve,** 1867. december 13-án Osloban született Olaf Kristian BIRKELAND. Párisban és Bonnban tanult. Először valósította meg ipari méretekben a légköri nitrogén megkötését műtrágya gyártására. Ívfényben reagáltatta a nitrogént oxigénnel. A módszert salétromsav gyártására alkalmazták ipari méretekben S. Eyderrel együtt. 1917-ben halt meg.

**130 éve,** 1872. december 1-én Londonban született Jocelyn F. THORPE. Heidelbergben doktorált, majd szerveskémia tanított a manchesteri és londoni egyetemen. Számos új vegyületet szintetizált. Felfedezte a nyíltláncú és gyűrűs vegyületek közti tautomeria lehetőségét. Több jelentős kézikönyvet írt (Szintetikus színezékek, szerveskémia, Alkalmazott kémia). 1940-ben halt meg.

2003. január

**360 éve,** 1643. január 4-én született Angliában Isaac NEWTON, akit kora legjelentősebb fizikusaként, matematikusaként, csillagászként tart számon a tudománytörténet.

Felállította a klasszikus mechanika törvényeit, a gravitáció törvényét. Felfedezte a fehérfényt szóródásának törvényeit, a fény korpuszkuláris elméletét vallotta, bevezette a foton fogalmát. Leibnitz-cél kidolgozta a differenciálszámítás alapjait. Törvényt alkotott a folyadékok viszkozitásáról. Elsőként határozta meg a Föld sűrűségét. Kémiai természetű vizsgálatai is voltak. Előállított egy olyan réz-arsén ötvözetet, amelyből teleszkóp tükröket készítettek. A törésmutató értéke alapján feltételezte,

hogy a gyémánt tüzeloanyagként viselkedhet. Az atomok kapcsolódási módját először magyarázta a részecskék közti vonzóerőkkel, elvetve az addig feltételezett horgocskákat. Dolgozatot írt a savak természetéről, összefoglalva kora addigi minden ismeretét róluk. Tudományos munkáinak elismerésül fonemesi rangra emelték. 1727-ben halt meg, a Westminster apátságban nyugszik.

**315 éve,** 1688. január 29-én Stockholmban született Emanuel SWEDENBORG. Az Uppsalai Egyetemen doktorált, Európa nagy városaiban tanulmányúton járt. Teológiai, kémiai és mineralógiai munkái érdekesek. A tüz természetéről, ásványtanról, fémekről, általában kémiai alapelveiről közölt műveket (pl. a réz és sárgaréz előállításáról és feldolgozásáról). A tárgyak tulajdonságait az összetevőik feltételezett különböző alakjaival magyarázta, különbözőképpen körülsomagolt gömböknek tekintve az alkotó részecskéket. 1772-ben halt meg.

**230 éve,** 1773. január 29-én Németországban született Carl Fr. Ch. MOHS. Németországi egyetemeken tanult, majd Ausztriában ásványtant tanított (Grác, Bécs). Az ásványok keménységére egy még ma is használt keménységi skálát állított fel, melynek 10 keménységi fokozata a talk, kosó, kalcit, fluorit, ortoklász, kvarc, topáz, korund, gyémánt keménységével azonos. Jelentős *Az ásványtan alapjai* című kétkötetes munkája. 1839-ben halt meg.

**185 éve,** 1818. január 30-án Toporcán született GÖRGEY Artúr tábornok, akinek nevét az utókor nem vegyészként emlegeti bár, annak készült. *(Bovebben lásd a 159. oldalon.)*

**170 éve,** 1833. január 7-én Londonban született Henry E. ROSCOE. Londonban, majd Heidelbergben Bunsen mellett tanult, a Manchesteri Egyetemen tanított. Bunsennel a fény vegyi hatását tanulmányozta. Először használták fényképezésre a magnézium égésekor felszabaduló fényt. Tanulmányozta a vanádiumot, nióbbiumot, volframot, uránt. Eloállított vízmentes perklorosavat, etil-perklorátot, amely nagyon erőlyes robbanóanyag. Szennyvíztisztítással is foglalkozott. Több kézikönyvet írt. 1915-ben halt meg.

**165 éve,** 1838. január 29-én született New Jersey államban Edward W. MORLEY. Több egyetemen tanított (Wooster, Hudson, Cleveland). A gázok vegyelemzésével foglalkozott. Olyan készüléket szerkesztett, amellyel a légkörben az oxigén mennyiségét 0,0025%-os pontossággal tudta meghatározni. Nagy pontossággal mérte az oxigén és hidrogén sűrűségét (1895), amelyből az atomtömegeiket tudta pontosan meghatározni. A Michelsonnal végzett kísérletei hozzájárultak a relativitáselmélet kidolgozásához. 1923-ban halt meg.

**135 éve,** 1868. január 9-én született Hollandiában Soren Peer L. SØRENSEN. A koppenhágai egyetemen tanult, majd tanított. Fizikai-kémiával és szerveskémiával foglalkozott. Az oldatok viselkedésének vizsgálata során hangoztatta a hidrogénion koncentráció jelentőségét, bevezette a pH fogalmát és jelölését. Tanulmányozta az aminosavakat, fehérjéket, enzimeket, az erjedési folyamatokat. 1939-ben halt meg.

1868. január 31-én született Pennsylvania államban Theodore W. RICHARDS. Göttingában és Lipcsében tanult, majd a Harvard Egyetemen tanított. Bizonyította az izotópok létezését, meghatározva az ólom atomtömegét különböző radioaktív ásványokból és közönséges nem sugárzó vegyületekből. Atomtérfogat meghatározással, atomok összenyomhatóságával, termodinamikai és elektrokémiai kérdésekkel foglalkozott. Jelentősek nagyon pontos atomtömeg meghatározásai, amelyekért 1914-ben kémiai Nobel-díjat kapott. 1928-ban halt meg.

**115 éve,** 1888. január 4-én, Berlinben született Walther L. J. P. H. KOSSEL. Heidelbergben tanult, majd Kielben, Tübingenben, Danzigban egyetemi tanár volt. Lewissel felállította a kémiai kötés elektronelméletét. Röntgensugarakkal végzett kutatá-

sai során felfedezte azok interferenciáját kristályokban. Elméletet állított fel a kristályok növekedésére. 1956-ban halt meg.

1888. január 27-én született Zürichben Victor Moritz GOLDSCHMIDT. Oszlóban és Bécsben tanult, majd az Oszlói Egyetem tanára volt. Geokémiával, ásványtannal foglalkozott. A modern geokémia és kristálykémia megalapítójának tekintik. 1947-ben halt meg.

**110 éve**, 1893. január 20-án Oroszországban született Ilja-Ilics CSERNYÁJEV. Szentpéterváron tanult, majd ugyanott és Moszkvában egyetemi tanár volt. Komplexvegyületek kutatásával foglalkozott. Vizsgálta a platina-komplexek optikai aktivitását. Kidolgozva a tranzshatás elvét, lehetővé tette számos új komplex vegyület szintézisét. 1966-ban halt meg.

M. E.



## Geodetikus vonalak megszerkesztése különböző felületeken a Maple segítségével

Ismeros a kijelentés, miszerint két pont között a legrövidebb út az egyenes. Ez természetesen igaz a síkban, de mit mondhatunk egy tetszőleges felület esetén?

Tételezzük fel, hogy a Föld gömb alakú. Rajta a két város, New York City és Madrid körülbelül a 40. szélességi fokon fekszik. Ahhoz, hogy egy repülőgép a legkisebb távolságot tegye meg e két város között, nem a 40. szélességi körrel párhuzamos útvonalat kell választania. Északnak kell repülnie, követve a fokkört (amelynek középpontja megegyezik a gömb középpontjával) a két város között.

Mit is értünk felület alatt?

A felület a három-dimenziós euklideszi térben olyan pontok halmaza  $R^3$ -ból, amely helyileg olyan mint egy sík, azaz bármely pontja esetén, létezik az illeto pontnak egy kis környezete, amely síknak tunik. Erre ismét jó példa a Föld gömb alakja. Éppen ezért van, hogy felületi görbéi sem látszanak görbéknek, mert az a földfelszín amit a szem átfog, egy elég kis környezetet a Föld egész felületéből, amely síknak tunik. Tehát a gömb egy felület  $R^3$ -ból. A szakkifejezéssel élve, a felületet a következőképpen értelmezhetjük:

*Értelmezés:*

$M \subset R^3$  felület, ha bármely  $x \in M$  esetén létezik egy  $U \subset R^3$  nyílt környezete  $x$ -nek, egy  $W \subset R^2$  nyílt környezet, és egy  $x: W \rightarrow U \subset M$  leképezés, amely differenciálható, és az inverze is differenciálható. Ekkor  $x$ -et az adott felület *parametizálásának* nevezzük és felírhatjuk:  $x(u, v) = (x_1(u, v), x_2(u, v), x_3(u, v))$ .

Például egy  $r$  sugarú, origó középpontú gömb parametizálása (parametrikus egyenlete):  $x(u, v) = (r \cdot \cos(u) \cdot \cos(v), r \cdot \sin(u) \cdot \cos(v), r \cdot \sin(v))$ .

Továbbá azt mondjuk, hogy  $x$  *ortogonális*, ha első rendű deriváltjaira fennáll:  $x_u \cdot x_v = 0$ .

Egy felülethez szorosan kapcsolódó fogalom egy adott P pontjához tartozó *érintosík* fogalma, amely, mint tudjuk, az illeto ponton átmeno valamennyi felületi görbe P-hez tartozó érintőjét tartalmazza.

Ha adott a felület paraméteres alakja,  $x(u, v)$ , és feltételezzük, hogy egy tetszoleges P pontban fennáll az  $x(u_0, v_0)$   $p$  összefüggés, akkor a P felületi ponthoz tartozó érintosík, melyet  $T_p M$ -mel jelölünk, egy két-dimenziós vektortér, amelyet  $\{x_u(u_0, v_0), x_v(u_0, v_0)\}$ -val mérünk. Ez a vektortér olyan  $v$  vektorokból áll, amelyekre fennáll:  $v \cdot \gamma'(t_0) = 0$ , ahol  $\gamma$  egy görbe az M felületen és teljesíti:  $\gamma(t_0) = x(u_0, v_0)$ . Lévén, hogy  $T_p M$  vektortér, értelmezhető rajta egy belső szorzat. Ha a skaláris szorzat M minden érintosíkjában értelmezett, akkor azt mondjuk, hogy M *mértani felület*.

A felület jellegzetes görbéi a geodetikus vonalak., amelyek kiterjesztései egy M felületre a síkbeli egyeneseknek. Ezek a görbék egy eljárást adnak a felület két pontja közötti távolság meghatározására, mivel olyan felületi görbékrol van szó, amelyek bármely két pontja közötti darabja a legrövidebb az illeto pontot összekötő összes felületi görbék közül. Tulajdonképpen metrikát származtatnak. A kör geodetikus vonalai például a fokörök ívei (amint már fent is említettük).

*Értelmezés:*

A három-dimenziós euklideszi térben egy M felület *geodetikus vonala* egy  $\gamma: [0, 1] \rightarrow M$  görbe, amelyre  $\gamma'(t)$  bármely esetben normális M-nek.

Ha egy M mértani felületet parametrikus formában adunk meg, akkor a geodetikus vonalat jellemezhetjük az ún. geodetikus egyenletekkel.

Legyen  $\gamma$  egy M-beli görbe, a következő egyenlettel:  $\gamma(t) = x(u(t), v(t))$ .

Ekkor

$$\gamma'(t) = \frac{\partial x}{\partial u} u'(t) + \frac{\partial x}{\partial v} v'(t) = x_u u' + x_v v', \text{ és}$$

$$\gamma'(t) \cdot \gamma'(t) = x_u x_u u'^2 + 2x_u x_v u'v' + x_v x_v v'^2 = 0.$$

Tekintsük az  $E_1 = x_u / \|x_u\|$ ,  $E_2 = x_v / \|x_v\|$  és  $E_3 = E_1 \wedge E_2$  ortogonális egy-dimenziós egységvektorból álló rendszert. Nyilvánvalóan  $E_3$  normális M-nek.

Egy  $\gamma$  görbe akkor és csak akkor lesz geodetikus vonal, ha teljesíti az  $\gamma'(t) \cdot E_3 = 0$  és  $\gamma''(t) \cdot E_3 = 0$  feltételeket. Ezeket felhasználva és figyelembe véve, hogy a rendszer ortogonális  $(x_u, x_v \neq 0)$ , a következő differenciál egyenletrendszert kapjuk, amelyet teljesítenie kell a görbének, ahhoz, hogy geodetikus vonal legyen:

$$x_u^2 u'' + u' x_{uu} x_u + 2u' x_{uv} x_v + v'^2 x_{vv} x_u = 0$$

$$x_v^2 v'' + v' x_{vv} x_v + 2u' x_{uv} x_v + u'^2 x_{uu} x_v = 0$$

Ezen differenciál egyenletrendszer azonnali következménye az alábbi tétel:

*Tétel:*

Ha adott egy reguláris M felület, egy  $p \in M$  pont és egy  $v \in T_p M$  vektor, akkor létezik egy és csakis egy  $\gamma$  geodetikus vonal, amelyre  $\gamma(0) = p$  és  $\gamma'(0) = v$ .

*Bizonyítás:*

Legyen  $\gamma(t) = x(u(t), v(t))$ . Ekkor a  $\gamma(0) = p$  kikötés kezdeti feltételt ad  $u(0)$ -ra és  $v(0)$ -ra, míg a  $\gamma'(0) = v$  kezdeti feltételt ad  $u'(0)$ -ra és  $v'(0)$ -ra. Felhasználva a közönsé-

ges differenciálegyenletek alapvető tételét, a létezési és egyértelműségi tételt, következik, hogy ? létezik és egyértelmű.

*Megjegyzés:* Egy parametrikusan megadott felület esetén a geodetikus vonalat tetszőleges ívhossz minimizálásából is megkaphatjuk.

A felületek és geodetikus vonalaik ábrázolására használhatjuk a Maple programcsomagot. Ez azért is ajánlatos, mert a Maple differenciálegyenlet csomagjában megtalálhatjuk a numerikus megoldásmódokat, tehát megközelítéseket kapunk a geodetikus egyenletekre, amelyek néha igen bonyolultak. A három-dimenziós grafika segítségével pillanatok alatt szemléltethetjük a felületeken a geodetikus vonalakat.

Az ábrázoláshoz szükségünk van egy metrikára, amelyet E, F, és G szolgáltató (ezek a geodetikus vonal paraméterei). A továbbiakban a skalar nevű eljárás kiszámítja két három-dimenziós vektor skaláris szorzatát, míg az EFG eljárás megadja E, F, G értékeit, amelyek a geodetikus egyenletrendszerben szerepelni fognak.

```
> with(plots): with(linalg):
> skalar:=proc(X,Y)
> simplify(X[1]*Y[1]+X[2]*Y[2]+X[3]*Y[3]);
> end:
>
> EFG := proc(X)
>   local E,F,G,Xu,Xv;
>   Xu :=[diff(X[1],u),diff(X[2],u),diff(X[3],u)];
>   Xv := [diff(X[1],v),diff(X[2],v),diff(X[3],v)];
>   E := skalar(Xu,Xu);
>   F := skalar(Xu,Xv);
>   G := skalar(Xv,Xv);
>   simplify([E,F,G]);
> end:
```

A geodetikus egyenleteket a következőképpen fogjuk megadni:

$$u''(x_u^2) - \frac{1}{2x_u^2} u'^2 - (x_u^2)_v \frac{1}{x_u^2} u'v'' - (x_v^2)_u \frac{1}{2x_u^2} v'^2 = 0$$

$$v''(x_v^2) - \frac{1}{2x_v^2} v'^2 - (x_v^2)_u \frac{1}{x_v^2} u'v'' - (x_u^2)_v \frac{1}{2x_v^2} u'^2 = 0.$$

A geodetikus vonal differenciálegyenletei E, F és G segítségével a következőképpen alakulnak:

$$u'' - E_u \frac{1}{2E} u'^2 - E_v \frac{1}{E} u'v'' - G_u \frac{1}{2E} v'^2 = 0$$

$$v'' - E_v \frac{1}{2G} u'^2 - G_u \frac{1}{G} u'v'' - G_v \frac{1}{2G} v'^2 = 0.$$

Ezt felhasználva az eljárás a következő lesz:

```
> geodiff:=proc(X)
>   local M,de1,de2;
>   M:=EFG(X);
>   de1:=diff(u(t),t$2)+subs({u=u(t),v=v(t)},diff(M[1],u)/(2*M[1]))*diff(u(t),t)^2
>     +subs({u=u(t),v=v(t)},diff(M[1],v)/(M[1]))*diff(u(t),t)*diff(v(t),t)
>     - subs({u=u(t),v=v(t)},diff(M[3],u)/(2*M[1]))*diff(v(t),t)^2=0;
>
>   de2:=diff(v(t),t$2)-subs({u=u(t),v=v(t)},diff(M[1],v)/(2*M[3]))*diff(u(t),t)^2
>     +subs({u=u(t),v=v(t)},diff(M[3],u)/(M[3]))*diff(u(t),t)*diff(v(t),t)
```

```

> + subs({u=u(t),v=v(t)},diff(M[3],v)/(2*M[3]))*diff(v(t),t)^2=0;
> de1,de2;
> end:

```

Az alábbi eljárás megrajzolja a felületen a geodetikus vonalat. A paraméterek jelentései a következők: X a felület parametrikus alakja u-ban és v-ben, ukezd, uvég, vkezd, vvég a felületi paraméterek változási intervalluma, u0, v0 a geodetikus vonal kezdőpontja (1. kezdeti feltétel), Du0, Dv0 a kezdeti sebesség (2. kezdeti feltétel), T a t független változó felső határértéke, N arra utal, hogy mennyire egyenletes rajzot szeretnénk, gr = [d,e] megadja a rácsvonalak számát u, illetve v esetén, a két szög (teta és fi) pedig az ábra orientációját állítja be.

A kezdeti feltételekre megoldatjuk a differenciál egyenletrendszert numerikusan, a *spacecurve* parancssal megrajzoltatjuk a térgörbét, a *plot3d* segítségével a felületet, melyeket a *display* utasítás egy közös koordináta rendszerben ábrázol.

```

> plotgeo:=proc(X,ukezd,uvég,vkezd,vvég,u0,v0,Du0,Dv0,T,N,gr,teta,fi)
> local rendsz,megold,u1,v1,geo,plotX;
> rendsz:=geodiff(X);
> megold:=dsolve({rendsz,u(0)=u0,v(0)=v0,D(u)(0)=Du0,D(v)(0)=Dv0},{u(t),v(t)},
> type=numeric, output=listprocedure);
> u1:=subs(megold,u(t)); v1:=subs(megold,v(t));
> geo:=spacecurve(subs(u='u1'(t),v='v1'(t),X),t=0..T,
> color=black,thickness=2,numpoints=N);
> plotX:=plot3d(X,u=ukezd..uvég,v=vkezd..vvég,grid=[gr[1],gr[2]],shading=XY);
> display({geo,plotX},style=wireframe,scaling=constrained,orientation=[teta,fi]);
> end:

```

Lássunk néhány példát a geodetikus vonalak megrajzolására különböző felületeken. Minden esetben parametrikusan kell megadnunk a felületeket.

A gömb esetén leteszteltük az EFG, illetve *geoeq* eljárásokat. A továbbiakban csak megrajzoltattuk a „híres-neves” geodetikusokat.

```

> gomb:=[cos(u)*cos(v),sin(u)*cos(v),sin(v)];
> EFG(gomb);
[cos(v)^2, 0, 1]
> geoeq(gomb); (1. ábra)
diff(u(t),`$(t,2))-2/cos(v(t))*sin(v(t))*diff(u(t),t)*diff(v(t),t)=0
diff(v(t),`$(t,2))+cos(v(t))*sin(v(t))*diff(u(t),t)^2=0
> plotgeo(gomb,0,2*Pi,0,2*Pi,10,10,4,1,2,100,[20,30],100,98);

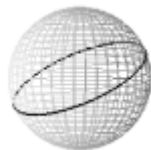
```

Az ellipszoid parametrikus alakja  $x(u, v) = (a \cdot \cos(u) \cdot \cos(v), b \cdot \sin(u) \cdot \cos(v), c \cdot \sin(v))$ .  $a \neq b \neq c \neq \sqrt{2}$ -re kaptuk a lenti ábrát (2. ábra):

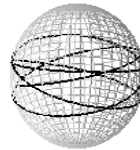
```

> ellipszoid:=[cos(u)*cos(v),sin(u)*cos(v),sqrt(2)*sin(v)];
> plotgeo(ellipszoid,0,2*Pi,0,2*Pi,0,0,4,1,5,100,[20,30],60,68);

```



1. ábra



2. ábra

A kúpon és a hengeren egyszerü „próbára tenni” a geodetikus vonalakat. Ha például tintával rajzolunk rájuk geodetikusokat, és utána meghengergetjük egy síkon, akkor a

tinta nyoma egyenes kell, hogy legyen az illeto síkon. Természetesen fordítva is működik a dolog. (Úgy meg könnyebb is a dolgunk.)

Az alábbi „kúpos” példák három különböző esetet ábrázolnak a geodetikusokra. (3. ábra)

```
> kup1:=[ u*cos(v),u*sin(v),2*u];
> kup2 :=:[ u*cos(v),u*sin(v),u];
> kup3 :=:[ u*cos(v),u*sin(v),10*u];
> plotgeo(kup1,0,3,0,2*Pi,0.1,3,2,0,1.5,50,[8,30],10,250);
> plotgeo(kup2,0,1.3,0,2*Pi,1,0,-1,1,1.2,50,[8,30],100,80);
> plotgeo(kup3,0,15,0,2*Pi,2,-1,0,1,75,50,[8,30],100,260);
```



3. ábra

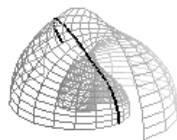
Itt megjegyezhetjük, hogy ha a két pont  $z$  koordinátája megegyezik, akkor az oket összekötő geodetikus vonal nem követi azt a körívet, amelyet úgy kapunk meg, hogy a két ponton keresztül fektetünk egy  $xy$ -nal párhuzamos síkot. (Lásd: a középső rajz.)

Egy ismeretlen felület esetén a rajzunk így néz ki: (4. ábra)

```
> felulet:=[ u*sin(u)*cos(v),u*cos(u)*cos(v),u*sin(v)];
> plotgeo(felulet,0,2*Pi,0,0,0,0,3,1.5,75,[20,30],240,68);
```

Két példa tóruszon fekvő geodetikus vonalra: (5. ábra)

```
> torusz:=[(5+cos(u))*cos(v),(5+cos(u))*sin(v),sin(u)];
> plotgeo(torusz,0,2*Pi,0,2*Pi,0,0,8,1,5,100,[20,30],0,68);
```



4. ábra



5. ábra

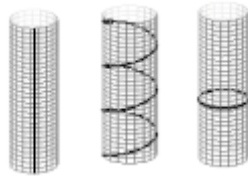
```
> plotgeo(torusz,0,2*Pi,0,2*Pi,0,0,0,1,15,75,[20,30],177,68);
```

A henger geodetikus vonalait csavarvonalaknak nevezzük, amelynek egyenlete egy  $r$  sugarú hengeren  $(r \cos(t), r \sin(t), mt)$ , ahol  $m$  az irányítéyezo. A lenti rajzok az elfajult eseteket is ábrázolják. ( $m = 0$  esetben a geodetikus vonal egy kör,  $m \neq 0$  -re pedig egy egyenes.)

A henger felületén tehát két pont között a távolságot a rajtuk átmenő csavarvonal-rész adja meg. Így például az egységnyi sugarú hengeren az  $(1,0,0)$  és  $(0,1,1)$  pontok  $\sqrt{1 + (1/2)^2}$  távolságra vannak egymástól. (Le lehet ellenőrizni.) (6. ábra)

```
> henger:=[ cos(u),sin(u),v];
> plotgeo(henger,0,2*Pi,0,2*Pi,0,0,1,2*Pi,75,[20,30],177,68);
> plotgeo(henger,0,2*Pi,0,2*Pi,0,0,0,0,1,2*Pi,75,[20,30],177,68);
```

> plotgeo2(henger,0,2\*Pi,0,2\*Pi,Pi,0.8\*Pi,Pi,0,2,75,[20,30],177,68);

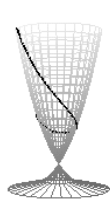


6. ábra

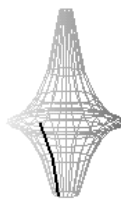
Egy forgásfelület esetén, amelyet az  $y = g(x)$  egyenletű görbe  $Ox$  tengely körüli forgatásából nyerünk, a felület egyenlete  $y^2 + z^2 = g^2(x)$ , amely a következőképpen parametrizálható:  $x(u, v) = (u, g(u) \cdot \cos(v), g(u) \cdot \sin(v))$ .

Érdekes tetszőleges forgásfelületeken is kiszámolni a geodetikusokat. Itt érvényesül Clairaut-tétele, miszerint egy geodetikusra  $r \cdot \cos(\varphi) = \text{konstans}$ , ahol  $\varphi$  a geodetikus vonal tetszőleges pontjába húzott  $r$  érintővektor és az illető pontban az  $Oz$  tengellyel párhuzamos vektor által bezárt szöveget jelöli. (7. ábra)

```
> forgastest:=[u,(u^(1/3)-1)*2*cos(v),(u^(1/3)-1)*2*sin(v)];
> plotgeo(forgastest,0,2*Pi,0,2*Pi,3,0.1,-Pi/2,-2*Pi,75,[20,30],180,10);
> pszeudo:=[cos(u)*sin(v),sin(u)*sin(v),cos(v)+ln(tan(v/2))];
> plotgeo(pszeudo,0,2*Pi,0,2*Pi,1,0.2,0.2,5,2,75,[20,30],95,102); (8 ábra)
> plotgeo(pszeudo,0,2*Pi,0,2*Pi,Pi,0.1*Pi,Pi,0,4,75,[20,30],-24,82); (9. ábra)
```



7. ábra



8. ábra



9. ábra

A vonal fogalma nagyon intuitív és elemi fogalom a mindennapi életünkben. Ennek általánosítása egyéb felületekre pedig érdekes matematikai kihívás, bár használva a geodetikus vonal differenciál egyenleteit és a Maple segítségével híva már elérhetőnek bizonyul, hogy megtudjuk hogy is viselkednek a felületek „egyenesei”.

**Egri Edit**

## Görgey Artúr a vegyész és a hadvezér



18. január 30-án született a Szepes megyei Toporcon, nemesi családban. Már középiskolás korában megkedvelte a természettudományokat, és később is ezekkel szeretett foglalkozni. Apja desapja tiszti pályára kényszerítette. Tulajdonképpen vérségi akadémiát, s tiszti szolgálatot teljesített apja mintájára. 1848-ban kilépett az egyháznak tiszti szolgálatából. Utána követve Prágába ment, ahol korábban egyik tanítványaként a kémia tanára, Redtenbacher (Justus von Liebig tanítványa) tanított a német nyelvű egyetemen.

A tanítvány-munkatárs kapcsolat mellett Görgey és Redtenbaucher között baráti viszony is kialakult. Görgey tanáránál lakott és ott ismerte meg a család francia társalkodóját, Adele Auboint, akit 1848. március 31-én feleségül is vett.

A prágai egyetemen végzett kutatómunkája során a kókuszdió olajáról kimutatta, hogy a Liebig által felfedezett zsírsavakon kívül kaprin- és laurinsavat is tartalmaz. Megoldotta a zsírsavhomológok elválasztását bárium-sóiknak alkoholban való különböző oldékonyságuk alapján. Dolgozatát a bécsi tudományos akadémia folyóirata és *Liebig Annalen* címu lap is közölte. Ezáltal neve nemzetközileg ismertté vált. Szeretett volna hazájában alkotni, képzettségének megfelelő munkahelyhez jutni. Akkoriban üresedett meg a budapesti Muegyetem kémia tanszékének vezetői helye, melyet megpályázott. Helyette Nendtvich Károlyt nevezték ki. A közben kibontakozó forradalmi események a honvédség szolgálatába állították. Rövid idő alatt kitunt szervezőképességével, hosiességével és ez gyors előrehaladását biztosította a katonai pályán. A hadászati tudományban ma is példaként említik haditetteit.

Eredményességét saját értékelése szerint a következőképpen foglalta össze:

„... Én katonai sikereimnek legnagyobb részét kémiai tanulmányaimnak, a bűvárkodás révén szerzett értelmi fegyverzettségemnek köszönöm... Kémiai tanulmányaim közben tanultam meg azt, hogy pusztán okoskodásaiban, sőt megfigyeléseiben is mily sokféleképpen csalódhatik az ember a valóság felől: de egyúttal azt is megtanultam, miféle módon lehet csalódásait sikeresen ellenőrizni, így a valóság felismeréséhez biztosan eljutni.”

A szabadságharc bukása után 17 éves száműzetését Klagenfurtban töltötte. A magyar társadalom sokáig nem tudta megérteni Görgey szerepét, döntéseit a forradalom bukásában, és árulónak bélyegezte.

Németh László *Az áruló* címu drámájában állít emléket Görgey életére e korszakának, nem osztva teljesen az áruló minősítésben. A drámában a természettudós logikájával gondolkozó Görgey a nagyobb katasztrófától akarta megmenteni nemzetét a világsi fegyverletéssel. Németh László Görgeyvel vállaltatja az áruló szerepet, akivel kimondatja, hogy ezzel hozzájárul „ a nemzetet szerencsétlenségünkkel gondolkodásra és önismeretre tanítani”

Száműzetése után Visegrádon telepedett meg, kémiával gyakorlatilag nem foglalkozott, de kora hazai jeles kémikusaival kapcsolatot tartott. Hosszú élete 1916-ban ért véget. Történeti szerepét sokáig vitatták, talán napjainkban kapta meg a józan megérdemelt értékelést.

Búcsúztatójában Tangl Károly szerint: „... ha személyes szerencséjére a tudományos pályán maradhat, később mint bűvár és egyetemi tanár egyikévé lett volna a legkiválóbb szaktudósoknak.”

### Irodalom

- 1] Szabadváry F., Szokefalvi Nagy Z.: *A kémia története Magyarországon*, Akad. K. Bp. 1972.
- 2] Kovács Gy. István – szerk.: *A magyar vegyészeti arcképcsarnok III.*, MVM, Várpalota 1992.
- 3] Németh László: *Történeti drámák*, Szépirodalmi Kk., Bp, 1963.
- 4] Sós Eszter P.: Bányai Júlia Gimnázium. Kecskemét

Máthé Eniko



Kísérlet, labor

## Kivetíthető mágnesztus modell

III. rész

### III. A ferromágnesség

#### A ferromágnesség modellezése

Tudjuk, hogy ha állandó mágnesünk közelébe egy vasdarabot helyezünk, erre vonzó hatást fog kifejteni, és még maga a vasdarab is mágnesesedik. Ezt a vasra különösen jellemző tulajdonságot – a ferromágnességet – a nikkelnél, kobaltnál, vagy ezek bizonyos ötvözeteinél is tapasztaljuk. Vajon miért mágnesesodnak a ferromágneses anyagok? Miként lehetne ezt elképzelni? Ebben segíthet a mágnesztus modell!

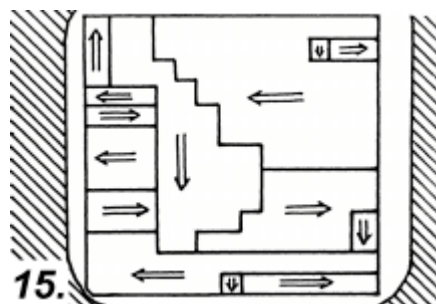
Eloszor Ampère vetette fel azt a gondolatot, hogy az anyagok mágnességét atomi szinten kell keresni. Ezért mi az anyag elemi – atomi szintű – kis mágneseit a mágnesztus kazetta egy-egy mágnesztujével modellezzük. A négyzettrácsos kazettával a vas és a nikkelt köbös, a hatszögessel pedig a kobalt hexagonális rendszerbeli kristályának síkmetszetét jelenítjük meg. (2. és 3. kép)

Az írásvetítore helyezett mágnesztus kazettától távolítsunk el minden mágneszt! Azonnal feltunhet nekünk a mágnesztuk *spontán* iránybeállása (13. és 14. kép).



Amint a 14. képen jól látható, a vas kristályában azonos irányú „elemi mágneseket” tartalmazó tartományok jöttek létre.

A felső plexi lapra könnyen megrajzolhatjuk a mágneses tartományokat – doméneket – elválasztó vonalakat (15. rajz). Ezek jelképezik a kristály egyirányba mágnesezett *Weiss-doménjeinek* határoló felületeit, a *Bloch-féle falakat*.



Ezzel kapcsolatban még megjegyezhető:

- ? A külső mágneses mező hiányában az elemi mágnesek egy doménben mindig az illető kristály egyik *könnyű mágnesezési irányába* állnak be. Látható, hogy a négyzet-hálós modellnél ezek az irányok egymásra merőlegesek, a hatszögessel egymással 120, valamint 240 fokos szöget zárnak be.
- ? Mágnesztus modellünkönél a domének kialakulását a mágnesztus egymásra hatása, tehát *mágneses kölcsönhatás* hozza létre! (Ezt, a mágnesztus közelsége miatt, a Föld gyenge mágneses mezeje nem befolyásolja.)
- ? Minden elektron kis mágnesként viselkedik, van *saját mágneses dipólusnyomatéka*. Ezért az elektronokat magába foglaló atom is rendelkezhet mágneses mezővel.

? Általában a mágneses dipólusnyomatékkal rendelkező szomszédos atomok, a mágnesekkel ellentétben, *nem képesek* egymást doménekbe rendezni. Ennek az oka a mágneses kölcsönhatás gyengesége és a homogén mindent összezavaró hatása.

Mégis, mindezek ellenére, a ferromágneses anyagoknál beáll a rendezettség! Ezt egy, a mágneses kölcsönhatásnál sokkalta erősebb *kvantummechanikai erohatás* hozza létre. Ez a ferromágneses anyag atomjai belső-telítetlen héjain található elektronok között hat.

Így megállapíthatjuk, hogy mágneses modellünk a rendező erohatás szempontjából nem valóságos!

#### *A Curie-féle hőmérséklet modellezése*

Egy állandó mágnes közelében fokozatosan melegítsünk fel egy vasdrótot a fehérizásig! Megfigyelhetjük, hogy egy bizonyos hőmérséklet felett a mágnes vasdrótra kifejtett, vonzó hatása megszűnik. Ezt a hőmérsékletet, amely fölött a vas elveszíti ferromágneses tulajdonságát, *Curie-féle pontnak* nevezzük. Nyilvánvaló, hogy a hőmérséklet növelése a termikus mozgást erősíti, ez pedig az anyag doménszekezetét szünteti meg. (Például a vas esetén  $t_{\text{Curie}}=769\text{ °C}$ .)

Miként lehetne mindezt modellezni? Hogyan tudnánk a mágneses modellnél a doménszerkezetet – a homogénhoz hasonló – valamilyen más zavaró hatással megszüntetni?

Szereljük fel az írásvetítőt a Helmholtz-féle tekercspárt és helyezzük belsejébe a mágneses kazettát! Ezután tápláljuk a tekercseket, 1-3 Hz közötti, egészen kisfrekvenciájú váltakozó árammal. Ezt az egyenáramú áramforrás és a tekercspár közé beiktatott kézi áramirányváltóval állíthatjuk elő. (Az áram  $I$  erősségét az áramforrás és a polaritásváltó között mérjük, nagyságát egy sorosan kötött csúszóérintkezős ellenállással állítjuk be.)

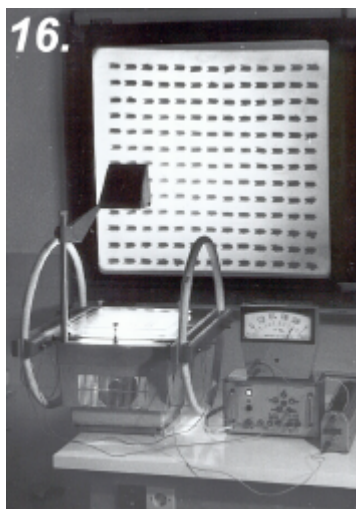
Kezdjük kisebb áramerősséggel! Ekkor a mágneses csak kismértékű „homogénizációt” végeznek, anélkül, hogy ez a „doménszerkezetet” megváltoztatná. Ez után fokozzuk az áram erősségét! Észrevesszük, hogy ennek, az egyre erősödő, szabálytalanul váltakozó mágnesező áramnak, vagyis a növekvő „hőmérsékletnek” egy bizonyos  $I_{\text{kritikus}}$  értéke fölött megszűnnek a „mágneses domének”.

Tehát sikerült a ferromágneses anyag  $T$  hőmérsékletének, egy hasonló hatást kiváltó fizikai mennyiséget, a váltakozó áram  $I$  erősségét megfeleltetni. (Ugyanis bármelyikük növelése a mágneses rendezettség felbomlásához, vagyis a ferromágnesség megszüntetéséhez vezet.)

#### *A ferromágneses anyag mágnesezésének modellezése*

Mágneses modellünket használva próbáljuk elképzelni a ferromágneses anyagok mágnesesodását! Ezért hagyjuk az előbbi kísérlet berendezését változatlanul, és tápláljuk a tekercspárt egyenárammal, ne váltogassuk állandóan az áramirányt (16. kép).

Nulláról indulva, nagyon lassan, folyamatosan, kezdjük el növelni az áram erősségét! Ezt azért, hogy a mágneses rendszer, a „ferromágneses anyag” egy külső, homogén, egyre erősödő mágneses mezőben legyen. Figyelve a mágneseteket észrevehetjük, hogy egyes pillanatokban, a külső mágnesező mező bizonyos erősségei mellett, a „domének” között *hirtelen* átalakulások, átszerveződések történnek. A mágneses mező irányába mutató domének kiterjeszkednek a más irányításuk kárára. A folyamat végén az összes mágneses domén a mágneses mező irányába fog mutatni, *egyetlen* domént alkotván, eljutva ezzel a telítettséghez (2. és 16. kép).



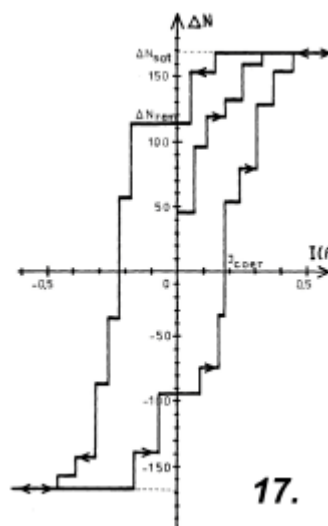
Hasonlóan, a gyenge mágnesező mezőbe helyezett ferromágneses anyagban is – az elemi mágnesek egyirányba tájolásával – egy sokkalta erősebb eredő mágneses mező jön létre, *indukálódik*. Mágneses modellünk viselkedése alapján a vas mágneseződését is valahogy így kell elképzelnünk!

#### A mágnesezési hiszterézisgörbe

Folytassuk kísérletünket! Az áramerősséget csökkentve lemágnesezzük a „ferromágneses anyagot”, majd megfordított áramiránnyal, ellentétes irányba, megint a telítettségig mágnesezzük. Így, újra megcserélve az áramirányt, az átmágnesezés tovább folytatható.

Tételezzük fel, hogy a „ferromágneses anyagban” a létrejött mágneses mező  $B$  indukciója arányos a külső mező irányába beállt, valamint a vele ellentétes irányú mágneses számának  $\Delta N$  különbségével.

Jegyezzük le minden doménfal-átrendeződésnél a mágnesező áram  $I$  erősségét, valamint a mágneses számának  $\Delta N$  értékét és ábrázoljuk a  $\Delta N \sim f(I)$  függvényt (17. rajz). Ehhez hasonló lesz a  $B \sim f(I)$  mágnesezési hiszterézisgörbe is.



Megfigyelve a megrajzolt mágnesezési hiszterézisgörbét, állíthatjuk, hogy:

- ? A  $B \sim f(I)$  mágnesezési görbe *hurok alakú*,
- ? a görbe *lépcsős* az ugrásszerű doménfal-eltolódások jelensége miatt Barkhausen hatás –,
- ? fellép a *telítettség* – szaturáció – jelensége ( $B_{sat}$ ),
- ? a mágnesező mező megszüntetése után ( $I=0$  -nál) *marad* egy bizonyos mágnesezettség – remanencia – ( $B_{rem}$ ),
- ? a ferromágneses anyag teljes lemágnesezését (a  $B=0$  elérését) csak egy *ellentétes* – koercitív – mágneses mezővel lehet kikényszeríteni ( $I_{koer}$ ).

*Megjegyzés:*

A mágnesztus modell kivetítéséhez lehetőleg muanyag-dobozos írásvetítót használjunk.

### **Irodalom**

- 1] R. P. Feynman, R. B. Leighton, M. Sands: *Mai fizika* (5. 6. 7. kötet), Muszaki Könyvkiadó, Budapest, 1970.
- 2] Apparecchi di fisica per l'insagnamento, Leybold-Heraeus S.p.A, Milano.
- 3] Bíró T., Fábíán A.: *Model magnetic*, Revista de Fizica si Chimie, 2/1983.

**Bíró Tibor**

## **KATEDRA**

### **Aktív és csoportos oktatási eljárások**

#### **IV. rész**

A Firka 2001-2002. évfolyamának 6. számában közöltünk egy sor aktív oktatási eljárást, amelyek a kritikai gondolkodás stratégiájának a keretében alkalmazhatók. A Firka 2002-2003. évfolyamának számaiban egy sor olyan további eljárást kívánunk bemutatni, amelyek az aktív és a csoportos oktatást segíthetik elő. Ezek alkalmazása révén várható, hogy a szakismeretek megszerzésén túl szakmai jártasságok, ún. kompetenciák alakíthatók ki a tanulóknál.

#### **IV. A csoportos tanulást elősegítő oktatási eljárások**

**Golyóscsapágó:** A tanulók (12-30 közötti létszámban) páronként, egymással szembe ülve foglalnak helyet a körbe elrendezett asztaloknál, golyóscsapágószereven. Ezért aztán a tanulók két köre alakul ki, egy külső és egy belső kör. A tanulóknak egy előre megadott témáról kell beszámolniuk. Ennek során mindegyikük a gyakorlat céljának megfelelően többször beszél, meghallgat és összefoglal. A tanárnak alkalmas információszövegeket kell találnia, előállítania, vagy magukkal a tanulókkal előállítatnia.

**Megvalósításmód:** A tanulók átolvassák a feladatot, és csendes munkával megírják egy dolgozatot. A külső körben elhelyezkedő tanulók a belső körbeli tanuló páraiknak számolnak be a megoldásról, példáról stb. A társuk kérdéseket tehet fel. Ezután a belső kör tanulói összefoglalják egymás között a kijelentések lényegét. A következő lépésben *körforgás* következik: a külső kör tanulói két hellyel odébb mozdulnak az óramutató járásának irányába. Ezúttal a belső körbeliek számolnak be szembe ülő társaiknak a megbeszélte megoldásaikról, a külső körben ülőkön a sor, hogy kérdéseket tegyenek fel a hallottakkal kapcsolatban. Végül a külső körben ülő tanulók is egybegyűlnek és összefoglalják a tanultak lényegét. *Az ellenőrzés* során a külsők ismét két hellyel odébb mozdulnak az óramutató járásának irányába, bemutatják új partnerüknek a hallottakat, majd a belsők mutatják be új partnerüknek a hallottakat.

**Szakértoi kongresszus:** A szakértoi (sokszínű-, vegyes-) csoportban megszerzett ismereteket a tanulók egy másik (egyszínes) csoport tagjainak származtatják át.

**Megvalósításmód:**

1. *A feladat kijelölése és munka a vegyes (egyszínű) csoportokban:* Az osztályt színes csoportokra osztjuk, feldolgozzák a feladataikat. Minden tanulónak van egy szakértői feladata és egy száma. (Pl. Piros 1, Piros 2, ..., Zöld 1, stb.)

2. *Munka a szakértői csoportokban:* A szakértők, például az azonos számmal megjelölt tagok (Pl. Piros 1, Zöld 1, Kék 1, Sárga 1, ...) ún. szakértői csoportokba gyűlnek össze, tájékoztatják egymást, és közösen megoldanak egy új szakértői feladatot.

3. *A plénum (nagy csoport) előtti bemutatás:* A szakértői csoportok bemutatják eredményeiket a plénum előtt.

4. *Kiértékelő megbeszélés plénumban.*

**Alku:** Az alku a tanulói aktivitást elősegítő módszer, amelyben a tanulók egy problematikusabb kérdésben megegyezésre jutnak önálló munkából kiindulva, a pármunkán át, az egyre nagyobb csoportokban végzett munka révén.

#### **Megvalósításmód:**

1. A tanulónak egy feladatot, kérdést, problémát stb. adunk ki.

2. Minden tanuló egy papírcédulán vagy munkalapon önállóan dolgozza ki a maga megoldását.

3. A tanulók összehasonlítják megoldásaikat a partársukkal, majd kidolgoznak egy közös megoldásváltozatot.

4. Egy tanulópár összekapcsolódik a szomszédos párral, és négyen kidolgoznak egy közös megoldást. És így tovább, egyre nagyobb csoportokban folytatódik a munka.

5. Végül, a megmaradó két csoport egy-egy képviselője ismerteti a megoldásokat.

Az eljárás lerövidíthető azáltal, hogy csak két csoportot alakítunk ki, akiknek a képviselői ismertetik a megoldásukat, majd egy közös megoldást dolgoznak ki.

**Tanári körhinta:** A tanári körhinta egy olyan módszer, amelynél a tanárt helyettesítik tanári szerepkörben. A *tanítva tanulni* elven alapul. A tanári körhintát egy adott fejezet végénél alkalmazzuk, amikor átismételjük, illetve rögzítjük az ismereteket.

**Megvalósításmód:** Minden tanuló három menetben két feladatot kell megoldjon, egyet pedig mint tanár kell levezessen. Az osztályt, mondjuk, kilenc hármass csoportra osztjuk. Nevezzük A, B és C-vel a csoportok tanulóit. Minden csoport egy-egy külön feladaton dolgozik. (A feladat száma egyezzen meg a csoport számával.)

1. *menet:* Egy adott jelre az A tanulók a következő csoporthoz mennek át. Ott felveszik a tanár szerepét, és irányítják, tanácsokat osztanak arra vonatkozóan, hogyan oldják meg saját csoportjuk a „régit” feladatát.

2. *menet:* Egy megfelelően megállapított munkaidő után a csoport B tanulói mennek át a következő csoporthoz. Ott tanítani kezdik az előbbi menetben megoldott feladatot, irányítják az új csoportot a munkában.

3. *menet:* Végül a C tanulók is ugyanezt teszik, ami által a régi csoportok ismét visszaalakulnak. A folyamatot tovább lehet folytatni.

Szükség esetén a tanár segítőleg közbeavatkozhat.

#### **Könyvészet**

- 1] Leisen, Josef (Szerk. 1999): *Methoden-Handbuch DFU*. Varus Verlag, Bonn
- 2] Wilhelm H. Peterßen: (2001. 2. Auflage) *Kleines Methoden-Lexikon*. Oldenbourg Schulverlag, München
- 3] Kovács Zoltán, Rend Erzsébet (2002, kézirat) *Aktív oktatási módszerek példatára. Fizika*. BBTE Kolozsvár
- 4] Kovács Zoltán, Nagy Borbála (2002, kézirat) *Aktív oktatási módszerek példatára. Földrajz*. BBTE Kolozsvár
- 5] Kovács Zoltán, Barbu Edit (2002, kézirat) *Aktív oktatási módszerek példatára. Biológia*. BBTE Kolozsvár



## Alfa-fizikusok versenye

2000-2001

### VII. osztály – döntő

#### 1. Hányszor nagyobb?

(2,5 pont)

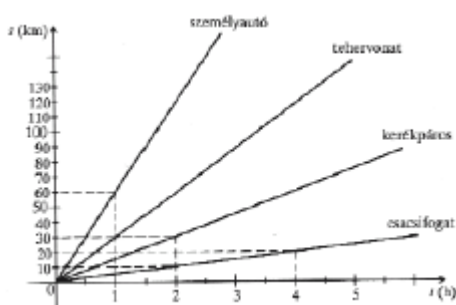
- a). 10 km ..... mint 10 m?  
 b). 500 cm ..... mint 5 dm?  
 c). 200 m ..... mint 2 dm?  
 d). 30 dm ..... mint 0,3 m?  
 e). 6000 m ..... mint 60000 cm?

#### 2. Hány méter az

(5 pont)

- a). 50 km ..... m  
 b). 380 dm ..... m  
 c). 18600 cm ..... m  
 d). 2385 dm ..... m  
 e). 10500 mm ..... m  
 f). 10 km ..... m  
 g). 318 cm ..... m  
 h). 3600 mm ..... m  
 i). 57200 dm ..... m  
 j). 0,879 km ..... m

3. Az ábra különböző járművek elmozdulás-ido grafikonját mutatja. Határozd meg a sebességüket! (4 pont)



#### 4. Fejezd ki a megadott mértékegységekben az alábbi mennyiségeket!

(5 pont)

- a). 50 kg = ..... g = ..... dkg = ..... q = ..... t;  
 b). 10,5 q = ..... kg = ..... t = ..... dkg = ..... g;  
 c). 82 dkg = ..... g = ..... kg = ..... q = ..... t;  
 d). 10,08 t = ..... q = ..... kg = ..... dkg = ..... g;  
 e). 0,08 q = ..... t = ..... dkg = ..... kg = ..... g

5. Két tanuló az iskolától 300 m-re lakik. Egyszerre indulnak haza, de az egyik gyalog 1 m/s sebességgel, a másik meg kerékpáron 16 km/h sebességgel halad. Mennyi idővel érkezik haza hamarabb a második gyerek? (5 pont)

#### 6. Végezd el az átszámításokat az alábbi mennyiségek között!

(2,5 pont)

10 óra = ..... perc  
 1/2 óra = ..... másodperc  
 180 perc = ..... óra

60 perc = ..... másodperc  
 2/3 óra = ..... perc

7. Melyik a nagyobb felület?

10000 cm<sup>2</sup>..... 10 m<sup>2</sup>  
 5 m<sup>2</sup>..... 5000 cm<sup>2</sup>  
 60 dm<sup>2</sup>..... 6 m<sup>2</sup>  
 25 dm<sup>2</sup>..... 0,025 m<sup>2</sup>  
 25 m<sup>2</sup>..... 200000 cm<sup>2</sup>

500 dm<sup>2</sup> ..... 5000 cm<sup>2</sup>  
 1000 cm<sup>2</sup>..... 10 dm<sup>2</sup>  
 150 m<sup>2</sup>..... 15000 cm<sup>2</sup>  
 180 cm<sup>2</sup>..... 1,8 dm<sup>2</sup>  
 10000 cm<sup>2</sup> ..... 1000 m<sup>2</sup>

(5 pont)

8. Hány dm<sup>3</sup> -rel több 1 m<sup>3</sup> -nél a

V<sub>1</sub> = 1648·5 dm<sup>3</sup> ;.....  
 V<sub>3</sub> = 4,8 · 10<sup>7</sup> cm<sup>3</sup> ;.....

V<sub>2</sub> = 2 · 10<sup>2</sup> m<sup>3</sup> .....  
 V<sub>4</sub> = 6,5 · 10<sup>3</sup> dm<sup>3</sup> .....

(2 pont)

9. Hány m/s a sebesség?

v<sub>1</sub> = 1050 cm/s;.....  
 v<sub>3</sub> = 72 km/h; .....  
 v<sub>5</sub> = 43,2 km/h;.....

v<sub>2</sub> = 300000 km/s .....  
 v<sub>4</sub> = 100 km/h .....  
 v<sub>6</sub> = 6000 cm/s .....

(3 pont)

10. Rendezd növekvő sorrendbe az alábbi sűrűségmennyiségeket!

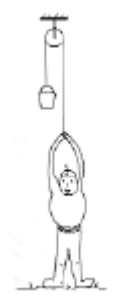
1350 kg/m<sup>3</sup> ; 4,4 kg/dm<sup>3</sup> ; 0,5 g/cm<sup>3</sup> ; 13,6 g/cm<sup>3</sup>  
 800 kg/m<sup>3</sup> ; 0,7 kg/dm<sup>3</sup> ; 9000 kg/m<sup>3</sup>

(4 pont)

11. Mennyi munkát végez az emelodaru a 3 m<sup>3</sup> térfogatú és 2700 kg/m<sup>3</sup> sűrűségű építőanyag 20 m magasra történő felemelése közben? Hogyan változna a munka, ha az építőanyagot 20 m-re csúsztatnánk, és a súrlódási erő a súly 15%-a lenne? (6 pont)

12. Egy 70 kg tömegű ember állócsigán átvett kötél segítségével 500 N súlyú terhet húz felfelé. Mekkora erővel nehezedik az ember a talajra, ha a kötél iránya függőleges? Ábrázold az erőhatásokat!

(4 pont)



13. Az emelő egyik oldalán a forgástengelytől 60 cm-re 6 kg, 35 cm-re 8 kg tömegű test van felfüggesztve. A másik oldalán a forgástengelytől 40 cm-re 2 kg tömegű test függ. Mekkora erővel lehet egyensúlyban tartani az emelőt a forgástengelytől 70 cm távolságban?

(6 pont)

14. A villanymozdony teljesítménye 2160 kW. Mekkora erővel húzza a szerelvényt, ha a vonat 72 km/h sebességgel halad? (4 pont)

15. Melyik állítást tartod a 4 közül a legpontosabbnak? (1 pont)

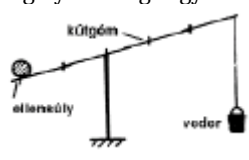
1. A kerékpáros leugrott a kerékpárról.
2. A kerékpár akadálynak ütközött, megállt.
3. A kerékpár akadálynak ütközött, megállt, a kerékpáros tehetetlensége miatt eredeti nagyságú sebességgel haladva lerepült róla.
4. A kerékpár akadálynak ütközött, a kerékpáros lerepült róla.



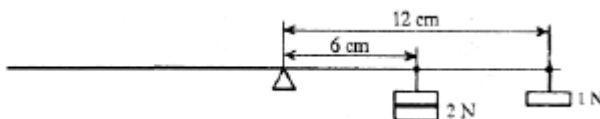
16. Egyenlo térfogatú alumínium, vas, illetve ólom golyók közül melyiknek a legnagyobb a tömege? (Számítással igazold) (4 pont)

1. Az alumíniumé.
2. A vasé.
3. Az ólomé.
4. Mindhárom golyó tömege egyenlo

17. A gémeskútnál a kútgémnek a forgástengelytől a veder felé eső része 1,5-szer akkora, mint az „ellensúly“ felé eső rész. Mekkora az ellensúlyozó „ellensúly“, ha a veder tömege 12 kg? (4 pont)



18. Hol és hány N erővel tudjuk egyensúlyozni a két terhet, ha mindkettő egyidejűleg hat az emelőre? (4 pont)



19. Mekkora a munkavégzés, ha (4 pont)

- A). a daru 3000 N súlyú gerendát 10 m magasra emel?
- B). a teljesítmény 3000 W és az időtartam 10 s?

A kérdéseket összeállította a verseny szervezője: **Balogh Deák Anikó** tanárno,  
Mikes Kelemen Líceum, Sepsiszentgyörgy

## feladatmegoldók rovata

### Kémia

**K. 390.** A csak kalcium- és magnézium-karbonátot tartalmazó mintát erőlyesen iz-  
zították. A kiizzított próba tömege az eredeti tömegének felével egyenlo. Határozzuk  
meg a karbonátokat tartalmazó minta tömegszázalékos összetételét!

**K. 391.** Zárt rendszerben kén-dioxidból kén-trioxidot állítottak elő 127°C homér-  
sékleten. A kémiai rendszer egyensúlyra vezet, amelynek összetétele: 0,15 mol/dm<sup>3</sup>  
SO<sub>2</sub>; 0,85 mol/dm<sup>3</sup> SO<sub>3</sub>; 0,1 mol/dm<sup>3</sup> O<sub>2</sub>. Számítsd ki:

- a) Mekkora volt a kiindulási gázelegyben a reagensek mennyiségének aránya ?
- b) Mekkora volt a reaktorban a gáznyomás a reakció elején és az egyensúly beálltakor?

**K. 392.** A Fe<sub>3</sub>O<sub>4</sub>-nak szén-monoxiddal való redukciója egyensúlyra vezető folyamat:  
Fe<sub>3</sub>O<sub>4</sub> + CO ? FeO + CO<sub>2</sub>

Az egyensúly állandója 600 °C homér-sékleten K<sub>p</sub>=1,15. Egy reaktorban 1 mol  
Fe<sub>3</sub>O<sub>4</sub>-ot, 2 mol CO-ot, 0,5 mol FeO-ot és 0,3 mol CO<sub>2</sub>-ot 5 atm nyomáson 600 °C  
homér-sékleten hevítene az egyensúly beálltaig. Az adott körülmények között állapít-  
sátok meg az egyensúlyi rendszer mólszázalékos összetételét!

**K. 393.** A kromit egy krómtartalmú ásvány, melynek kémiai összetétele a következő  
képlettel írható le: Fe(CrO<sub>2</sub>)<sub>2</sub>·xSiO<sub>2</sub>. Vegyelemzése során 41,82% krómot találtak benne.

Határozzátok meg az ásvány tömegszázalékos  $\text{SiO}_2$  tartalmát és a vas:krom:oxigén tömegarányt!

**K. 394.** Egy vastagfalú acélhenger cseppfolyós klórral van megtöltve, melynek sűrűsége  $1,55\text{g/cm}^3$ . Mekkora lenne a nyomás a hengerben, ha azt  $400\text{ }^\circ\text{C}$  hőmérsékletre hevíték?

**K. 395.** A foszfor-pentaklorid hidrolizisekor foszforsavat és hidrogénkloridot tartalmazó oldat képződik. Amennyiben  $10\text{g PCl}_5$ -ot oldottak  $250\text{g}$  vízben, a teljes hidrolízis után határozzátok meg az elegy tömegszázalékos összetételét! Kiszámítható-e az adatok ismeretében az oldat pH-ja? A szükséges adatokat ismertnek tekintve, számítsátok ki a fenti oldat pH-ját!

**K. 396.** Két, a homológ sorban szomszédos alkén ekvimolekuláris elegyéből  $49\text{g}$  tömegű minta  $1\text{atm}$  nyomáson és  $27\text{ }^\circ\text{C}$  hőmérsékleten  $2,461\text{dm}^3$  térfogatot foglal el. Melyik két alként tartalmazza a minta?

## Fizika

**F. 276.**  $L$  szélességű folyómederben a víz úgy áramlik, hogy sebessége a partoktól mért távolsággal arányosan növekszik. A meder közepén a víz sebessége  $v$ . Az egyik parttól, a vízhez viszonyított  $u$  sebességgel, egy motorcsónak indul el a folyó közepe felé, a partra meroleges irányba. Határozzuk meg a csónak pályáját a parthoz viszonyítva.

**F. 277.** Mekkora kell, hogy legyen a vízszintessel  $\varphi$  szöget bezáró lejtő hossza, hogy egy súrlódással lefelé csúszó jégtömb tömege felére csökkenjen a lejtő aljára érkezéskor? A súrlódási együttható  $\mu$ , a fajlagos olvadási hő  $h_0$ , a környezet hőmérséklete  $0\text{ }^\circ\text{C}$  és feltételezzük, hogy a súrlódás miatt keletkezett hő teljes egészében a jég megolvadására fordítódik.

**F. 278.** Egy homogén elektrosztatikus térben, melynek  $\vec{E}$  térerőssége vízszintes irányú  $m$  tömegű,  $q$  töltésű kicsiny testet  $v_0$  kezdősebességgel függőlegesen felfelé hajtunk. Elhanyagolva a légellenállást és a nehézségi gyorsulás magasságtól való függését, határozzuk meg a test sebességének legkisebb értékét.

**F. 279.** Egy interferenciakép kontrasztosságát a  $V = \frac{I_{\max} - I_{\min}}{I_{\max} + I_{\min}}$  aránnyal jellemezzük, melyet modulációmélységnek nevezünk. Határozzuk meg egy síkpárhuzamos lemezen megfigyelhető interferenciakép kontrasztosságát, ha a levegő-üveg határfelületen a közel merolegesen beeső fénysugár  $R=4\%$ -a verődik vissza. ( $R$  elnevezése visszaverőképesség)

**F. 280.** Melyik az a fém, amelyik röntgenspektrumában a  $K$  és  $L$  sorozatok legnagyobb hullámhosszainak megfelelő frekvenciák különbsége  $1,09 \cdot 10^{18}\text{ Hz}$ . Az árnyékolási tényezők értékei:  $\mu_K = 1$  a  $K$  és  $\mu_L = 7$  az  $L$  sorozatra.



## Informatika

**2002/2003 számítástechnika verseny – IV. forduló**

A versenyszabályzatot lásd a FIRKA 2002/2003 évi 1. számában.

IV./1. feladat (10. pont)

Adott  $n$  darab golyó egy biliárdasztalon ( $r$  sugarú körök egy  $m \times k$  méretű téglalapon, középpontjaik koordinátaival megadva). Kiválasztva közülük kettőt ( $A$  és  $B$ ), mondjuk meg, hogy üthető-e (látható-e)  $A$ -ból  $B$ ?

IV./2. feladat (15. pont)

Általánosítsuk az előző feladatot úgy, hogy a golyók nem csak direkt úton üthetik egymást, hanem a biliárdasztal széléről visszapattanva is. Valósítsuk meg grafikailag is!

IV./3. feladat (10. pont)

Adott egy tetszőleges hosszúságú bitsorozat (1-esek és 0-ák sorozata). Az egymás mellett álló azonos biteket kitörölhetjük (kettőt vagy akár több darabot is). Döntsük el, hogy a sorozat teljesen eltüntethető-e vagy sem és adjunk meg egy konkrét törlési sorrendet!

IV./4. feladat (10. pont)

Minél messzebbre kellene eljutnunk oázisunkból tevénkkel, amely egyszerre 50 liter vizet tud meginni és 100 km-enként kiizzad 10 liter vizet. Ha mind az 50 litert kiizzadja, a tevé meghal. Az oázison  $n$  darab 200 literes hordó áll rendelkezésünkre, tele vízzel, azonban egyszerre csak egy hordót tudunk magunkkal vinni (függetlenül annak telítettségi fokától). Határozzuk meg tehát, hogy a legügyesebben gazdálkodva, szállítgatva a hordókat, milyen messzire juthatunk tevénkkel az oázistól, feltételezve, hogy induláskor a tevé megitta az 50 liter vizet.

IV./5. feladat (10. pont)

Adott egy  $n$  emeletes tömbház, egyetlen lifttel, melybe  $m$  utas fér egyszerre. A lift két emelet közötti utat pontosan egységnyi idő alatt teszi meg. Az  $i$ -dik emeleten kezdetben  $e(i)$  számú utas tartózkodik,  $s$  az épületben tartózkodók közül pontosan  $d(j)$  számúan akarnak a  $j$ -edik emeletre utazni. Írjunk programot, amely a lehető legrövidebb idő alatt mindenkit a kívánt helyre lifteztet.

**Kovács Lehel**

## Megoldott feladatok

**Kémia** (Firka 2/2002-2003)

**K.384.** Az elégetett alkohol:  $C_nH_{2n+1}-OH$

$C_nH_{2n+1}-OH + 3nO_2 \rightarrow nCO_2 + (n+1)H_2O$

Legyen  $V$  az  $O_2$  felesleges térfogata. Akkor:  $156,8 = 3,22,4n + V$  (1)

Mivel az  $O_2$  felesleg az égéstermékek össz. anyagmennyiségének 10%-a:

100 mol termékelegy ..... 10 mol  $O_2$

$(2n+1+V/22,4)$  mol .....  $V/22,4$  mol  $O_2$

$V = [22,4(2n+1)]/9$  (2)

Behelyettesítve  $V$  értékét a (2)-es összefüggésből az (1)-be:

$156,8 = 3,22,4n + [22,4(2n+2)]/9$   $n=2$

Tehát az elégetett alkohol molekulaképlete  $C_2H_5-OH$

(Firka 3/2002-2003)

**K. 385.** Az előadás előtt  $300\text{m}^3$  levegőben:  $60\text{m}^3 \text{O}_2$ ,  $0,12\text{m}^3\text{CO}_2$ ,  $239,88 \text{m}^3\text{N}_2$ ,  
 előadás után  $239,88 \text{m}^3\text{N}_2$  van.  
 $0,12\text{m}^3 + 2 \cdot 25 \cdot 0,02\text{m}^3 = 1,12\text{m}^3\text{CO}_2$   
 $60 - 2 \cdot 25 \cdot 0,02 \text{m}^3\text{O}_2$   
 $300 \text{m}^3$  lev .....  $1,12 \text{m}^3 \text{CO}_2$   
 $100$  .....  $x=0,37$   
 $0,37/0,04 = 9,25$  –szorosára nőtt a légtér  $\text{CO}_2$  tartalma

$V_{\text{osztályterem}} : 6 \cdot 5 \cdot 2,5 = 75 \text{m}^3$   
 $V_{\text{CO}_2}$  óra előtt:  $75 \cdot 0,04/100 \text{m}^3 = 0,03\text{m}^3$   
 $V_{\text{CO}_2}$  óra után:  $(0,03 + 25 \cdot 20 \cdot 10^{-3}) \text{m}^3 = 0,53\text{m}^3$   
 $75 \text{m}^3$  lev .....  $0,53 \text{m}^3\text{CO}_2$   
 $100$  .....  $x = 0,7 \text{m}^3$   
 $0,7/0,03 \sim 20$

Több mint 20 szorosára nő a légtér  $\text{CO}_2$  tartalma.

A számítások alapján világossá válik, hogy miért szükséges a tanteremek órák közti szellőztetése!

**K. 386.**  $A_{\text{Fe}} = 53 \cdot 0,978 + 57 \cdot 0,022 = 56,022$

**K. 387.**  $M\text{CO}_3 ? MO + \text{CO}_2$

$0,105\text{g } M\text{CO}_3$  .....  $28 \cdot 10^{-3} \text{ l } \text{CO}_2$   
 $(M_M + 12 + 48)\text{g}$  .....  $22,4 \text{ l}$  ahonnan  $M_M = 24$

**K. 388.**  $M + 3\text{H}^+ ? M^{3+} + 3/2\text{H}_2$

$M_M$  fém .....  $2/3 \cdot 22,4 \text{ l } \text{H}_2$   
 $1,08\text{g}$  .....  $1,344$   
 $M_M = 27$  Az  $M$  fém az alumínium

**K. 389.**  $1000 \text{ ml } \text{NaOH}$  old .....  $0,1 \text{ E}$  bázis E = egyenértéknyi mennyiség  
 $24 \text{ ml}$  .....  $x = 2,4 \cdot 10^{-3} \text{ E}$  bázis

A  $\text{H}_2\text{SO}_4$  mólonként  $2\text{E}$  bázist, a  $\text{HCl}$  mólonként  $1\text{E}$  bázist fogyaszt a semlegesítés-kor:  $2,4 \cdot 10^{-3} / 3 = 8 \cdot 10^{-4} \text{ E}$  bázis,  $8 \cdot 10^{-4} \text{ mol } \text{HCl}$  és  $8 \cdot 10^{-4} \text{ mol } \text{H}_2\text{SO}_4$  volt a próbában.

**Fizika** (Firka 2/2001-2002)

**F. 253.** Mivel a rendszerre vízszintes irányban nem hatnak külső erők, a tömegközéppont helyzete változatlan kell, hogy maradjon. Jelöljük  $x_1$ -gyel a tömegközéppont távolságát a csónak A végétől, ahol az  $m_1 > m_2$  tömegű ember áll. A súlyerők eredő nyomatéka a tömegközéppontra vonatkoztatva zérus kell legyen. Így az

$$m_2 x_1 = M(l/2 - x_1) + m_2(l - x_1)$$

összefüggésből

$$x_1 ? \frac{M ? 2m_2 ? l}{M ? m_1 ? m_2 ? 2}$$

adódik.

A helycsere után legyen  $x_2$  a tömegközéppont távolsága a csónak A végétől. Ekkor az

$$m_2 x_2 ? M ? x_2 ? \frac{l ?}{2} ? m_1 ? x_2 ?$$

egyenletből

$$x_2 = \frac{M + 2m_1}{M + m_1 + m_2} \cdot \frac{l}{2}$$

értékét kapjuk. A csónak elmozdulása tehát

$$x_2 = x_1 = \frac{m_1 + m_2}{M + m_1 + m_2} \cdot \frac{l}{2}$$

**F. 254.** Válaszuk koordináta rendszerünkben az *1a. ábra* szerint. A lapszög élétől  $x$  távolságra ható  $dS = l dx$  keresztmetszetű és  $y$  magú folyadékoszlopra ható erők egyensúlya értelmében:

$$2y dx = \rho g y^2 dx$$

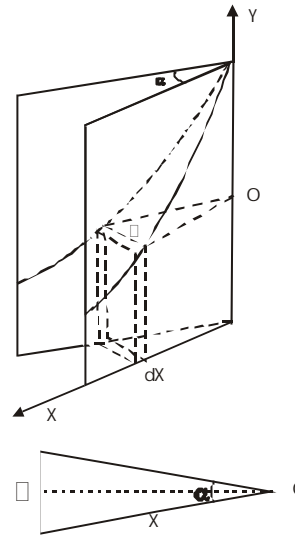
A *1b. ábra* szerint

$$\sin \frac{\alpha}{2} = \frac{l}{2x} \quad \text{ahonnan } l = 2x \sin \frac{\alpha}{2}$$

Ezt az egyensúly egyenletébe helyettesítve kapjuk:

$$xy = \frac{\rho}{2g \sin^2 \frac{\alpha}{2}}$$

amely egy hiperbola egyenlete.



**F. 255.** A gömbökre ható erők levegőben az *2a. ábra* szerint, míg petróleumban az *2b. ábra* szemlélteti. Ezek alapján írhatjuk:

$$\tan \alpha = \frac{F_e}{G} = \frac{F_e^c}{G + F_A}$$

ahol  $F_e^c$  és  $F_e^c$  az elektromos erők,  $G$  a súly és  $F_A$  a petróleumban egy gömbre ható felhajtóerő. A fenti összefüggésből következik:

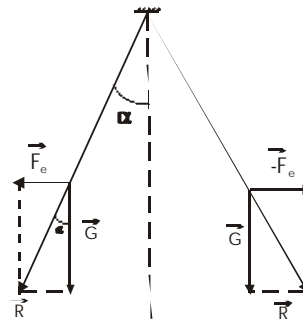
$$\frac{F_e^c}{F_e^c} = \frac{\rho_p V g}{\rho_p V g + \rho V g}, \quad \text{2b. ábra}$$

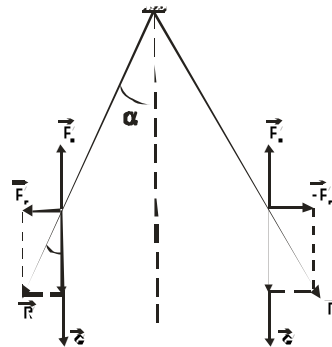
ahonnan

$$\rho_r = \frac{\rho}{\rho_p}$$

és

$$\rho_r = \frac{\rho_p}{\rho} = 1600 \text{ kg/m}^3$$





#### Jön a 4 GB-os MicroDrive

Az IBM tavaly megállapodást kötött a Hitachi-val mágneses-háttértár üzletágának fejlesztése és továbbvitele céljából. A megállapodás következtében az új MicroDrive-okat már a Hitachi fogja gyártani, de a fejlesztést a két cég közösen végezte.

Az eddigi MicroDrive-ok 170 MB, 340 MB, 512 MB és 1 GB kapacitással voltak megvásárolhatók. A CompactFlash Type-II tokozás miatt nem mindegyik CF-kártyát használó digitális fényképezőgéppel használható, csak azokkal, amelyek a vastagabb (5 mm-es) Type-II kártyák fogadására is alkalmasak.

Az új 4 GB kapacitású MicroDrive elodjéhez képest 40%-kal kisebb író-olvasó fejet kapott, a nagyobb adatsűrűség elérését a Hitachi Pixie Dust Media technológiája is elősegíti. A Pixie Dust technológia segítségével szendvics-szerűen helyezhetők el egymás felett a mágneses és nem mágneses rétegek. Az egyes mágneses rétegeket igen vékony (mindössze 3 atom vastagságú) ruténium réteg választja el egymástól.

A nagyobb adatsűrűség miatt az adatátviteli sebesség is javult, mintegy 50%-kal gyorsabbá vált az átviteli sebesség az előző modellekhez képest. Ezzel a 24-es CompactFlash kártyák sebességét is túllépi majd az új MicroDrive, így a sebesség szempontjából nincs akadálya a professzionális alkalmazásának.

Mivel a 4 GB kezeléséhez már nem elegendő a FAT16 file-rendszer, így az új 4 GB-os MicroDrive-ot csak azok az eszközök képesek teljesen kihasználni, amelyek FAT32 file-rendszer kezelésére is alkalmasak. A 4 GB-os MicroDrive előre láthatólag ez év oszén kerül a boltokba.

#### Raynox 1,54? -es telekonverter

Sok gyártó kínál gépéhez kiegészítőként telekonverter lencsét, melyek általában 1,5? -2? -esére növelik a legnagyobb fókusztávolságot. Ezek a konverterek általában elég borsos árúak, bár természetesen gyártója válogatja. 30 ezer és 90 ezer forint között találhatjuk meg ezeket a termékeket.

A Raynox kiváló minőségű (340 vonal/mm felbontású) 1,54? -es telekonverterrel rukkolt elő az év elején. A DCR-1540Pro 4 lencséből áll, melyeket két csoportba ren-

dezek a tökéletes torzításmentes kép elérése és az aberráció minimalizálása érdekében. A konvertert 52 mm-es menetre csavarhatjuk fel, a túlsó végén 67 mm-es szuromenetet alakítottak ki.

A DCR-1540Pro-t jó pár géppel használhatjuk. A teljes lista a Raynox oldalán tekinthető meg. Néhány elterjedtebb géptípus, amelyekkel használható: Canon PowerShot G2/G3, Fujifilm FinePix S602 Zoom, Minolta DiMAGE 5/7?, Nikon Coolpix 5700, Sony DSC-F707/717, Olympus C-2040Z/C-3040Z/C-4040Z/C-5050Z/C-7?0UZ/E-10/E-20.

A 240 gramm tömegű konverter január végén kerül forgalomba, Németországban 200 euróért lesz kapható.

[www.index.hu](http://www.index.hu)



## Vetélkedő

(2002-2003)

### Szövegösszerakós játék fizikából

Keress meg az alább megadott mondatok helyes sorrendjét. Legkésőbb a következő lapszámunk megjelenéséig küldd be szerkesztőségünkbe (név, osztály, iskola, lakcím, telefon, fizikatanár) az osztályodnak megfelelő szöveget, helyes logikai sorrendbe elrendezve a mondatait! (Nem elegendő csak a sorrend megjelölése.) A legtöbb pontot elért tanulók nyári táborozást nyerhetnek. Csak egyéni pályázatokat értékelünk!

4. rész

### VI. osztály

**1.** Szerkesztett is egy pulzusszám-méző ingát, az ún. *longium pulsit*. **2.** Az idő mérésére a legalkalmasabbak a periodikus jelenségek, mint amilyen az ember pulzusa vagy egy inga lengése. **3.** Az időtartamot  $t$  betűvel jelöljük. **4.** Egyéb mértékegységek: az óra, a perc. **5.** Az ember már rég megfigyelte a természetben a szabályos időközönként megismétlődő, ún. *periodikus* jelenségeket: a nappalok és éjszakák váltakozását, a Hold fázisait, az évszakok váltakozását, a természet évi újjászületését. **6.** Mértékegysége az NR-ben az 1 *másodperc* (szekundum), az 1 s. **7.** Galileo Galilei ismerte fel a középkorban, hogy az inga lengésideje csupán az inga hosszától függ.

### VII. osztály

**1.** A mozgó testek – például a fának ütköző gépkocsi – mechanikai munkát képesek végezni, azaz mozgási energiával rendelkeznek. **2.** A testek a mozgásuk során mindig a legkisebb helyzeti energia felvételére törekednek, például ezért folynak a folyók a völgyben lefelé. **3.** Annak a munkavégző eszköznek nagyobb a teljesítménye, amelyik gyorsabban végzi a munkát. **4.** Ugyanígy a magasban lévő, vagy a meghajlított rugalmas testek is, ezért nekik potenciális energiájuk van. **5.** Bizonyos esetekben – például a hínánál – a kétféle energiaforma összege állandó marad. **6.** A munkavégző eszközök hatás-

foka jobb, ha kevesebb veszteséggel dolgoznak. **7.** Amikor egy erő a tartóegyenese mentén elmozdul, mechanikai munkát végez.

### **VIII. osztály**

**1.** Összetett áramkörökben, a hálózatok ágaiban folyó áramerőségek kiszámítása a két Kirchhoff-törvény segítségével történhet. **2.** Egyezményes iránya a pozitív elektromos töltések mozgásirányával egyezik meg. **3.** Ugyanezen törvények segítenek a – soros, párhuzamos – ellenállás-csoportosulások helyettesítő ellenállás-értékének a kiszámításához. **4.** Az elektromos áram munkát képes végezni, így energiája, az áramforrásoknak, valamint a fogyasztóknak pedig elektromos teljesítményük van. **5.** Egyszerű áramkörben az elektromos áram erőssége ettől a feszültségtől, valamint a vezeték ellenállásától függ. **6.** Az elektromos áram alatt a töltéshordozók irányított mozgását értjük. **7.** Az elektromos áram kiváltó oka az áramforrás által más energiaformákból biztosított ún. elektromotoros feszültség.

### **IX. osztály**

**1.** A megmaradástörvények a fizika magyarázó elvei (alaptörvényei, axiómái). **2.** Az első alapján határozható meg például a lökhajtásos motor mozgásegyenlete. **3.** A mechanikában ilyen az impulzus-, az impulzusnyomaték-, valamint a mechanikai energia megmaradásának törvénye, de az egyetemes tömegvonzás törvénye is. **4.** Erre a legjobb példa a Maxwell-féle inga. **5.** A fizika legáltalánosabb érvényességu elve az energia megmaradásának és átalakulásának az elve. **6.** Ennek a mechanikára vonatkozó változata az, hogy konzervatív mezők esetén a rendszer teljes mechanikai energiája állandó marad. **7.** Az összes többi fizikai törvény magyarázatául szolgálnak. **8.** Ha viszont a forgó testre nem hat erónyomaték, ez érvényes a Föld esetében is, akkor állandó perdülettel fog rendelkezni.

### **X. osztály**

**1.** Vonatkozik ez a sönt- és az elvét ellenállásra, de a feszültségosztóra is. **2.** Az egyenáramú áramkörök felhasználása sokrétű, annak ellenére, hogy iparilag az előnyösebb váltakozó áramot állítjuk elő. **3.** A másik a voltméromoét, egy vele sorba kapcsolt ellenállással. **4.** A megfelelő arány biztosításához viszont a terhelést is figyelembe kell vennünk. **5.** Ha viszont egy adott feszültség törtörzsetét óhajtjuk felhasználni feszültségosztót alkalmazunk. **6.** Sok esetben a váltakozó áramot egyenirányítanunk kell. **7.** Az előbbi az amperméromo méréshatárát terjeszti ki egy vele párhuzamosan kapcsolt ellenállás révén. **8.** A legtöbb kapcsolás esetén a számítások mindkét áramváltozatra érvényesek.

### **XI. osztály**

**1.** A természetben számos periodikus jelenséggel találkozunk. **2.** Mivel a rezgés során rugalmas erő végezi a munkát, amely konzervatív erő, az oszcillátor energiája az amplitúdó négyzetével arányos. **3.** Az egyik szabályos alakú rezgés az ún. harmonikus rezgőmozgás. **4.** Ezért harmonikus rezgést a rugalmas testek végeznek, amikor perturbációnak vannak kitéve. **5.** Az oszcillátorok közötti energiacsatolás sajátos esete a rezonancia jelensége, amelynek számos fontos gyakorlati előfordulása ismert (például a beszéd, hangszerek stb.). **6.** Ilyen a Föld különböző mozgásából következő nappalok és éjszakák váltakozása, az évszakok váltakozása, de a hangszerek adott részei is periodikus mozgást, rezgéseket végeznek. **7.** Ennek során az oszcillátor gyorsulása arányos a kitéréssel. **8.** Amikor a rezgések egymásra tevődnek, az eredő rezgés amplitúdója a rezgések idő-vagy fáziseltolódásától függ.

### **XII. osztály**

**1.** A jelenség igazolt, és számos alkalmazása van. **2.** Fizikai szempontból a fény elektromágneses hullám, amelynek viszont részecske jellege is van. **3.** Ezt nevezik a hullám-részecske kettősségnek. **4.** A fény mindezek ellenére egy összetett jelenség marad, amely bizonyos esetekben hullámként, más esetekben pedig részecskéként nyilvánul meg. **5.** A fény, ez a lenyugózó jelenség nemcsak a fizikusokat foglalkoztatta minden időkben, de a filozófusokat, teológusokat, költöket egyaránt. **6.** Ezek közé tartozik az elektronmikroszkóp, vagy a szabadelektron-lézer is. **7.** Ez utóbbi tényre a múlt század elején jöttek rá a fizikusok a külső fényelektromos- és a Compton-hatás magyarázata során. **8.** Utóbb kiderült, hogy a mozgó részecskékhez is hozzá lehet rendelni egy anyaghullámot.

**A 2. rész megoldásai:** VI. osztály: 1, 7, 5, 4, 6, 3, 2, 8; VII. osztály: 4, 1, 2, 8, 7, 5, 3, 6; VIII. osztály: 2, 5, 1, 7, 3, 6, 8, 4; IX. osztály: 7, 3, 8, 2, 5, 1, 6, 4; X. osztály: 1, 8, 2, 6, 3, 7, 5, 4; XI. osztály: 3, 5, 2, 7, 1, 4, 8, 6; XII. osztály: 8, 7, 6, 5, 1, 2, 3, 4.

**Kovács Zoltán**

## Tartalomjegyzék

### Fizika

A PC – vagyis a személyi számítógép – XXI. ....	135
Kozmológia – VIII. ....	139
Kivetíthető mágnesztus modell – III. ....	160
Aktív és csoportos oktatási eljárások – IV. ....	163
Alfa-fizikusok versenye ....	165
Kituzött fizika feladatok ....	168
Megoldott fizika feladatok ....	170

### Kémia

Optikai anyagvizsgáló módszerek – II. ....	146
Kémiatörténeti évfordulók ....	150
Görgey Artúr a vegyész és a hadvezér ....	159
Kituzött kémia feladatok ....	167
Megoldott kémia feladatok ....	169

### Informatika

Rekurzió egyszerűen és érdekesen – III. ....	144
Geodetikus vonalak megszerkesztése különböző felületeken a Maple segítségével ....	153
Infóka ....	168
Híradó ....	172

### A 2001-2002 év kémiai vetélkedő kiértékelése

A verseny nyertese *Tatár Mária* (Csikszépvíz, Kós Károly Építészeti Szakközépiskola, XI. osztály irányító tanár: Lapohos Annamária), aki minden fordulóra helyes megoldásokat küldött.

Részleges megoldásokat az alábbi tanulók küldtek: *Bartha Réka, Sáfár Ágnes, Ligner András, Nagy Elemér, Ferenczi László, Réthy Tímea, Máthé Imda, Bardosi Andrea, Barabási Eniko, Ozsváth Kinga Katalin* (Marosvásárhely – Kémia Líceum, X. C. osztály, irányító tanár: Hatos Magdolna).