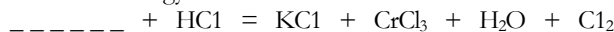


Kémia

K. 436. *A 2004-es Irinyi-verseny II. fordulójának a feladatai, melyek a Kémiai Középiskolai Lapok (KöKeL) 2004/2 számában is megjelentek, Dr. Igaz Sarolta Versenyszervező Bizottság ügyvezető elnökének szerkesztésében.*

1. 500,0 gramm kalcium-karbonátot négyszeres anyagmennyiségű levegőben, zárt térben hevítettünk. A hevítés végén a gázfázis oxigéntartalma 16,67 térfogatszázalék. Hány százaléka bomlott el a kalcium-karbonátnak, ha tudjuk, hogy a hozzáadott levegő összetétele 20,0 térfogatszázalék oxigén és 80,0 térfogatszázalék nitrogén volt?

2. Egy vegyület 26,58 tömegszázalék káliumot, 35,35 tömegszázalék krómot és 38,07 tömegszázalék oxigént tartalmaz. Mi a vegyület összegképlete? Főlegben lévő sósavból hány dm³ 25,0°C-os 0,1 MPa nyomású gáz szabadítható föl a vegyület 58,84 g-jával? Kiegészítendő reakcióegyenlet:



3. Van egy fémkeverékünk, amely cinkből, alumíniumból, és egy ismeretlen, kétvegyértékű fémből áll. Az ismeretlen fém a keveréknek 23,75 tömegszázalékát alkotja. A keverék 2,349 grammját nátrium-hidroxid-oldattal reagáltatjuk, ekkor 1,470 dm³ standard állapotú gáz fejlődött. Ha a keverék újabb 2,349 grammját hidrogén-klorid-oldattal reagáltatjuk, akkor az 1,715 dm³ standard állapotú gázt fejleszt. Hány mól cinket és alumíniumot tartalmazott a kiindulási keverék? Mi az ismeretlen fém?

4. Ha vízmentes cink-szulfátot és desztillált vizet 1:2 tömegarányban keverünk össze, akkor azt tapasztaljuk, hogy az egyensúly beállása után is változatlan marad a szilárd és folyadék fázis tömegaránya. Ha vízmentes cink-szulfátot és desztillált vizet 1:1 tömegarányban keverünk össze, akkor az egyensúly beállása után a folyadék-szilárd fázis tömegaránya 1:3. Hány mól kristályvizet tartalmaz a cink-szulfát egy mólja? $M(\text{ZnSO}_4)$: 161,4g/mol

5. Ha 14,7 dm³ standard állapotú propán-acetilén gázelegyet elégetünk, akkor 1056,6 kJ hő szabadul fel. Ha a kiindulási gázelegyből újabb, de azonos állapotú 14,7 dm³-t katalitikus hidrogénezés után égetünk el, akkor 1134,6 kJ hő szabadul fel.

a) Mi a kiindulási gázkeverék térfogatszázalékos összetétele?

b) Mekkora az acetilén (C₂H₂) képződéshője?

Képződéshők: C₃H₈(g): -105 kJ/mol C₂H₆(g): -85 kJ/mol

H₂O(f): -286 kJ/mol CO₂(g): -394 kJ/mol

6. A vasgyártás során végbemegy a következő folyamat: C(s) + CO₂(g) ↔ 2CO(g)

A folyamat hatékonyságának vizsgálatára szánt kísérletben, zárt térben 850 °C-on és 10⁵ Pa össznyomáson a szilárd szénrel egyensúlyban lévő gázelegy 90,55 tömegszázalék szén-monoxidot tartalmaz. Milyen az egyensúlyi elegy térfogatszázalékos összetétele? Hány százalékos a szén-dioxid átalakulási foka? Mekkora az egyensúlyi állandó értéke?

R = 8,314 J/molK; 0 °C 273,2 K

7. 200 gramm 10,0 tömegszázalékos réz(II)-szulfát oldatot 3,2 amperes áramerősséggel addig elektrolizálunk, míg az oldatban a kénsav és a réz(II)-szulfát tömegszázaléka megegyezik. Mennyi ideig végeztük az elektrolízist, ha 100%-os volt az áramkihasználás?

$M(\text{kénsav}): 98,0 \text{ g/mol}$ $M(\text{réz(II)-szulfát}): 159,5 \text{ g/mol}$ $F: 96500 \text{ C/mol}$

8. A difoszfor-pentaoxid névvel illetett vegyület tényleges molekulaképlete P_4O_{10} . Az anyag vízmegkötő tulajdonságú, ezért szárításra is használják. A laborban elfogyott a foszforsavoldat, így nem maradt más gyors megoldás, minthogy a difoszfor-pentaoxidből készítsenek foszforsavoldatot. Amikor a laboráns megfogta a difoszfor-pentaoxid oszlopot, akkor észrevette ugyan, hogy nem volt rendesen lezárva, de mit sem törődve vele pontosan bemérte amit kiszámolt: az $1,00 \text{ dm}^3$ 10,0 tömegszázalékos ($\rho=1,076 \text{ g/cm}^3$) foszforsav oldathoz szükséges P_4O_{10} mennyiséget.

Leellenőrizve az elkészült $1,00 \text{ dm}^3$ térfogatú oldat koncentrációját, kiderült, hogy az 9,20 tömegszázalékos ($\rho=1,071 \text{ g/cm}^3$). Hány gramm anyagot mért be a laboráns? Hány tömegszázalék vizet tartalmazott a minta? Ha egy eljárás során pontosan $20,0 \text{ cm}^3$ 10,0 tömegszázalékos foszforsav oldat szükséges, akkor ez hány cm^3 9,20 tömegszázalékos oldattal pótolható?

Fizika

F. 306. Augustin MAIOR fizikaverseny

A Babeş-Bolyai Tudományegyetem Fizika Karán minden év márciusának utolsó szombatján megrendezik az Augustin MAIOR fizikus nevét viselő fizikaversenyt. (A névadóról részletesen lásd a Fírka 2002-2003/3. 119 oldalán.)

Azok a tanulók, akik a maximális pontszám legalább 70%-át elérik, az érettségi jegyeiktől függetlenül jutnak be a kar első évére. A Kari Tanács határozata értelmében az I. II. III. díjat nyert, illetve díszretben részesült tanulók bejutási jegye 10, míg a 70%-nál nagyobb pontszámot elértékét az

$$M = \frac{n}{60} + \frac{25}{3}$$

Így 70 pont esetén a bejutási átlag 9,50.

E számban összevonta közöljük a 2004. március 27-én megtartott versenyen a XI. és XII-es tanulók számára összeállított kérdéseket, valamint a javítási kulcsot. A XI-ik osztályos tanulók az I., II., III, IV és a VI, míg a XII-esek az I., II., IV., V. és a VI. kérdésekre kellett válaszoljanak.

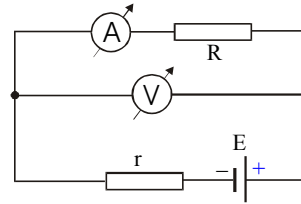
I. Egy $m=10 \text{ kg}$ tömegű test **H** magasságból szabadon esik.

A Föld felszínét $v=100 \text{ m/s}$ sebességgel éri el. Határozzuk meg:

- a **H** magasságot;
- az esés időtartamát;
- a test mozgási és helyzeti energiáját $h_1=320 \text{ m}$ magasságban;
- az esés utolsó másodpercében megtett út hosszát.

A légellenállás elhanyagolható és $g=10 \text{ m/s}^2$.

II. Az ábrán látható áramkörben a telep elektromotoros feszültsége (E) és belső ellenállása (r) ismeretlenek, az A ampermérő és V voltmérő ideálisnak tekinthetők, míg az R ellenállás változtatható értékű. Az R ellenállás különböző értékeire az áramforrás sarkain az U feszültség és az I áramerősség mért értékeit az alábbi táblázat tartalmazza:



U [V]	9	8	7	6	5
I [A]	1	2	3	4	5

- Határozzuk meg az R ellenállást az U feszültség minden értékére.
- Ábrázoljuk grafikusán az U feszültséget az I áramerősség függvényében és adjuk meg azt az egyenletet, amely meghatározza az U feszültség változását az I áramerősség függvényében.
- Az előző eredmények ismeretében javasoljon egy módszert az elektromotoros feszültség és a belső ellenállás meghatározására
- R milyen értékére kapunk maximális áramerősséget az áramkörben? Adjuk meg az áramerősség kifejezését ebben az esetben.

III. Két, egymástól nagyon távol elhelyezett és elektromos szempontból egymástól szigetelt fémgolyó sugarai $R_1=1$ cm illetve $R_2=2$ cm. Az R_1 sugarú gömböt $Q_1=333 \cdot 10^{-12}C$ töltéssel töltjük fel. Az R_2 gömbön nem található töltés ($Q_2=0$).

- Mekkora a gömbök potenciálja? (V_1 és V_2)
- Összeérintjük a két gömböt. Mekkora töltésmennyiség lesz a gömbökön az érintkezés után? (Q_1' és Q_2')
- Mekkora a gömbök V_1' és V_2' potenciálja a *b)* esetben?
- A gömböket $d=3$ m távolságra távolítjuk el. Mekkora lesz az elektrosztatikus tér E erőssége és V potenciálja, az első gömbtől $d/3$ távolságra a két gömböt összekötő szakasz mentén?

Adott: $4\pi\epsilon_0=111 \cdot 10^{-12}F/m$.

IV. Két, $V_1=10$ l illetve $V_2=20$ l térfogatú edény egy csappal ellátott elhanyagolható térfogatú csővel van összekötve. Kezdetben a csap zárva van. Az első edényben $m_1=8$ kg oxigén található ($\mu_1=32$ kg/kmól), a másodikban pedig $m_2=7$ kg nitrogén található ($\mu_2=28$ kg/kmól). Mindkét edény szobahőmérsékleten van ($t_1=27$ °C). Határozzuk meg:

- az edényekben levő gázok p_1 illetve p_2 nyomását;
- a gázok belső energiáit (U_1 és U_2).

Kinyitjuk a csövön levő csapot.

- mekkora lesz a p nyomás a két edényben szobahőmérsékleten?
- határozzuk meg a második tartályba átmenő oxigén tömegét.

Adott: $C_V=5R/2$ kétatomos gázok esetén, $R=8310$ J/kmólK

V. $\lambda=600$ nm hullámhosszúságú monokromatikus fényt kibocsátó S fényforrással megvilágítunk két egymástól $l=3$ mm-re található és egymással párhuzamos, nagyon vékony rést. Az S fényforrás a rések síkjától $d=50$ cm-re található, a résektől egyenlő távolságra. Az interferenciacsíkokat a résekkal párhuzamos és ezek síkjától $D=3$ m-re elhelyezett E ernyőn figyeljük meg. Határozzuk meg:

- a) a sávközt;
 b) a központi csíktól milyen távolságra található a hatodik fényes csík.
 c) az **S** fényforrást $h=5\text{mm}$ -rel elmozdítjuk párhuzamosan az **S₁** és **S₂** rések síkjával. Mennyivel mozdul el a központi csík?
 d) a berendezés c) pontbeli állapotában $n=1,5$ törésmutatójú síkpárhuzamos lemezt helyezünk az egyik nyaláb útjába, merőlegesen a nyalábra. Melyik nyaláb útjába kell a lemezt helyezni és mekkora kell legyen a vastagsága, hogy a központi csík eredeti helyébe kerüljön vissza?

VI.

- a) Írjuk fel a centripetális erő kifejezését, adjuk meg a használt jelölések fizikai értelmezését és az előforduló mennyiségek mértékegységét.
 b) Jelentsük ki a termodinamika első főtétele és írjuk fel kifejezését, megadva a felhasznált jelölések fizikai értelmezését és az előforduló mennyiségek mértékegységét.

A 2004. március 27-én megtartott versenyen sikeresen szereplő, magyar nyelven versenyző tanulók névsorát az alábbiakban közöljük. (A *maximális pontszám: 100 pt.*)

XI. osztály

György Tímea	Silvania Főgimnázium	Zilah	95p	dicséret
Bakos Dóra Brigitta	Silvania Főgimnázium	Zilah	92p	
Kolcza Mátvás Barna	Mikes Kelemen Líceum	Sepsiszentgyörgy	89p	
Varga Melinda	Mikes Kelemen Líceum	Sepsiszentgyörgy	89p	
Sebestyén-Pál Ágnes	Báthory István Líceum	Kolozsvár	83p	
Boda Szilárd	Silvania Főgimnázium	Zilah	81p	
Szabó István	Mikes Kelemen Líceum	Sepsiszentgyörgy	80p	
Bálint Levente	Tamási Áron Gimnázium	Székelyudvarhely	77p	
Mag Csaba	Tamási Áron Gimnázium	Székelyudvarhely	77p	
Tóth Attila	Octavian Goga Líceum	Margitta	77p	
Takács István	Németh László Líceum	Nagybánya	74p	
Rosenberg Péter	Báthory István Líceum	Kolozsvár	72p	
Finna Gábor	Kőrösi Csoma Sándor Iskolaközpont	Kovácsna	71p	
Váradai Levente	Mikes Kelemen Líceum	Sepsiszentgyörgy	71p	
Baczó Zsolt Ferenc	Silvania Főgimnázium	Zilah	70p	
Péter Róbert	Tamási Áron Gimnázium	Székelyudvarhely	70p	
Tamás Levente	Tamási Áron Gimnázium	Székelyudvarhely	70p	

XII. osztály

Papp Teodóra	Németh László Líceum	Nagybánya	80p
Máté Gábor	Báthory István Líceum	Kolozsvár	75p
Pál Ervin	Kós Károly Líceum	Székelyudvarhely	72p
Kocsis Levente Botond	Báthory István Líceum	Kolozsvár	70p
Kovács Anikó Zsuzsa	Nagy Mózes Líceum	Kézdivásárhely	70p

Megoldott feladatok

Kémia (Fírka 5/2003-2004)

K. 427. A tartályba befecskendezett CS_2 a levegő oxigénjével elég a következő egyenlet szerint: $\text{CS}_2 + 3\text{O}_2 = \text{CO}_2 + 2\text{SO}_2$, amelynek értelmében nem történik gáz részecske szám változás.

$v_{\text{CS}_2} = m/M = 19/76 = 0,25\text{mol}$ A reaktorban levő levegő oxigén tartalma:
 $v_{\text{O}_2} = 3,75 \cdot 0,75\text{mol}$, ami a reakció során elfogy, mivel $v_{\text{O}_2} = 3 \cdot v_{\text{CS}_2}$

A reakció végén a tartályban a gáznyomás nem módosul a kezdeti állapothoz viszonyítva. Étéke a $p \cdot V = \nu \cdot R \cdot T$ képlet alapján kiszámítható: $p = 91,7\text{atm}$

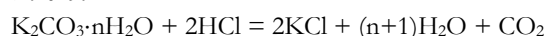
K. 428.



$$v_{\text{KClO}_3} = v_{\text{Cl}_2} / 3 = 0,672 / 22,4 \cdot 3 = 0,001\text{mol}$$

Mivel egy mólnyi KClO_3 5 mol elektront cserél a reakcióban, az egyenérték tömege a moláris tömegének 1/5-e. Tehát a KClO_3 oldat töménysége: 10^{-2}mol/L , illetve $5 \cdot 10^{-2}\text{N}$ (ekiv./L)

K. 429.



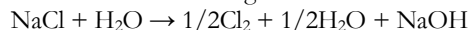
$$v_{\text{HCl}} = 20,4 \cdot 0,1 / 1000 = 2,04 \cdot 10^{-3}\text{mol} \quad v_{\text{K}_2\text{CO}_3 \cdot n\text{H}_2\text{O}} = v_{\text{HCl}} / 2 = 1,02 \cdot 10^{-3}\text{mol}$$

$$M_{\text{K}_2\text{CO}_3 \cdot n\text{H}_2\text{O}} = 138 + n \cdot 18$$

$0,15 = (138 + n \cdot 18) \cdot 1,02 \cdot 10^{-3}$, ahonnan $n = 1/2$. Tehát a kristályos vegyület képlete: $\text{K}_2\text{CO}_3 \cdot 1/2\text{H}_2\text{O}$ %-os víztartalma: $147 \cdot 9 / 100 = 6,12\%$

K. 431.

Az elektrolízis során végbement kémiai változás:



Az 500cm^3 (0,5L) klór képződéséhez szükséges töltésmennyiség:

$$0,5\text{L Cl}_2 \dots\dots\dots Q_h$$

$$1/2 \cdot 22,4\text{L} \dots\dots\dots 96500\text{C} \quad Q_h = 4308,04\text{C}, \text{ mivel ez a felhasznált}$$

töltésmennyiségnek csak a 84%-a, a szükséges mennyiség $Q = 4308,04 \cdot 100 / 84 = 5128,62\text{C}$

$$Q = I \cdot t \quad t = 5128,62 / 5 = 1025,72\text{s} = 17,1\text{min.}$$

K. 432.

$$V_{\text{edény}} = 5\text{L} \quad V_{\text{old.}} = 1\text{L} \quad C_{\text{old.}} = 0,1\text{M KMnO}_4 \quad C_{\text{H}_2\text{O}_2 \text{ old.}} = 30\%$$

A kémiai reakció során keletkező oxigén mennyisége a reakcióegyenlet alapján számítható ki: $5\text{H}_2\text{O}_2 + 2\text{KMnO}_4 + 3\text{H}_2\text{SO}_4 \rightarrow 5\text{O}_2 + \text{K}_2\text{SO}_4 + 2\text{MnSO}_4 + 8\text{H}_2\text{O}$

$$2\text{mol KMnO}_4 \dots\dots\dots 5\text{mol O}_2$$

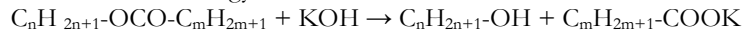
$$0,1\text{mol} \dots\dots\dots x = 0,25\text{mol}$$

Feltételezhető, hogy a reakcióhoz szükséges oxigénes víz és kénsav térfogata ($< 30\text{cm}^3$) elhanyagolható az edényben eredetileg található oldat térfogata mellett, akkor az edény légterében (4L) az eredeti mennyiségű levegőben levő O_2 és a képződött mennyiség fogja meghatározni az O_2 parciális nyomását (p_{O_2})

Az edényben eredetileg $4 \cdot 20 / 100 = 0,8\text{L O}_2$ volt, ami, ha a hőmérsékletet standard értékűnek tekintjük, $0,8 / 24,5 = 0,032\text{mol}$. A reakció után $0,282\text{mol O}_2$ van a tartályban, akkor $p_{\text{O}_2} = 0,282 / 4 \cdot RT = 1,73\text{atm}$.

K. 433.

A hidrolízis reakcióegyenlete:



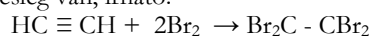
A hidrolízis során 1mol észter 1mol KOH-val reagál, 1mol KOH 1mol HCl-dal semlegesíthető, tehát a reakcióra fogyott KOH mennyiség $(25 - 15,2) / 1000 \text{mol} = 9,8 \cdot 10^{-3}$

3 mol , akkor a $9,8 \cdot 10^{-3} \text{ mol}$ észter tömege 1 g , tehát a moláris tömege $1000/9,8 = 102 \text{ g/mol}$. Mivel a COO csoport moláris tömege 44 g/mol , a két szénhidrogéncsoport tömege 58 g mólonként. Jelöljük az $n + m$ összeget x -el, akkor $\text{C}_x\text{H}_{2x+2}$ tömege $14x + 2 = 58$, ahonnan $x = 4$. Az észter molekulaképlete így $\text{C}_5\text{H}_{10}\text{O}_2$. A képletnek megfelelő izomer molekulák szerkezetét az alábbi táblázatba foglaltuk:

x	y	szerkezet
0	4	$\text{HCOO-CH}_2\text{-CH}_2\text{-CH}_2\text{-CH}_3$ + 2 láncizomerje
1	3	$\text{CH}_3\text{-COO-CH}_2\text{-CH}_2\text{-CH}_3$ + 1 láncizomerje
2	2	$\text{CH}_3\text{-CH}_2\text{-COO-CH}_2\text{-CH}_3$
3	1	$\text{CH}_3\text{-CH}_2\text{-CH}_2\text{-COO-CH}_3$ + 1 láncizomerje

K. 434.

A reakció körülményei között csak az acetilén reagál a brómmal. Mivel bróm felesleg van, írható:



$$1 \text{ mol } \text{C}_2\text{H}_2 \dots 2 \cdot 160 \text{ g Br}_2$$

$$x \dots \dots \dots 7,4 \text{ g} \quad x = 2,31 \cdot 10^{-3} \text{ mol}$$

$$25 \text{ cm}^3 \text{ old.} \dots 2,31 \cdot 10^{-3} \text{ mol } \text{C}_2\text{H}_2$$

$$1000 \text{ cm}^3 \dots \dots \dots x = 0,925 \text{ mol/L}$$

Fizika (A 249. oldalon közölt A.M: verseny feladatainak megoldásai)

I.

a) $v^2 = 2gH$ 3p

$$H = \frac{v^2}{2g} = \frac{100^2}{2 \cdot 10} = 500 \text{ m} \quad 2p$$

b) $t_c = \frac{v}{g} = \frac{100}{10} = 10 \text{ s}$ 5p

c) $E_p = mgh_1 = 10 \cdot 10 \cdot 320 = 32000 \text{ J}$ 2p

$$E_c = mgH - E_p = mg(H - h_1) = 10 \cdot 10 \cdot 180 = 18000 \text{ J} \quad 3p$$

d) $H - h_2 = \frac{g(t_c - t_2)^2}{2}$ 3p

$$500 - h_2 = \frac{10(10 - 1)^2}{2} \quad 1p$$

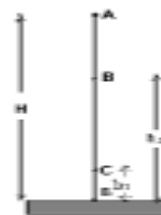
$$h_2 = 95 \text{ m} \quad 1p$$

ÖSSZESEN 20p

II.

a) 5p

U [V]	9	8	7	6	5
I [A]	1	2	3	4	5
R [Ω]	9	4	7/3	1,5	1



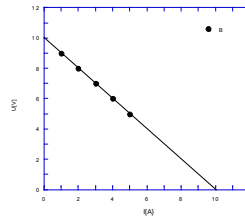
b) $U(I) = E - I r$

2p

Grafikon

3p

Összesen 5p



c) I. változat

$I = 0 - r a \quad U = E$

2p

Az ordináta értéke az origóban pontosan E.

1p

$E = 10 \text{ V}$

0,5p

Az egyenes meredeksége pontosan r; $\text{tg} \alpha = r = \frac{\Delta U}{\Delta I}$

1p

$r = 1 \Omega$.

0,5p

Összesen 5p

II. változat:

$U = E - I r$

1p

U és I két tetszőleges értékére megoldva az :

$$\begin{cases} U_1 = E - I_1 \cdot r \\ U_2 = E - I_2 \cdot r \end{cases}$$

3p

$9 = E - 1r \quad E = 10 \text{ V}$

0,5p

$8 = E - 2r \quad r = 1 \Omega$

0,5p

összesen 5p

d) $I = \frac{E}{+R}$

1p

$I = I_{\max} \quad R = 0 - r a$.

2p

$I_{\max.} = \frac{E}{\quad}$

2p

összesen 5p

ÖSSZESEN 20p

III.

a) $V = Q / (4\pi\epsilon_0 R)$

$V_1 = 300 \text{ V} \quad V_2 = 0 \text{ V}$

5p

b) $V_1' = V_2' \quad Q_1' / R_1 = Q_2' / R_2$

$Q_1 + Q_2 = Q_1' + Q_2' \quad Q_1 = Q_1' + Q_2'$

3p

$Q_1' = Q_1 R_1 / (R_1 + R_2); \quad Q_1' = Q_1 / 3; \quad Q_2' = Q_1 R_2 / (R_1 + R_2); \quad Q_2' = 2Q_1 / 3;$

$Q_1' = 1,11 \cdot 10^{-10} \text{ C} \quad Q_2' = 2,22 \cdot 10^{-10} \text{ C}$

2p

c) $V_1' = V_2' = Q_1' / (4\pi\epsilon_0 R_1) = Q_2' / (4\pi\epsilon_0 R_2)$

$V_1' = V_2' = 100 \text{ V}$

5p

d) $\vec{E}_A = \vec{E}_{1A} + \vec{E}_{2A}$

$E_A = |E_{1A} - E_{2A}| = Q_1' / (4\pi\epsilon_0 d^2 / 9) - Q_2' / (4\pi\epsilon_0 4d^2 / 9)$

$E_A = 0,5 \text{ V/m}$

3p

$V_A = V_{1A} + V_{2A} = Q_1' / (4\pi\epsilon_0 d / 3) + Q_2' / (4\pi\epsilon_0 2d / 3)$

$V_A = 2 \text{ V}$

2p

ÖSSZESEN 20p

IV

$$pV = (m/\mu)RT \quad 1p$$

$$p_1 = (m_1/\mu_1)RT/V_1 \quad p_1 = 623,5 \cdot 10^5 \text{ N/m}^2 \quad 2p$$

$$p_2 = (m_2/\mu_2)RT/V_2 \quad p_2 = 321,625 \cdot 10^5 \text{ N/m}^2 \quad 2p$$

$$U = \nu C_v T \quad 3p$$

$$U_1 = \nu_1 C_v T = (m_1/\mu_1) C_v T \quad U_1 = 1,56 \cdot 10^6 \text{ J} \quad 1p$$

$$U_2 = \nu_2 C_v T = (m_2/\mu_2) C_v T \quad U_2 = 1,56 \cdot 10^6 \text{ J} \quad 1p$$

$$\nu = \nu_1 + \nu_2 = m_1/\mu_1 + m_2/\mu_2 \quad 2p$$

$$p(V_1 + V_2) = (m_1/\mu_1 + m_2/\mu_2)RT \quad 1p$$

$$p = (m_1/\mu_1 + m_2/\mu_2)RT/(V_1 + V_2) \quad p = 415,5 \cdot 10^5 \text{ N/m}^2 \quad 2p$$

az oxigén parciális nyomása a két tartályban:

$$p_1' = (m_1/\mu_1)RT/(V_1 + V_2) \quad 2p$$

a második tartályban pedig: $p_1' = (m_1'/\mu_1)RT/V_2$ 2p

$$\text{ezért: } m_1' = m_1 V_2 / (V_1 + V_2) \quad m_1' = 5,33 \text{ kg} \quad 1p$$

ÖSSZESEN 20p

V

a) $i = \frac{\lambda \cdot D}{l}$ a számítások elvégzésével $i = 0,6 \text{ mm}$ 5p

b) $y_k = \frac{k \cdot \lambda \cdot D}{l}$ a k-ik maximum helyzete az ernyőn $k = 6$ így $y_k = 3,6 \text{ mm}$ 5p

c) Az interferáló nyalábok közötti teljes útkülönbség: $\delta = \delta' - \delta''$

A központi fényes sávnak $\delta = 0$ felel meg. Tehát $\delta' = -\delta''$ 1p

A $\frac{h}{d} = \frac{\delta'}{l}$ és $\frac{y}{D} = \frac{\delta''}{l}$ arányok felhasználásával, 2p

Figyelembe véve, hogy a központi fényes sáv y_c távolságra van a szimmetria tengelytől, tehát $\frac{y_c}{D} = -\frac{h}{d}$ $y_c = -\frac{h}{d} \cdot D$, kapjuk $y_c = -3 \text{ cm}$. 1p

A központi fényes sáv a fényforrás elmozdításával ellentétes irányba mozdul el. 1p

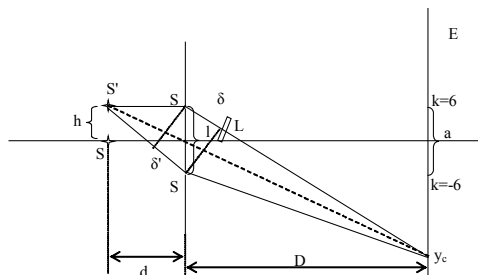
d) A központi sáv eredeti helyzetébe hozásához ($y = 0$), a síkpárhuzamos lemezeknek kompenzálnia kell az S fényforrás elmozdítása okozta optikai útkülönbséget, tehát a rajz szerinti felső nyaláb útjában kell elhelyezni. 1p

$$\delta = \delta' - \delta_1 = 0 \quad \text{ekkor } y = 0 \quad 1p$$

$$\delta_1 = \delta'' + e(n-1) = 0 \quad 1p$$

tehát: $e(n-1) = \delta' = \frac{h \cdot l}{d}$; $e = \frac{h \cdot l}{(n-1) \cdot d}$; $e = 0,06 \text{ mm}$ 2p

ÖSSZESEN 20p



VI.

- a) Képlet, mennyiségek megnevezése és mértékegysége 5p
 b) Kijelentés, matematikai alak, mennyiségek megnevezése és mértékegysége 5p

Informatika



2002/2003. számítástechnika verseny megoldásai

A versenyszabályzatot lásd a FIRKA 2002/2003. évi 1. számában.

III. forduló (FIRKA 2002/2003 3. szám)

III./1. feladat (10. pont) Prímszámok keresése

Lásd a FIRKA 2003/2004 5-ös számában a *A prímszámok előállítására* című cikket.

III./2. feladat (15. pont) Számok felírása

Feltételezzük, hogy a III./1.-es feladat kapcsán a prímszámokat előállítottuk és elmentettük egy „prim.txt” nevű állományba.

```

program primek1;
uses crt;
var
  primek: array[1..1000] of word;
  f: text;
  i, j, k, n: integer;
begin
  clrscr;
  assign(f, 'prim.txt');
  reset(f);
  i := 1;
  while (not eof(f)) and (i <= 1000) do
  begin
    readln(f, primek[i]);
    inc(i);
  end;
  close(f);
  write('n: '); readln(n);
  for i := 1 to n do
  begin
    write(i, ': ');
    for j := 1 to 100 do
    for k := 1 to 100 do
      if (((primek[j]+1) div (primek[k]+1)) = i) and
        (((primek[j]+1) mod (primek[k]+1)) = 0) then
        write(primek[j], ' ', primek[k], '. ');
  end;
end;

```

```

        writeln;
    end;
    readln;
end.

```

III./3. feladat (15. pont) Számok felírása

Gondolatmenete hasonló, kiolvassuk a prímszámokat, legeneráljuk a négyzetszámokat, majd egy mohó algoritmus segítségével rendezzük őket.

III./4. feladat (5. pont) Barátságos számok

```

program Barats;

function OsztOssz(n: word): word;
var
    i, s: word;
begin
    s := 0;
    for i := 1 to n-1 do
        if (n mod i) = 0 then inc(s, i);
    OsztOssz := s;
end;

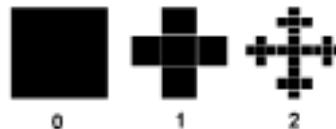
var
    n, m, i, j: word;
begin
    write('n: '); readln(n);
    write('m: '); readln(m);
    for i := n to m do
        for j := i to m do
            if (i <> j) and (i = OsztOssz(j)) and (j = OsztOssz(i)) then
                writeln(i, ' es ', j, ' baratsagos szamok!');
        readln;
    end.

```

III./5. feladat (10. pont) Fraktál.2.

A fraktált a következőképpen rajzoljuk ki:

- 0-dik iterációra kirajzoljuk a síkot.
- 1-iterációra a síkot háromszor-hármas négyzetrácsra osztjuk és csak a középsőket rajzoljuk ki.
- A rekurzió következő lépéseiben minden négyzetrácsot további háromszor-hármas négyzetrácsra osztjuk és csak a középsőket rajzoljuk ki.



IV. forduló FIRKA 2002/2003 4. szám

IV./1. feladat (10. pont) Biliárd.1. és IV./2. feladat (15. pont) Biliárd.2.

A biliárdasztalt és a golyókat objektumorientáltan programozzuk. Deklarálunk egy `TAsztal` osztályt, amely tartalmazza a biliárdasztal méreteit, és egy `TGolyo` osztályt, amely a golyók adatait tartalmazza. Ha grafikusán is meg akarjuk jelentetni, akkor a két osztály tartalmaz egy `Rajzol` nevű eljárást is. A golyókra az x, y középpont-koordináták és az r sugár jellemző. A koordináták megadásánál vigyázzunk, hogy a golyók az asztalon legyenek és ne fedjék egymást!

Az üthetőséget egy külön függvény segítségével vizsgáljuk meg: kiindulunk az egyik golyó középpontjából és egyenest húzunk a másik golyó középpontjáig. Erre az $y = m(x - x_0) + y_0$ analitikus mértanból tanult képletet alkalmazzuk, ahol m az egyenes irányítányezője: $m = \frac{y - y_0}{x - x_0}$. Az egyenes minden pontjára ellenőrizzük, hogy az adott

pont benne van-e valamilyen más golyó belsejében. Ha benne van, akkor az első golyó nem tudja ütni a másodikat.

Hasonlóan járunk el akkor is, amikor a golyó visszapattanhat az asztal pereméről. Ekkor azt a fizikából ismert törvényt alkalmazzuk, hogy a beesési szög egyenlő a visszapattanási szöggel.

IV./3. feladat (10. pont) Bitsorozat

Elemezzük a feladatot és próbáljunk megoldási módszert kidolgozni. Az első megjegyzés: egy hosszabb egynemű (csak 0-ás vagy csak 1-es) részsorozatot nincs értelme több lépésben „megenni”, mert az egyedülálló elem csak ront a helyzeten. Ezért próbáljuk átkódolni a sorozatot. Az egymás mellett álló 1-esek helyére írunk E -t, a szomszédos 0-sok helyére pedig Z -t. Például a 10001011110 sorozatból 1Z10E0 lesz. Egy E két oldalán vagy 0 , vagy Z lesz. Ha az átkódolt sorozat hossza páratlan:

- [1.] Ha 1, csak akkor fog el teljesen, ha az elem E vagy Z .
- [2.] Ha a sorozat közepén E vagy Z van, a középső elem törlésével a sorozat eltüntethető.
- [3.] Ha a sorozat közepén nem E vagy Z van, a feladat csak akkor oldható meg, ha a középére valamilyen módon E -t vagy Z -t tudunk behozni.

Ha az átkódolt sorozat hossza páros: megpróbáljuk minden lehetséges módon két páratlan hosszúságú sorozatra szétvágni, és az előbb tárgyalt módon megvizsgáljuk a törölhetőséget. A teljes páros sorozat akkor törölhető, ha van olyan páratlan hosszakra történő felbontása, amelyek külön-külön eltüntethetők.

IV./4. feladat (10. pont) Sivatag

A teljes vízmennyiséget fel kell, hogy használjuk, ha legtávolabb akarunk eljutni, vagyis az összes hordót ki kell üríteni. Az összes hordó előre viteléhez folyton oda-vissza kell szaladgálnunk. Kiválasztunk egy akkora távolságot, amelyen egyszeri itatással átvihetjük a hordóinkat. N hordó esetén $2 \times N - 1$ -szer kell megtenni ezt az utat. A távolság így $500 / (2 \times N - 1)$ lesz. Itt itatunk, majd ismétéljük az eljárást. Ha valamelyik hordó kiürült, azt már nem cipeljük tovább. Ha csak egy hordónk marad, még 2500 km-t tudunk menni.

IV./5. feladat (10. pont) Lift

A feladat visszavezethető arra az ötletre, amelyre a külső rendezések épülnek. Knuth *A számítógép-programozás művészete* című könyvében (III. kötet – rendezések) foglalkozik részletesen a témával. Külső rendezést akkor használunk, mikor a rendezendő rekordok száma túl nagy és ezek nem férnek be a belső memóriába. Itt az *egyszalagos rendezést* használjuk. Ekkor egy soros hozzáférésű háttértár áll rendelkezésünkre. A liftes esetben az emberek lesznek a rekordok, az épület az emeletekkel a szalag, a lift pedig a belső memória. Erre alkalmazzuk a Knuth által leírt algoritmust.

V. forduló FIRKA 2002/2003 5. szám

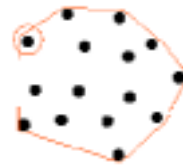
V./1. feladat (10. pont) Sokszögek

A biliárdos feladathoz hasonlóan elindulunk a vonalak mentén és figyeljük, hogy egyenesünk metsz-e más egyenest.

V./2. feladat (10. pont) Konvex burkoló

Először meghatározzuk a kiindulási pontot. Ennek vehetjük például a bal felső sarokban lévő pontot. A konvex burkoló előállítására a szögeket használjuk fel. Kiindulva a választott kezdőpontból, járjuk körbe a konvex burkoló pontjait jobbra felfelé indulva az óramutató járásával azonos irányban.

Így minden következő szakasz egyre kevésbé meredek lesz, aztán lejtősebb, később már fejjel lefelé megyünk, végül visszakanyarodunk és elérünk a kiindulási pontba. Vagyis egy burkolópontból a következőt úgy kapjuk meg, hogy mindig a legnagyobb szöget adó szakaszt választjuk. A szög kiszámítható a koordinátákból például az $\arcsin()$ függvény segítségével. Az irányváltással kapcsolatos probléma kiküszöbölhető, ha előre megkeressük a jobb alsó pontot is, és a burkolót két részből rakjuk össze.



V./3. feladat (10. pont) Könyvtár

Nagyság szerint csökkenő sorrendbe rendezzük az állományokat, majd azokat egymás után felmásoljuk az első olyan lemezre, amelyikre ráférnek. Egy gyors rendezőalgorithmus megnöveli a program futási sebességét. Optimalizálhatunk, ha egy visszalépéses kereséssel (backtrack) kiegészítjük a fenti alapeljárást.

V./4. feladat (15. pont) Buli

A feladat megoldására a gráfelméletben tanultakat fogjuk felhasználni. Feladatunkban páros gráffal van dolgunk, pontjai két olyan csoportra oszthatók (fiúkra és lányokra), melyeken belül nincs él (kapcsolat), tehát él csak különböző halmazba tartozó pontokat köthet össze. Független éleket keresünk, vagyis olyanokat, amelyeknek nincsen közös pontjuk.

A feladat megoldása az úgynevezett *magyar módszer* segítségével történik.

A gráfot az adjacencia-mátrix vagy szomszédossági mátrix segítségével ábrázoljuk.

V./5. feladat (15. pont) Számok előállítása

A megvalósításra egy rekurzív algoritmust alkalmazunk.

```
program Eloallit;
uses crt;

const
  k = 5;
  szam = 25;

var
  sz: integer;
  osszeg: array [1..k] of integer;

procedure Elo(hely, k, dbl, sz1: integer);
var i: integer;
begin
  inc(hely);
  if dbl = 1 then
    begin
      osszeg[hely] := sz1;
      inc(sz);
    end
  end;
```

```
        for i := 1 to k-1 do write(osszeg[i], ' + ');
        writeln(osszeg[k]);
    end
else
for i := k to (sz1 div db1) do
begin
    osszeg[hely] := i;
    Elo(hely, i, db1-1, sz1-i);
end;
end;

begin
sz := 0;
Elo(0, 1, k, szam);
writeln('Az eloallitas ', sz, ' esetben lehetséges!');
end.
```

Kovács Lehel