10. Végezd el a kijelölt mértékegység átváltásokat! *(4 pont)*

10^5Pa = ... MPa
60000 N/m^2 = ... kPa
1,6 kPa = ... Pa
160 kPa = ... N/m^2

11. Végezd el a mértékegység átalakításokat: *(4 pont)*

5 J = ... Ws = ... kJ;
0Wh = ... Ws = ... J;
0,5 kWh = ... J = ... Ws
1200 J = ... Ws = ... kJ

12. Helyezzünk 0,8 m hosszú és 0,2 m magas lejtőre 20 N súlyú téglatestet! Mekkora erő hat a testre a lejtővel párhuzamosan, s mekkora erővel terheli a test a lejtőt a felületére merőlegesen? Készíts ábrát! *(3 pont)*

A kérdéseket összeállította a verseny szervezője: *Balogh Deák Anikó* tanárnő,
Mikes Kelemen Líceum, Sepsiszentgyörgy

feladatmegoldók rovata

Kémia

K. 444. Ez a feladat kétféle atomból felépülő vegyületekről szól. (A feladatban szereplő X és Y a vegyjelet helyettesíti)

Írj a megadott szempontoknak megfelelő képletet! (Mindenütt egy-egy példát írj!)

a. 6 ·10^{23} molekulája 1mol X és 1mol Y atomra bontható szét:
b. 0,5mol molekulája összesen 9 ·10^{23} atomra bontható szét:
c. 0,5mol vegyület 3 ·10^{23} kationból és 6 ·10^{23}anionból áll:
d. 1mol molekulája 6 ·10^{23} X_2 és 3 ·10^{23} Y_2 molekulából képződik:
e. 3 ·10^{23}molekulája 0,5mol X atomból és 6 ·10^{23} Y_2 molekulából képződik:
f. 2mol vegyület 24 ·10^{23} kationt és 2 mol anoint tartalmaz:
g. 1/5 mol vegyület 2,4 ·10^{23} fématomból és 1,8 ·10^{23} oxigénmolekulából képződik:

K.445. A lítium-jodid (LiI) ionvegyület, amelyből 20^{o}C-on

- 100g-ot 500g vízben oldva az összes szilárd anyag feloldódik,
- 100g-ot 50g vízbe szórva végül 17,5g feloldatlanul marad.

A fenti adatok ismeretében válaszolj a következő kérdésekre!

a. Határozd meg 20^{o}C-on a lítium-jodid oldhatóságát 100g vízre vonatkoztatva!
b. Határozd meg a 20^{o}C-on telített oldat tömegszázalékos összetételét!
c. A feladat elején említett két oldat közül melyik tartalmaz több iont? Indokold!
d. A feladat elején említett két oldat közül melyiknek az 1grammja tartalmaz több iont ?
e. Pontosan hány iont tartalmaz a telített oldat 1grammja ?

A K.444 és 445. a Hevesy György országos iskolai kémiaversenyen
a VII. osztályosok számára a döntőn adott feladat

K. 446. A Hevesy György országos iskolai kémiaversenyen a VIII. osztályosok számára 2004-ben a döntőn adott feladat.

Ha 100g vízbe 28,1g Na_2CO_3 –ot teszünk, akkor annak egy része 20°C-on feloldódik. Az oldódás során a szilárd kristályba vízmolekulák lépnek, és $Na_2CO_3 \cdot 10\ H_2O$ összetételű szilárd anyag lesz végül a főzőpohárban a telített oldat alatt. A folyamat végén a folyadék és a szilárd anyag tömege ugyanannyi, mint kiinduláskor volt. Számítsd ki,

- hány gram Na_2CO_3 –ot old 20°C-on 100g víz,
- hány tömegszázalékos a telített nátrium-karbonát oldat,
- hány darab nátriumiont tartalmaz a telített oldat!

K.447. Bizonyos mennyiségű alkánt elégetve 6,14g CO_2 és 2,92g víz keletkezett. Írd fel az alkán molekulaképletét, s állapítsd meg, hogy mekkora tömegű vegyületet égettek el belőle?

Fizika

F. 311. α szögű lejtőre *h* magasságból egy golyót ejtünk. határozzuk mag az ütközési pontokat elválasztó távolságok arányait, ha az ütközések tökéletesen rugalmasak.

F. 312. Egy síkkondenzátor dielektrikumának relatív permittivitása $\varepsilon_r = \alpha U$ törvény szerint függ a feszültségtől, ahol $\alpha = 0{,}1\ V^{-1}$. Ezzel a kondenzátorral párhuzamosan kötünk egy $U_0 = 60\ V$ feszültségre töltött másik kondenzátort. Mekkora lesz a kondenzátorok feszültsége?

F. 313. *R* sugarú, *c* fajhőjű, ρ_1 sűrűségű és t_1 hőmérsékletű vasgolyót ρ_2 sűrűségű, λ fajlagos olvadáshőjű, $t_2 = 0^\circ C$ hőmérsékletű jégtömb felületére helyezünk. Eltekintve a hővezetéstől és feltételezve, hogy az olvadás következtében keletkezett víz felmelegedése elhanyagolható, határozzuk meg, mennyire süllyed a jégbe a golyó középpontja.

F. 314. Vékony gyűjtőlencse optikai főtengelyén pontszerű fényforrás található 1,5 m-re a lencsétől. Ha a lencsétől 1 m-re található megfigyelési ernyőt fokozatosan távolítjuk, az ernyőn látható fényes folt átmérője növekedni fog. Amikor a lencse-ernyő távolság eléri az 1,25 m-t, a folt átmérője az eredeti kétszerese lesz. Határozzuk meg a lencse gyújtótávolságát.

F. 315. Ismerve, hogy a hidrogén atom ionizálási energiája 13,6 eV és a He atom egyik elektronjának kötési energiája 24,6 eV, határozzuk meg a He atom teljes ionizálásához szükséges energiát.

Informatika

2004. május 15-én a kézdivásárhelyi Nagy Mózes gimnáziumban megtartották a Datas-NMG megyeközi informatika versenyt. A versenyt két kategóriában szervezték meg: 9-10. osztályosoknak, illetve 11-12. osztályosoknak.

A versenyzők egyetlen feladatot kellett megoldjanak két óra alatt. Mindkét kategóriára három feladat volt javasolt, ezekből sorsoltak ki egyet-egyet.

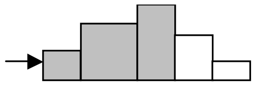
A következő FIRKA számokban Szabó Zoltán, a szászrégeni Petru Maior iskolaközpont informatika tanára által megfogalmazott versenyfeladatokat és megoldási javaslatait közöljük.

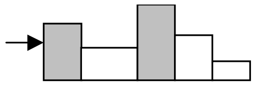
XI–XII. osztály

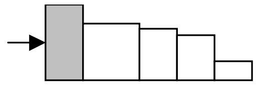
1. Ládák

Egy raktárban ládákat tárolnak sorokban, minden sorba pontosan *n* ládát helyeznek el. A ládákra az jellemző, hogy magasságuk szerint páronként különbözőek. A különböző magasságok következtében egyes ládák eltakarhatnak másokat. Ezért a raktárban dolgozó munkás, amikor ránéz oldalról egy ládasorra, *n* ládából csak *p* ládát lát.

Az alábbi ábrákon balról nézve 5 ládából rendre csak 3, 2 illetve 1 ládát láthatunk.


1. ábra


2. ábra


3. ábra

Hányféleképpen lehet rendezni a ládákat úgy, hogy az *n* ládából pontosan *p* darab ládát lásson a munkás?

Bemenő adatok:

A **LADA.IN** állomány tartalma egyetlen sorban, szóközzel elválasztva tartalmazza *n* és *p* értékét.

n – a ládák száma ($n \leq 20$)

p – a balról látható ládák száma ($1 \leq p \leq n$)

Kimenő adatok:

A képernyőre és párhuzamosan a LADA.OUT állományba beírjuk a különböző rendezések számát.

Példa:

LADA.IN	LADA.OUT	***Magyarázat*:**		**Magyarázat a *magyarázat*hoz:**
3 2	3	**1 3** 2	balról 2 látszik	A könnyebb szemléltetés érdekében a különböző magasságokat 1, 2, 3 számokkal jelöltük.
		2 1 **3**		
		2 3 1		

Futási idő/teszt: 1 másodperc

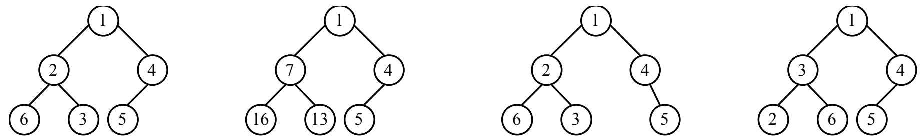
2. Rakás

Egy bináris fa **majdnem teljes,** ha a gyökértől a levelek felé bejárva a szinteket balról jobbra, minden nem terminális csúcsnak pontosan 2 leszármazottja van, ez alól egyedüli kivétel az utolsó nem terminális csúcs lehet, melynek lehet egyetlen baloldali leszármazottja is.

Egy *n* csúcsú majdnem teljes bináris fát **rakás**nak nevezünk, ha a következő tulajdonságokkal rendelkezik:

- csúcsainak számozása az {1,2,3,...,n} halmazból minden számot pontosan egyszer használ (n a *rakás* csúcsainak száma)
- bármely gyökértől levélig tartó út csúcsaihoz rendelt értékei szigorúan növekvő sorozatot adnak.

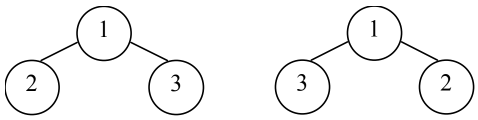
Példa és ellenpéldák 6 csúcs esetén:



példa 6 csúcsú rakás	ellenpélda a csúcsok értékei nem {1, 2, 3, 4, 5, 6}	ellenpélda nem *majdnem teljes* bináris fa	ellenpélda nem minden út szigorúan növekvő

Követelmény: Ismerve n értékét ($1 \leq n \leq 64$), számítsuk ki az egymástól különböző n csúcsú rakások számát (r_{n1}).

Például n=3-ra két rakásunk létezik:



Bemenő adat: A **HEAP.IN** állomány négy sorban egy-egy számot tartalmaz.(n_1, n_2, n_3, n_4).

Kimenő adatok: A **HEAP.OUT** állomány egy-egy sorban n_1, n_2, n_3, n_4–nek megfelelő r_{n1}, r_{n2}, r_{n3}, r_{n4} rakások számát kell, hogy tartalmazza.

Példa:

HEAP.IN	HEAP.OUT
1	1
2	1
3	2
2	1

Futási idő/teszt: 1 másodperc.

3. Háború

A *pergóniai birodalom* hadserege már rég óta harcban áll a *letmai* hadsereggel. Habár Letma kicsi ország, a lakosok hősies ellenállásának köszönhetően még ma is független állam.

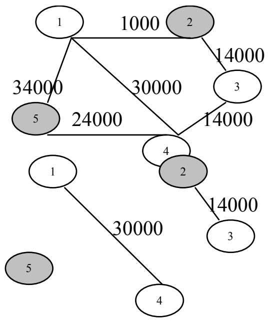
A felderítő kémek alapos munkájának eredményeképpen, Pergónia királya nagyon fontos haditérképhez jutott, amin az ország településeit összekötő úthálózat mellet fel vannak tüntetve az ellenséges alakulatok pozíciói, fegyverraktárak, és egyéb hadászati jelentőségű információk.

A térkép alapján meg lehet találni az ország gyenge pontjait: olyan településeket amelyeket erőfeszítés nélkül el lehet foglalni, ha a levegőből ejtőernyős alakulatokat vezényelnek a környékre.

A térkép alapján ki lehet számítani, hogy egy még be nem vett település meghódítása mennyi *rugu*ba (az ország pénzegysége) kerülne, ha egy szomszédos, már megszállt településről indítják a támadást. Két megszállt település közötti direkt út használata költségmentes.

Pergónia királya úgy szeretné a hadműveletet megszervezni, hogy minimális költséggel meghódíthassa egész *Letmát.*

Tudjuk, hogy a települések száma $n \leq 400$, és ismerve a szükséges hadiköltségeket, hogy egyik településről indulva el lehessen foglalni egy másik települést, illetve azon települések sorszámát, ahol kezdeti katonai bázist alakíthatnak, számítsuk ki a minimális összköltséget, amivel Letmát be lehet venni.



Ha a kezdeti katonai bázisokat **2**–ben és **5**-ben hozzák létre, a fenti térkép alapján 29000 *rugu*ba kerül az egész ország bevétele.

A hadi utak: (2,3);(3,4);(2,1), a költségek pedig: 14000+14000+1000=29000 *rugu.*

Ha a kezdeti katonai bázisokat **2**–ben és **5**-ben hozzák létre, a fenti térkép alapján *Letma* ország bevehetetlen.

Bemenő adatok:

A **WAR.IN** állomány tartalma

1.sor – ***n* értéke**

jelentés: települések száma ($n \leq 400$)

következő sorok: ***X Y P* számok egy-egy szóközzel elválasztva,**

jelentés: az (X,Y) út hadiköltsége P

$X \neq Y$, $1 \leq X \leq n$, $1 \leq Y \leq n$, $1000 \leq P \leq 250000$, P mindig osztható 1000-rel

utolsó sor: Zi_1 Zi_2 **...** Zi_n **egy-egy szóközzel elválasztva,**

a kezdeti katonai bázist alkotó települések sorszáma

mindegyik $Zi_j \leq n$

Kimeneti adatok:

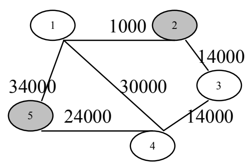
A **WAR.OUT** állomány egyetlen sorban tartalmazza a meghódításhoz szükséges minimális összeget, ha ez lehetséges, vagy 1-et ha az ország teljes bevétele lehetetlen.

Példák

1.

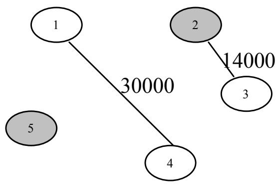
```
WAR.IN
5
1 2 1000
1 4 30000
1 5 34000
2 3 14000
3 4 14000
4 5 24000
2 5
```

```
WAR.OUT
29000
```



2.

WAR.IN	WAR.OUT
5 1 4 30000 2 3 14000 2 5	-1



Maximális futási idő/teszt: 1,5 másodperc 500 MHz alatt
1 másodperc 500 MHz felett

Megoldott feladatok

K 437. $2H_2 + O_2 = 2H_2O$

$M_{H2} = 2$ $M_{O2} = 32$ tehát 1mol H_2 tömege 2g, 1mol O_2 tömege 32g, mivel a reakcióegyenlet értelmében 2 molnyi hidrogén 1molnyi oxigénnel reagál és a kétmolnyi hidrogén tömege sokkal kisebb mint a molnyi oxigéné, az azonos tömegű gázokból a hidrogén fog feleslegben maradni.

Jelöljük a gázok tömegét m-el: 32g O_2 4gH_2
m .... x ahonnan x = 4m/32

x = m/8

a nem reagált hidrogén tömege m – m/8 = 7/8m

mgH_2-ből nem alakult át 7/8m gram, akkor

100g....................................x ahonnan x = 87,5 g

Tehát a H_2 eredeti tömegének 87,5%-a nem alakult át.

K. 438.

A kalcium-klorid ($CaCl_2$) oldatban az oldószer (víz) molekulái és az oldott só ionjai (Ca^{2+}, Cl^-) találhatók. Mivel a sűrűség az egységnyi térfogatú anyag tömegét jelenti, a 100cm^3 térfogatú oldat tömege 111g.

100g old. ....8g $CaCl_2$

111g.................. x x = 8,88g Mivel $M_{CaCl2} = 111$, az oldatban 8,88/111 =0,008mol $CaCl_2$ oldódott. Mivel 1mol $CaCl_2$-ból 1mol Ca^{2+} és 2molCl^- kerül oldatba, a 100cm^3 oldat 0,08mol kalcium-iont és 0,16mol klorid-iont tartalmaz, tehát összesen 0,24 mol iont.

Az odatban levő víz tömege 111-8,88 = 102,12g , M_{H2O}= 18g/mol, a vízmolekulák mennyisége 102,12/18 = 5,67mol

Hígítás során az oldott anyag mennyisége nem változik, csak az oldószeré nő a hozzáadott víz mennyiségével. Mivel az oldatot kétszeres tömegűre hígították, a hígításra használt víz tömege is 111g, ami 111/18 = 6,17mol. Tehát a híg oldatban (5,67+6,17) mol = 11,84mol víz van.

K.439.

A péti só egy műtrágya, mely ammónium-nitrát és mészkő (kalcium karbonát tartalmú ásvány) elegye. Nevét onnan kapta, hogy a Péti Nitrogénművekben (Veszprém közelében) gyártották.

Az ammónium nitrátot ammóniából és salétromsavból készítik a következő reakcióegyenlet alapján: $NH_3 + HNO_3 = NH_4NO_3$

$M_{NH3} = 17$g/mol $M_{HNO3} = 63$g/mol $M_{NH4NO3} = 80$g/mol

$m_{HNO3} = 500 \cdot 69/100 = 345$kg

A reakcióegyenlet értelmében:
17g NH_3 ..... 63g HNO_3 ..... 80g NH_4NO_3
x .... 345kg .... y x= 97,75kg y = 438,09kg
n_{NH3} = 97,75kg/17kg/kmol = 5,75kmol
40kg mészkő .... 60kg NH 4NO3
x .... 438,09kg x = 292,06kg

K.440.

a) 100g oldatban 10g Na_2CO_3 és 90g víz van, a telített oldat tömege 100 + 9,6 g, ami 19,6g sót és 90g vizet tartalmaz

90g víz ..... 19,6g Na_2CO_3
100g víz .... x = 21,8g

b) 109,6g old. ..... 19,6g Na_2CO_3
100g .... x = 17,9g $C_{old.}$ = 17,9%

c) A lejátszódó kémiai folyamat egyenlete:

$Na_2CO_3 + 2HCl = 2NaCl + CO_2 + H_2O$

Tehát 1mol Na_2CO_3 (tömege 106g) 2mol HCl-dal (tömege 2·36,5g) reagál és az oldatból eltávozik 1mol CO_2 (tömege 44g)

A reakció után a só (NaCl) oldat tömege: 109,6 + 35 – m_{CO2} = 136.5g
n_{Na2CO3} = 19,6/106 = 0,185mol ehhez szükséges 0,37mol HCl aminek tömege
m_{CO2} = 0,185·44 = 8,14g
0,37·36,5g =13,5g 35g sósav …. 13,5gHCl
100g .... x 38,6g
m_{NaCl} = 0,37·58,5 = 21,6g 136,5g old. .... 21,6g NaCl
100g .... x = 15,8g $C_{old.}$ = 15,8%

Fizika

F. 307.

Tekintsük az átlátszó lemezek D vastagságú kötegét!

a) A lemezkötegen – rá merőlegesen – áthalad a TN fénysugár (lásd az ábrát). Ennek és a köteggel egyenlő vastagságú helyettesítő lemezen átmenő fénynek a fényútja:

$\delta_{\text{lemezköteg}}(\text{TN}) = n_1 d_1 + n_2 d_2 + \cdots + n_k d_k$, valamint $\delta_{\text{helyettesítő lemez}}(\text{TN}) = n_{\text{átlag}} D$.

A helyettesíthetőség az áthaladási idők egyenlőségét, és így a TN távolságnak megfelelő optikai utak egyenlőségét jelenti: $\delta_{\text{helyettesítő lemez}}(\text{TN}) = \delta_{\text{lemezköteg}}(\text{TN})$, vagyis $n_{\text{átlag}} D = n_1 d_1 + n_2 d_2 + \cdots + n_k d_k$ ahol $D = d_1 + d_2 + \cdots + d_k$. Innen az átlagos törésmutató:

$$n_{\text{átlag}} = \left(\frac{d_1}{D}\right) n_1 + \left(\frac{d_2}{D}\right) n_2 + \cdots + \left(\frac{d_k}{D}\right) n_k \ .$$

- *Sajátos eset: a lemezek mindegyikének vastagsága d .*

Ekkor a lemezköteg vastagsága $D = \text{k}d$. A keresett törésmutató kifejezése pedig :

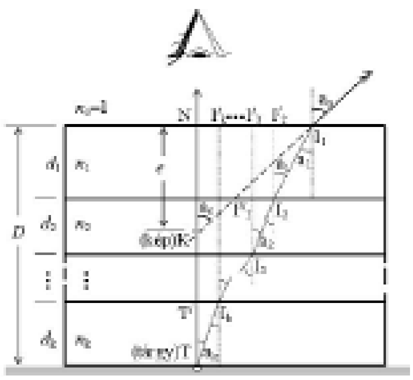
$$n_{\text{átlag}} = \frac{n_1 + n_2 + \cdots + n_k}{\text{k}} \ .$$

Tehát bebizonyítottuk, hogy az azonos vastagságú lemezek kötegét — a *fényáthaladás* szempontjából — helyettesíthetjük egyetlen lemezzel, amennyiben ennek törésmutatója az alkotó lemezek törésmutatóinak *számtani* középértékével egyenlő.

b) Megszerkesztjük az átlátszó lemezek kötege alá helyezett mevilágított tárgy egyik pontjának – az ábra szerinti T pontnak – a látszólagos képét. Ezért a T-ből felfelé kibocsátott fénysugarak közül megrajzolunk kettőt:

– a lapokra *merőlegesen* induló TN, és

– az előbbivel egy kis a_k szöget bezáró, *ferdén* induló $TI_k, \cdots, I_3I_2, I_2I_1, \cdots$ sugarat.



A keresett képpont a lemezköteget elhagyó sugarak meghosszabbításának K metszéspontjában lesz, a legfelső üveglapszint alatt *e* mélységben.

- *Az e „képtávolság" kiszámítása:*

A KNI_1 valamint a $TT^{/}I_k, \cdots, I_3I_3^{//}I_2, I_2I_2^{/}I_1$ háromszögekben:

$$\mathrm{tg}\,a_0 = NI_1/KN = \left(NI_k^{/} + \cdots + I_3^{/}I_2^{/} + I_2^{/}I_1\right)/KN = \left(T^{/}I_k + \cdots + I_3^{//}I_2 + I_2^{/}I_1\right)/e$$

és $T^{/}I_k = d_k\,\mathrm{tg}\,a_k, \cdots, I_3^{//}I_2 = d_2\,\mathrm{tg}\,a_2, I_2^{/}I_1 = d_1\,\mathrm{tg}\,a_1$, amelyek miatt

$$\mathrm{tg}a_0 = \left(d_1\mathrm{tg}a_1 + d_2\mathrm{tg}a_2 + \cdots + d_k\mathrm{tg}a_k\right)/e\ .$$

Alkalmazzuk sorra a fénytörés törvényét az $I_k, I_{k-1}, \ldots, I_2, I_1$ pontokban:

$$n_k \sin a_k = \cdots = n_2 \sin a_2 = n_1 \sin a_1 = 1 \sin a_0$$

Mivel a fénysugarak gyakorlatilag merőlegesek a lemezekre, a szögek mind nagyon kicsinyek, ezért használhatjuk a $\mathrm{tg}\,a \approx \sin a \approx a$ megközelítést. Így ebben a határesetben:

$$a_0 = \left(d_1a_1 + d_2a_2 + \cdots + d_ka_k\right)/e \quad \text{és} \quad n_1a_1 = n_2a_2 = \cdots = n_ka_k = a_0\ .$$

Ezekből viszont a kép *e* távolsága kiszámítható: $e = \frac{d_1}{n_1} + \frac{d_2}{n_2} + \cdots + \frac{d_k}{n_k}$.

- *Az azonos d vastagságú, különböző törésmutatójú lemezek esete:*

A vastagságok egyenlősége miatt az előbbi *e*-re kapott összefüggés egyszerűsödik:

$$e_{\text{lemezköteg}} = d\left(\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2} + \cdots + \frac{1}{n_k}\right).$$

Helyettesíthetjük az átlátszó lemezek kötegét egy olyan $n_{\text{átlag}}$ törésmutatójú és $D = k.d$ vastagságú homogén lemezzel, amely a képet a köteggel azonos helyre képezi le. Az előbbi összefüggést természetesen erre az egy lemezre is alkalmazhatjuk: $e_{\text{helyettesítő lemez}} = D/n_{\text{átlag}}$.

Mivel $e_{\text{helyettesítő lemez}} = e_{\text{lemezköteg}}$ következik, hogy $\frac{kd}{n_{\text{átlag}}} = \frac{d}{n_1} + \frac{d}{n_2} + \cdots + \frac{d}{n_k}$, amelyből az átlagos törésmutató kiszámítható:

$$n_{\text{átlag}} = \frac{k}{\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2} + \cdots + \frac{1}{n_k}}\ .$$

Tehát igazoltuk, hogy az azonos vastagságú de különböző törésmutatójú, átlátszó lemezekből alkotott köteg – a *képalkotás* szempontjából – helyettesíthető egyetlen, a köteggel egyező vastagságú lemezzel, ha ennek törésmutatója a lemezek törésmutatóinak *harmonikus* középértéke.