– atmoszféra effektusok kezelése (pl.: köd)
– animáció

Az OpenGL alacsony színtű függvényeket magas szintű utility könyvtárak támogatják (pl. GLU, GLUT), ezeknek a feladata az ablakozó rendszer kezelése, a magasabb szintű objektumok (kocka, gömb, kúp, henger, görbék, felületek stb.) kialakítása és megjelenítése.

Az OpenGL működését, programozását következő lapszámainkban ismertetjük.

Kovács Lehel

A sötét anyag és a sötét energia „megvilágítása"

II. rész

Amint megbeszéltük, mostanáig a galaxisok csillagainak keringési sebességét csak akkor lehetett megérteni, ha feltételeztük, hogy a galaxisok anyagának egy jelentős részét valamilyen sötét anyag alkotja.[1],[2],[3] Milgrom szerint azonban, nem a sötét anyag létezését kell feltételezni, hanem a Newton-féle gravitációs törvényt kell megváltoztatni. Feltételezte, hogy az $m\,a = G\,m\,M/r^2$ alakú Newton-törvény érvényes, de csak addig, amíg az a gyorsulás elég nagy, azaz, ha $a >> a_0$, ahol $a_0 = 10^{-8}$ m/s^2. Ha azonban a kicsi, azaz $a << a_0$, akkor a Newton-törvényt módosítani kell a következő módon:

$$m\,a\,(a / a_0) = G\,m\,M/r^2.$$

(Korábban is voltak javaslatok a Newton-féle gravitációs törvény módosítására, de ezek többnyire a távolságtól való függést kívánták megváltoztatni.)

Kitűnt, hogy a Milgrom által bevezetett MOND (Modified Newtonian Dynamics) igen jól alkalmazható a különböző típusú galaxisok leírására sötét anyag létezésének feltételezése nélkül. A MOND-dal kapcsolatos gond az, hogy ez csak egy ad hoc feltevés és nem egy **elmélet**.

Jacob Bekenstein 2004-ben közölt egy munkát, ami az Einstein-féle gravitációs elmélet továbbfejlesztése. Ez nem-relativisztikus határesetben visszaadja a Milgron-féle módosítást.[4]

Az Einstein-féle elméletben a görbült négyes téridő x (x^0, x^1, x^2, x^3) geometriáját a $g_{ij}(x)$ metrikus tenzor írja le. Ha ugyanis ismerjük a $g_{ij}(x)$-t minden x pontban, akkor mindenütt ki tudjuk számítani két közeli pont ds távolságát a $ds^2 = g_{ij}(x)\,dx^i\,dx^j$ négydimenziós általánosított „Pythagoras-tétel" segítségével. (Itt a fent és lent előforduló azonos indexekre összegezni kell.)

Einstein szerint $g_{ij}(x)$-t, azaz a geometriát, a jelenlévő anyag határozza meg.

Ezt fejezi ki az általános relativitáselmélet alapegyenlete:

$$G_{ij}(x) = \kappa\,T_{ij}(x).$$

ahol, $T_{ij}(x)$ az anyag energia-impulzus tenzora, $G_{ij}(x)$ pedig az Einstein-féle tenzor, ami a $g_{ij}(x)$ metrikus tenzorból, valamint ennek első és második deriváltjaiból felépített szimmetrikus tenzor, és végül $\varkappa = 8\,\pi\,G$ (c=1).

Az elmélet fő feladata a $g_{ij}(x)$ tenzor meghatározásra.

A fenti egyenlet formáját tekintve egy másodrendű, parciális differenciál-egyenlet rendszer. Ennek megoldása a $g_{ij}(x)$ metrikus tenzor. Ha ezt ismerjük, akkor mindent tudunk a geometriáról, ami csak tudható.

Az Einstein-elmélet egy tenzor elmélet. Bekenstein ezt kibővítette és a $g_{ij}(x)$ metrikus tenzoron kívül bevezetett még egy $A_j(x)$ négyes vektort és egy $\Phi(x)$ skalárt, amelyek a metrikus tenzorhoz csatolódnak.

Ez a „TeVeS" elmélet a fizikában eddig szinte mindenütt alapvetően fontos elvnek, nevezetesen a „legkisebb hatás elvének" az alapján épül fel, ami azt jelenti hogy:

1. Megszerkesztjük a rendszer $\mathcal{L}$ Lagrange-függvényét, ami a rendszert leíró $g_{ij}(x)$, $A_j(x)$, $\Phi(x)$ és $\Psi_m(x)$ függvényekből és ezek deriváltjaiból építhető fel, ahol $\Psi_m(x)$ a téridőben jelenlévő anyag leírására szolgáló függvényeket jelöli. A Lagrange-függvény megszerkesztésében segítségünkre van az a követelmény, hogy invariáns skalárnak kell lennie mindazon transzformációkkal szemben, amelyeket a rendszer szimmetria transzformációinak vélünk. A továbbiakban azonban csak az intuíció segít, és majd a tapasztalattal való összehasonlítás hitelesít. Meg kell még említeni, hogy a TeVeS elmélet Lagrange-függvénye tartalmaz egy olyan szabadon megválasztható függvényt is, amely az $a \ll a_0$ és az $a \gg a_0$ tartományok közti interpolációt valósítja meg, és amit a megfigyelésekhez való illesztés útján lehet meghatározni.

2. A Lagrange-függvényből képezzük az

$$\mathcal{S}=\int \mathcal{L}(g_{ij}(x), A_j(x), \Phi(x), \Psi_m(x))\, d^4x$$

alakú hatásintegrált.

3. Végül a $g_{ij}(x)$, $A_j(x)$, $\Phi(x)$ és $\Psi_m(x)$ függvények variálásával megkeressük az $\mathcal{S}$ hatás minimumát garantáló feltételi egyenleteket.

4. Ezek a feltételi egyenletek, az ún. Euler-Lagrange egyenletek, ezek szolgáltatják a rendszer téregyenleteit. Az így megalkotott elmélet eredményeit kell összehasonlítani a megfigyelésekkel.

A TeVeS elmélet eredményei és reményei

Itt most nincs lehetőségünk arra, hogy az elmélet matematikai formalizmusát ismertessük. Csupán arra vállalkozunk, hogy az eddigi legfontosabb eredményeket mutassa be, és a reményeket vázoljuk. Minthogy a TeVeS elmélet csak nagyon nagy távolságokon tér el az eredeti Einstein-féle, elmélettől azért várható, hogy a Naprendszerben ugyanolyan jól alkalmazható, mint az Einstein-féle. Valóban a Merkur és a többi bolygó ellipszis alakú pályáinak elfordulása nagy pontossággal értelmezhető. A Nap közelében bekövetkező fénypálya elgörbülés is tökéletesen reprodukálható. A látható égitestek által kifejtett gravitációs lencsehatást is jól visszaadja, anélkül, hogy sötét anyagot kellene feltételezni. Végül kitűnően leírja a galaxisok csillagainak keringési sebességét.

Jelenleg annak érdekében tesznek igen nagy erőfeszítéseket, hogy felderítsék a TeVeS elmélet alkalmazhatóságát a Világegyetemre vonatkozó megfigyelések leírására. [5]. Ehhez először is arra van szükség, hogy a Világegyetemet leíró Friedmann-modellt általánosítsuk. Ebből a célból feltételezzük, hogy a Világegyetem homogén és izotróp. Ez a feltevés első látszatra ellentmond a tapasztalatnak, hiszen a világ mindenütt másnak és minden irányban nézve is másnak látszik. Ha azonban, kellő nagy méretű térfogatelemet választva átlagolunk, akkor a feltevés elfogadható. Feltételezzük továbbá, hogy a tér kozmikus skálán nézve görbületmentes, azaz a geometria Euklideszi, amint azt a 2.725 Kelvin-fokos háttérsugárzásra vonatkozó megfigyelések igazolják. Ezért a ds^2 ívelem négyzet, polárkoordinátákat használva, a következő alakban írható:

$$ds^2= dt^2 - a^2(t)(dr^2+ r^2(d\vartheta^2+\sin^2\vartheta\, d\varphi^2)),$$

amelyben az egyetlen „ismeretlen” az a(t) skálafaktor, ami a t időnek a függvénye. A metrikus tenzor elemeit innen kiolvasva megszerkeszthetjük a $G_{ij}(x)$ Einstein-tenzort.

Ha a fent említett átlagolást elvégezzük, akkor a Világegyetemben található anyag homogén és izotrop és a $T_{ij}(x)$ energia-impulzus tenzor csupán a ϱ energiasűrűséget és a p nyomást tartalmazza, amely mennyiségek csak az időtől függnek.

Behelyettesítve az Einstein-egyenletbe, eredményül a következő két egyenletet nyerjük:

$$(da/dt)^2 = +\kappa/3\,(2\varrho \qquad)\,a^2\,,$$
$$da^2/dt^2 = -\kappa/3\,(\varrho + 3p)\,a\,.$$

Ezek a híres Friedmann-egyenletek, amelyekben összesen három ismeretlen szerepel: az a(t) skálafaktor, a $\varrho(t)$ energia sűrűség és a p(t) nyomás. Ha megadjuk az anyag állapotegyenletét, azaz a ϱ és a p közötti összefüggést, akkor mindhárom ismeretlen meghatározható, mint a t idő függvénye. Az állapotegyenlet a korai, sugárzás dominálta korszakban: $\varrho=3p$ alakú, míg a nyugalmi tömeg által dominált korszakban: $p=0$. Az egyenleteket megoldva azt kapjuk, hogy a skálafaktor az időnek monoton növekvő függvénye, ami azt jelenti, hogy a Világegyetem tágul. A TeVeS elméletben a Friedman-egyenletek egyrészt módosulnak, másrészt kiegészülnek a $\Phi(x)$ skalár időbeli fejlődését meghatározó egyenletekkel. Mindezek azonban az eredeti Friedmann–egyenletek alapján kapott a(t) skálafaktort csak alig befolyásolják.

Érdekes változás akkor tapasztalható, ha az „átlagos Világtól” való eltéréseket vizsgáljuk. Tudjuk, hogy a Világegyetemben jelenlevő inhomogenitás mértéke nem haladta meg az egy százezreléket akkor, amikor a 2.725 Kelvin-fokos háttérsugárzás „szabaddá vált”, ami kb. 380000 évvel történt az ősrobbanás után. Ma pedig ha körülnézünk, embereket és bolygókat látunk, azon túl pedig csillagokat, galaxisokat, azok halmazait és szuperhalmazait. Ugyanakkor az átlagos sűrűség tíz hidrogén molekula köbméterenként! Mi az, ami ezt a kolosszális inhomogenitás-növekedést előidézte? Az eredeti Einstein-féle elméletre alapozott Friedmann-modell ezt az időbeli fejlődést nem tudja leírni! Kérdés, mit tud a TeVeS elmélet?

Tételezzük fel, hogy az elméleti fizika legelterjedtebben használt módszer, a perturbáció-számítás alkalmazható. Ez azt jelenti, hogy a megoldandó feladatban előforduló ismeretlen függvényeket (példának okáért a $\Phi(x)$ függvényt) a következő alakban írjuk:

$$\Phi(x) = \Phi_0(x) + \Delta\Phi(x),$$

ahol $\Phi_0(x)$ a közelítő megoldás, $\Delta\Phi(x)$ pedig a korrekciója, amiről feltételezzük, hogy kicsi, azaz a magasabb hatványai, illetve ezek szorzatai elhanyagolhatók. Ezt a feltevést használva a $\Delta\Phi(x)$ korrekcióra, egyenletet vezethetünk le, ami sokkal egyszerűbb, mint az eredeti egyenlet, ezért numerikusan könnyebben megoldható, és a megoldás fizikai jelentése is könnyebben tanulmányozható.

Ezt a módszert alkalmazva vizsgáljuk először a kozmikus mikrohullámú háttérsugárzás keletkezésének körülményeit. Az ősrobbanás után 380000 évvel az Univerzum anyaga plazma állapotban volt. Véletlen ingadozások révén bármely pontban sűrűség növekedés fordulhatott elő. Ezt a növekedést a gravitációs vonzás fokozni igyekszik. Ugyanakkor a plazmában jelenlevő intenzív sugárzás ezt a sűrűsödést a sugárnyomás révén szétrombolni igyekszik. A két ellentétes hatás egyensúlyba kerülhet, és ezen egyensúlyi állapot körül akusztikus rezgések jöhetnek létre. Ezen rezgések rezgésszámát és hullámhosszát a plazma összetevőinek, az elektronoknak, a hidrogén- és héliumionoknak a sűrűsége és a hőmérséklete határozza meg. A számítások a plazmafizika eszközeivel elvégezhetők. Abban az időpontban, amikor az elektronok befogódnak az ionokba és semleges atomokat alkotnak, a hullámok „taraja” fog világítani a legintenzívebben és a sugárzás irányszerinti eloszlását ez határozza meg.

Penzias és Wilson 1965-ben felfedezte a kozmikus mikrohullámú háttérsugárzást, ami akkor izotrópnak tűnt. Az 1993-ban közölt, a COBE szondával végzett mérések azonban már jól észlelhető anizotrópiáról tanúskodtak. A 2003-ban közölt, a Wilkinsonról elnevezett szonda mérései ámulatot keltő pontossággal rögzítették a háttérsugárzás szögeloszlását. Volt aki az erről készített képet a teremtő Isten arcképének nevezte. A TeVeS elmélet alapján végzett számítások a háttérsugárzás anizotrópiáját kb. olyan pontossággal képesek reprodukálni, mint az eredeti Einstein-féle elméletre alapozott számítások, azt azonban hangsúlyozni kell, hogy csak azon az áron, hogy a tömeges neutrínóknak is jelentős járulékot tulajdonítanak, ami megközelíti a kritikus energiasűrűség 15%-át.

Végezetül nézzük a galaxisok és galaxis halmazok keletkezésének a kérdését. Mindaddig, amíg az Univerzum hőmérséklete magas, a részecskék energiájában a nyugalmi energia elhanyagolható a kinetikus energia mellet, következésképpen az anyag úgy viselkedik, mintha csupa fotonból állna. Ez a sugárzás dominálta korszak. A szakadatlanul folytatódó tágulás következtében a hőmérséklet tovább csökken, és elérkezünk a nyugalmi tömeg dominálta korszakba, amikor is a kinetikus energia lesz elhanyagolható, az anyagban uralkodó nyomással együtt. A csillagok és galaxisok képződése ekkor kezdődik. A kozmikus háttérsugárzás segítségével megfigyelt sűrűsödési pontokban megindulhat a sűrűség fokozottabb növekedése. A gravitációs vonzás ennek a növekedésnek kedvez. A perturbációszámítás segítségével nyomon követhetjük az inhomogenitás időbeli fejlődését. Kitűnt, hogy ebben az A ¡ (x), vektortérnek van kitüntetett szerepe, amit maga Jacob Bekenstein sem láthatott előre. Úgy tűnik, hogy a kolosszális inhomogenitás növekedés értelmezése nem kizárt…

Befejezésül kötelességünk megállapítani, hogy a „sötétséget" egyelőre még nem váltotta fel a kristálytiszta „világosság," de valami dereng.

Hivatkozások

1.) Németh Judit és Szabados László, Fizikai Szemle **LVI**./ 11.(2006) 362.
2.) Puskás Ferenc, FIRKA **16**/2. (2006-2007) 112.
3.) Trócsányi Zoltán, Fizikai Szemle **LVI**./ 12. (2006) 444.
4.) J.D. Bekenstein, Physical Review **D70** (2004) 083509.
5.) S. Dodelson and M. Liguori arXiv:astro-ph/0608602

Lovas István
Debreceni Egyetem, MTA tagja

tudod-e?

Tények, érdekességek az informatika világából

Adattípusok Delphi 2005-ben

A Delphi 2005 adattípusainak rendszertana:

- Egyszerű típusok
  - Felsorolható
    - Egész
    - Karakter