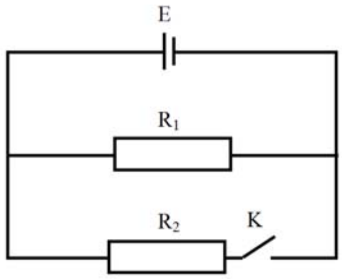
F. 525. Függőleges hengert kettéosztó dugattyú súrlódásmentesen mozoghat. A henger két részében azonos tömegű ideális gáz található. Amikor a gázak hőmérséklete megegyezik, akkor az alsó rész térfogata háromszor kisebb mint a felső térfogat. Hányszorosára kell megváltoztatni az alsó részben található gáz hőmérsékletét, hogy ennek térfogata a változatlan hőmérsékletű felső rész térfogatánál négyszer kisebb legyen?



F. 526. Az ábrán látható áramkör ellenállásainak értéke: $R_1 = 12\Omega$ és $R_2 = 4\Omega$. A külső áramkörben felszabaduló teljesítmény ugyanakkora, függetlenül attól, hogy a K kapcsoló zárt vagy nyitott. Határozzuk meg az áramforrás belső ellenállását!

F. 527. A bizmut 212-es atomtömegű radioaktív atommagja α részecske kibocsátása mellett bomlik 208 atomtömegű tellúriummaggá. Ha az α részecske mozgási energiája 6,2 MeV, mekkora energia szabadul fel egy Bi atommag bomlása során?

Megoldott feladatok

Kémia

FIRKA 2012-2013/5.

K. 750. Az ásványvíz változó keménységét a kalcium és a magnézium-hidrokarbonátok okozhatják: $Ca(HCO_3)_2$, $Mg(HCO_3)_2$. A vizek állandó keménységét az oldható kalcium és magnézium sók okozhatják: $Mg(HCO_3)_2$, $Ca(HCO_3)_2$, $MgCl_2$, MgF_2, MgI_2, $CaCl_2$, CaI_2. A trisóval való vízlágyítás egyenletei:

$3Ca^{2+} + 2Na_3PO_4 \rightarrow 6Na^+ + Ca_3(PO_4)_2$

$3Mg^{2+} + 2Na_3PO_4 \rightarrow 6Na^+ + Mg_3(PO_4)_2$

$\nu_{Ca^{2+}} = 83mg/40gmol^{-1} = 2{,}075mmol$

$\nu_{Mg^{2+}} = 41mg/24gmol^{-1} = 1{,}71mmol$

A kétvegyértékű pozitív ionok(M^{2+}) mennyisége 1l vízben 3,785mmol

A 8 kartonban $8\cdot6\cdot1{,}5\cdot3{,}785 = 272{,}52$mmol M^{2+} -ion van.

3molM^{2+} … 2molNa_3PO_4 1mol Na_3PO_4 tömege 164g

0,273mol … x = 0,182mol 0,182mol …x = 29,85g

A sósavval való titráláskor történő reakciók egyenlete:

$Mg(HCO_3) + 2HCl \rightarrow MgCl_2 + 2CO_2 + 2H_2O$

$Ca(HCO_3) + 2HCl \rightarrow CaCl_2 + 2CO_2 + 2H_2O$

100cm^3 ásványvízben 0,3785mmol M^{2+}van, mivel: 1molM^{2+}… 2mol HCl

0,3785mol …x = 0,757mmol

1000cm^3 HCl-old. … 0,105mol HCl

V ………… $0{,}757.10^{-3}$ V = 7,21cm^3

K. 751. A karbonátkeverék hőbontását leíró reakcióegyenletek:

$BaCO_3 \rightarrow BaO + CO_2$ $M_{BaCO3} = 197gmol^{-1}$ $M_{BaO} = 153gmol^{-1}$

m_1 X_1

$CaCO_3 \rightarrow CaO + CO_2$ $M_{CaCO3} = 100gmol^{-1}$ $M_{CaO} = 56gmol^{-1}$

m_2 X_2

197g $BaCO_3$… 153gBaO 100g$CaCO_3$ … 56gCaO

m_1 … X_1 m_2…. X_2

A feladat adatai alapján: $m_1 + m_2 = 10$ (1)

$X_1 + X_2 = 6{,}9$ (2)

Helyettesítsük az X_1 és X_2 értékeit az m_1 és m_2 függvényeként és a két ismeretlenes egyenletrendszerből megkapjuk: m_1= 6g, m_2 = 4g, amiből következik, hogy a keverék 60% $BaCO_3$-t és 40% $CaCO_3$-t tartalmaz.

K. 752.

$2Fe_2O_3 + 3C \rightarrow 4Fe + 3CO_2$

ha 100t nyersvasban 94,2t vas van, akkor 1t-ban 0,942t.

ha 100t vasérc… 62,3t vas, akkor 0,942t vas veszteségmentes előállításához 1,51t vasérc szükséges. Mivel egy évben 1,35millió tonna nyersvasat állítanak elő, ezért ehhez $1{,}51 \cdot 1{,}35 \cdot 10^6 \cdot 100/98{,}6 = 2{,}07 \cdot 10^6$t vasérc szükséges.

K. 753. $M_{KAl(SO4)2} = 258g/mol$ $M_{KAl(SO4)2.12H2O} = 474g/mol$

136,8g 50°C-on telített old. … 36,80g $KAl(SO_4)_2$

m … 258g m = 959,1g old.

258g $KAl(SO_4)_2$…474g $KAl(SO_4)_2.12H_2$ 114g old…. 14g $KAl(SO_4)_2$

x … m 959,1g-m ... 258-258m/474g$KAl(SO_4)_2$

m = 332,7g $KAl(SO_4)_2.12H_2$

K. 754. a) A folyamat exoterm

b) 115g old. …15g $Ce_2(SO_4)_3$ 105,5gold. … 5,5g $Ce_2(SO_4)_3$

230g … x = 30g m … 30g m = 575,5g

K. 755.

a) katódon: $Cu^{2+} + 2e- = Cu$ anódon: $Zn - 2e^- = Zn^{2+}$

b) Q = I.t t= 10.60s I = 0,15A Q = 90C

2.96485C … 64gCu

90C…x = 0,03g a katód tömege 0,03g-al nő

2.96485C … 65gZn

90C…x = 0,03g az anód tömege 0,03g-al csökken

c) $\nu_{Cu} = 0{,}03/64 = 4{,}656.10^{-4}$mol $\nu_{Zn} = 0{,}03/65 = 4{,}66.10^{-4}$mol

100cm³ oldatban 0,001mol Cu^{2+} és Zn^{2+} ion volt az elektrolitokban, 10 perc eltelte után: a Cu ionok koncentrációja $5{,}3.10^{-3}$mol/L, a cink ionoké $1{,}4.10^{-2}$mol/L.

K. 756.

$Mg_xC_y + 2xH_2O \rightarrow xMg(OH)_2 + C_yH_{2x}$

$\nu_{CyH2x} = 1{,}225dm^3/24{,}5dm^3mol^{-1} = 0{,}05mol$

$Mg(OH)_2 + H_2SO_4 \rightarrow MgSO_4 + 2H_2O$

$\nu_{Mg} = \nu_{H2SO4} = 39{,}2.25/100.98 = 0{,}1mol$

Az atomok száma egész szám, ezért a magnézium-karbid képlete: Mg_2C_3, a szénhidrogéné: C_3H_4.

Fizika

FIRKA 2011-2012/6.

F. 504. Az „átlátszó hengeres rúd" fényvezető szálnak tekinthető (1. ábra). Ha az egyik véglapon belépő fénysugár a szál (rúd) oldalánál sorozatosan csak teljes visszaverődéseket szenved, akkor a másik végén gyengülés nélkül lép ki. Ehhez az szükséges, hogy a hengerpalástra eső fénysugár beesési szöge (i_B) nagyobb legyen a határszögnél (i_h) :

$$i_B \rangle\; i_h \qquad (1.)$$

A mag-köpeny (rúd-környezete) elválasztó felületnél (B: 2→1) a határszög:

$$n_2 . \sin i_h = n_1 \sin 90^0 \;\Rightarrow\; \sin i_h = \frac{n_1}{n_2} \;. \qquad (2.)$$

A határszög létezik, ha $n_2 \rangle\, n_1$, vagyis az optikai szálaknál a mag *optikailag sűrűbb*, mint az azt burkoló köpeny. Legyen a fényvezető szálba történő belépésnél (A: 0→2) a beesési szög (*i*): $n_0 . \sin i = n_2 \sin r \;\Rightarrow\; \sin r = \frac{n_0}{n_2} \sin i$. (3.)

Az ANB derékszögű háromszögben, (ábra): $i_B + r = 90^0 \;\Rightarrow\; i_B = 90^0 - r$ (4.)

Az (1.)-ből, mivel i_B *és* i_h hegyes szögek: $\sin i_B \rangle \sin i_h$, valamint a (4.) és (2.) alapján: $\sin\left(90^0 - r\right) \rangle \frac{n_1}{n_2}$, vagyis $\cos r \rangle \frac{n_1}{n_2}$. (5.)

A (3.) és (5.) felhasználásával:

$$\left.\begin{array}{l} \sin^2 r = \left(\frac{n_0}{n_2}\right)^2 \sin^2 i \\ \cos^2 r \rangle \left(\frac{n_1}{n_2}\right)^2 \end{array}\right\rangle + \;\Rightarrow\; \begin{array}{c} \sin^2 r + \cos^2 r \rangle \left(\frac{n_0}{n_2}\right)^2 \sin^2 i + \left(\frac{n_1}{n_2}\right)^2 \\ \textit{mivel}, \;\; \sin^2 r + \cos^2 r = 1 \,, \\ n_2^2 \rangle\, n_0^2 \sin^2 i + n_1^2 \end{array}$$

Tehát a sugáráthaladás keresett feltétele: $n_2 \rangle \sqrt{n_0^2 \sin^2 i + n_1^2}$. (6.)

1. Esetek:

a.) A rúd *levegő*ben van, tehát: $n_0 = n_1 = n_{levegő} \approx 1$, így a (6.) szerint:

$n_2 \rangle \sqrt{1^2 . \sin^2 i + 1^2} \;\Rightarrow\; n_2 \rangle \sqrt{1 + \sin^2 i}$. De minden $i \in \left[-90^0, +90^0\right]$ szögre lépjen be a fénysugár, vagyis az $|i_{max}| = 90^0$ szögnél is! Ezért:

$$n_2 \geq \sqrt{1 + \sin^2 i_{max}} \;,\;\; n_2 \geq \sqrt{1 + \sin^2 90^0} \;\Rightarrow\; n_2 \geq \sqrt{1+1} \;,\;\; \textit{tehát}: \; n_2 \geq \sqrt{2} \;,\;\; n_2 \geq 1{,}41 \,.$$

b.) A rúd *víz*ben van, tehát : $n_0 = n_1 = n_{víz} \approx \frac{4}{3}$. A (6.) szerint:

$n_2 \rangle \sqrt{\left(\frac{4}{3}\right)^2 . \sin^2 i + \left(\frac{4}{3}\right)^2} \;\Rightarrow\; n_2 \rangle \frac{4}{3} \sqrt{\sin^2 i + 1}$. Lépjen be a fénysugár a^{z}

$|i_{max}| = 90^0$ -nál is: $n_2 \geq \frac{4}{3} . \sqrt{1^2 + 1}$, $n_2 \geq \frac{4}{3}\sqrt{2}$, *vagyis* : $n_2 \geq 1{,}89$.

A mag végei *levegő*vel, oldala *víz*zel érintkezik, vagyis:

$n_0 = n_{levegő} \approx 1$, $n_1 = n_{víz} \approx \frac{4}{3}$. Az előbbiekhez hasonlóan:

$$n_2 > \sqrt{1^2 . \sin^2 i + \left(\frac{4}{3}\right)^2}\ , \ \textit{így}\ \ n_2 > \sqrt{\sin^2 i_{\max} + \frac{16}{9}}\ , \ \textit{de itt is}\ \ |i_{\max}| = 90^0 \ \Rightarrow$$

$$n_2 \geq \sqrt{1 + \frac{16}{9}}\ , \quad n_2 \geq \sqrt{\frac{25}{9}}\ , \quad n_2 \geq \frac{5}{3}\ , \ \textit{Tehát}: \ n_2 \geq 1{,}66\ .$$

2. Amennyiben a törésmutatók ismertek, a (6.) egyenlőtlenség feltételt szab a gyengülés nélkül áthaladó sugár beesési szögére:

$$n_2^2 > n_0^2 . \sin^2 i + n_1^2\ , \quad \text{ahonnan} \quad |\sin i| < \frac{\sqrt{n_2^2 - n_1^2}}{n_0} \qquad (7.)$$

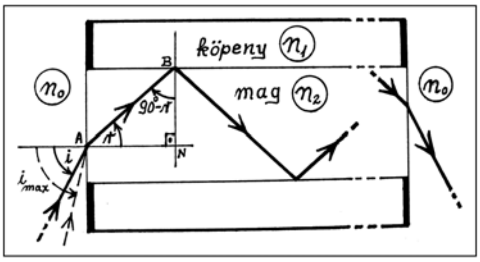
Esetünkben: $n_0 = n_{\text{levegő}} \approx 1$, $n_1 = n_{\text{víz}} \approx \frac{4}{3}$ és $n_2 = n_{\text{üveg}} \approx \frac{3}{2}$, így

$$|\sin i| < \sqrt{\left(\frac{3}{2}\right)^2 - \left(\frac{4}{3}\right)^2} \Big/ 1\ , \quad \sin i < \frac{\sqrt{17}}{6}\ , \quad i < \arcsin 0{,}687\ , \ \text{vagyis} \ \ i < 43.4^0\ .$$

Tehát: $i_{\max} = 43{,}4^0$. Viszont, belátható, hogy az áthaladó sugár kilépési szöge azonos az illető sugár belépési szögével. Ezért a *maximális kilépési szög* – a kilépő fény-nyaláb kúpszöge – szintén $43{,}4^0$ lesz.

Érdekes:

Számítsuk ki a legnagyobb kilépési szöget egy olyan *elképzelt* fényvezető szálnál, amelynél a törésmutatók értékei a következők: $n_0 = \sqrt{1}$, $n_1 = \sqrt{2}$, $n_2 = \sqrt{3}$!



1. ábra

F. 505. Essen az ***a*** állandójú reflexiós rácsra, ***α*** szög alatt a ***λ*** hullámhosszúságú, párhuzamos, koherens fénysugár. A ***k***-rendű, α_k szög alatt visszatükrözött, diffraktált nyalábnál, a rács két szomszédos sávjáról visszatérő sugár optikai útkülönbsége $\Delta_k = k \cdot \lambda$, ahol k=0, ±1,....

A 2. ábra szerint:

$$\Delta_k = \delta_{\text{beeső}} + \delta_{k,\text{visszavert}} = a \cdot (\sin\alpha + \sin\alpha_k) \ \Rightarrow \ a \cdot (\sin\alpha + \sin\alpha_k) = k \cdot \lambda\ .$$

Ahonnan: $\sin\alpha_k = k \cdot (\lambda/a) - \sin\alpha$ (1.)

– Az egyik vissza diffraktált sugár mindig a $k_0 = 0$ rendű lesz, ezt mintha egy tükör verné vissza, mert: $\sin\alpha_0 = 0 \cdot (\lambda/a) - \sin\alpha \Rightarrow \sin\alpha_0 = -\sin\alpha \Rightarrow \alpha_0 = -\alpha$.

– A feladat szerint a második sugár egybe kell, hogy essen a beeső sugárral.

Ennek a feltétele: $\alpha_k = \alpha$, vagyis $\sin\alpha_k = \sin\alpha$.

Az (1.) alapján $\sin\alpha = k \cdot (\lambda/a) - \sin\alpha$, és innen: $\sin\alpha = (\lambda/2a) \cdot k$ (2.)

Amint látható, a (λ/a) értékétől függ, hogy hány *k* értékre teljesülhet a diffraktált sugár fényforrásba való visszatérítése.

A feladat szerint $\alpha = 26^0$ és két elhajlási sugár van, az egyik nyilván a *k*=0 rendű, a másik így csak a *k*=1 lehet. A (2.) alapján: $a = (k \cdot \lambda)/(2\sin\alpha) \Rightarrow$
$a = (1 \cdot 650 \cdot 10^{-9})/(2 \cdot \sin 26^0) \approx 0{,}74 \cdot 10^{-6}\, m$, tehát a *keresett rácsállandó* $a \approx 0{,}74\, \mu m$.

Most győződjünk meg arról, hogy a *k*=0,+1 –en kívül nem keletkezhetnek más elhajlási sugarak is. Tehát az $\alpha = 26^0$, $a = 0{,}74\mu m$, $\lambda = 650 nm$ esetén ha mégis lenne, például a *k*=2, vagy a *k*=-1 re, akkor az (1.)-ből megkaphatnánk:

$* \; k = 2 \qquad \sin\alpha_2 = 2 \cdot (650 \cdot 10^{-9}/0{,}74 \cdot 10^{-6}) - \sin 26^0 \approx 1.31 > 0$ ||| *ami*

$* \; k = -1 \quad \sin\alpha_{(-1)} = (-1) \cdot (650 \cdot 10^{-9}/0{,}74 \cdot 10^{-6}) - \sin 26^0 \approx -1{,}31 < 0$ ||| *lehetetlen*!

A DVD, vagy a CD korong tükröző oldalát, mint reflexiós rácsot használhatjuk. Az információt hordozó spirális mélyedés sánczköze, az *a* rácsállandó, mint ismeretes:

$$a(DVD) \approx 0{,}75\mu m., \text{ valamint } a(CD) \approx 1{,}5\mu m.$$

Tehát a kért jelenség DVD-vel, nyilván, *megvalósítható*. CD-vel azonban *nem*, mert ennél a *k*=0,+1 rendű elhajlási nyalábokon kívül még megjelenik néhány más rendű is.

Az ábra segítségével belátható, hogy *általában* az elhajlási rendszám legnagyobb és legkisebb értéke:

$k_{max} = [(a+\delta)/\lambda] = [(a/\lambda) \cdot (1+\sin\alpha)]$ ||| *itt a szögletes zárójel* :

$k_{min} = -[(a-\delta)/\lambda] = -[(a/\lambda) \cdot (1-\sin\alpha)]$ ||| $[\cdots] =$ *egész része*

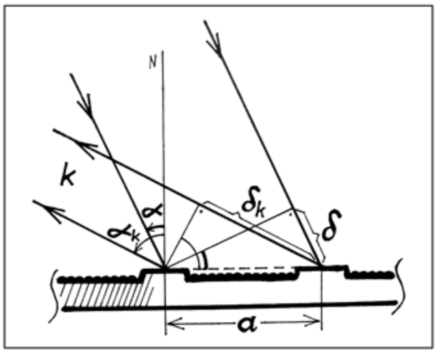
Alkalmazva ezt a CD-re, ahol $\alpha = 26^0$, $\lambda = 650\, nm$ *és* $a = 1{,}5\, \mu m$:

$k_{max} = [(1{,}5 \cdot 10^{-6}/650 \cdot 10^{-9}) \cdot (1+\sin 26^0)] = [3{,}32] = 3$

$k_{min} = -[(1{,}5 \cdot 10^{-6}/650 \cdot 10^{-9}) \cdot (1-\sin 26^0)] = -[1{,}29] = -1$

Viszont:

$k_{max} + k_{min} + 1 = 3 + 1 + 1 = 5$. Tehát CD esetén, a két elhajlási nyaláb helyett összesen öt jön létre a $k = +3, +2, +1, 0, -1$ rendszámmal.



2. ábra

F. 506. A pV = νRT állapotegyenletet alkalmazva a két tartályra kapjuk:

$p_1 = 37{,}395 \cdot 10^5$Pa és $p_2 = 4{,}155 \cdot 10^5$Pa

A $\nu = N/N_A$ összefüggésből következik: $N_1 = 9{,}03 \cdot 10^{23}$ és $N_2 = 3{,}01 \cdot 10^{23}$

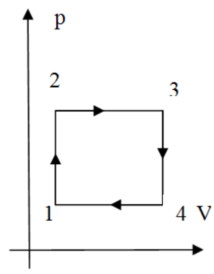
Az állapotegyenletet a gázkeverékre alkalmazva, írhatjuk: $p = (\nu_1+\nu_2)RT/(V_1+V_2)$, ahonnan $p = 12{,}465 \cdot 10^5$Pa.

A mólok számát a $\nu = m/\mu$ összefüggés adja. Ebből $\mu = m/\nu = (m_1+m_2)/(\nu_1+\nu_2)$, ahol $m_1 = \nu_1\mu_1$ és $m_2 = \nu_2\mu_2$. Behelyettesítve az értékeket, kapjuk: $\mu = 5{,}5$ g/mol

F. 507. p,V diagramon a körfolyamatot a 3. ábrán láthatjuk, ahonnan $L=(p_2-p_1)(V_4 - V_1)= p_1V_1$. A körfolyamat során felvett hő: $Q=Q_{12}+Q_{23}$, ahol $Q_{12}=\nu C_v(T_2-T_1)$ és $Q_{23}= \nu C_p(T_3-T_2)$.

A $p_1/T_1= p_2/T_2$ izochor állapotváltozás egyenletéből következik, hogy $T_2=(p_2/p_1)T_1=2T_1$, míg a $V_1/T_2= V_4/T_3$ izobár állapotváltozás egyenletéből $T_3=(V_4/V_1)T_2=4T_1$.

Behelyettesítve, kapjuk: $Q = Q_{12}+ Q_{23} = 6p_1V_1$ és $\eta=L/Q = 1/6$, míg a Carnot-ciklus hatásfokára az $\eta_c = 1 - T_1/T_3 = 0,75$ érték adódik.



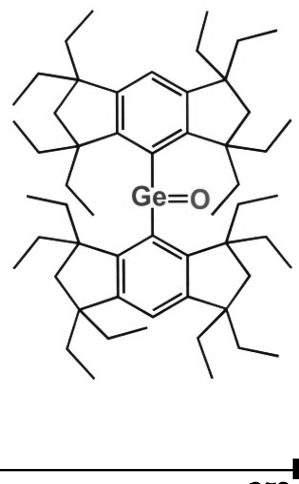
3. ábra

híradó

Szerveskémiai érdekességek

A periódusos rendszer IV. csoportjának nemfémes elemei közül a szénnek van a legtöbb vegyülete, míg a vele rokon vegyi jellegű szilíciumnak (Si) és germániumnak(Ge) sokkal kevesebb. A kémiakutatás története során számos próbálgatás történt ezen elemeknek a szénvegyületekkel analóg származékainak előállítására. Így sikerült pl. az alkánokhoz hasonló szilánok (Si_nH_{2n+2}) szintézise, szilanolok, éterkötést tartalmazó származékok stb. előállítása, de ezek sokkal kisebb stabilitásúak mint a megfelelő szénvegyületek, sokkal kevesebbet ismerünk belőlük. A germániumra ezek az állítások fokozottabban valósak, mivel elektronegatív jellege gyengébb, kevésbé stabil kovalens kötéseket alakítanak ki az atomjai. A kutatások során viszonylag számos, jelentős olyan vegyületet sikerült szintetizálni, amelyekben nem csak C-C, hanem C-X-C, (X: Si, Ge) kötések vannak. Már több mind száz éve próbálkoztak olyan típusú vegyületek előállításával, ahol a funkciós csoport a szénnél nehezebb elemet (X) tartalmazza.

A múlt évben közölték az első, stabil keton-analóg előállítását, amelyben a Ge=O ketocsoport található.



Ez a $C_{50}H_{90}GeO$ molekulaképletű vegyület (2012 szeptemberben a hónap molekulájának választották) a ketonokhoz hasonlóan viselkedik. Vízzel diolt, széndioxiddal ciklikus karbonátot képez annak ellenére, hogy a molekulaszerkezet stabilitását biztosító nagytérfogatú csoportok térgátlása reakcióképesség hiányát eredményezhetné. A statikus szerkezeti képletben képzeljétek el az atomok molekulán belüli mozgáslehetőségeit, a C-Ge kötés körüli, az aromás gyűrűkhöz kapcsolódó „csápok” C-C egyeskötései körüli mozgását, s akkor könnyen elfogadható ennek a nem rég előállított érdekes molekulának a kémiai aktivitása.