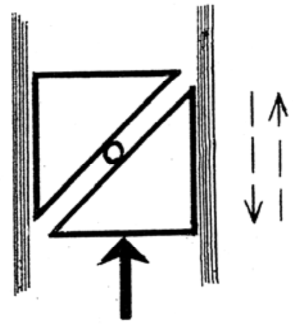
Fizika



F. 569. Pisti régi fakockáit rendezi. A függőlegesre állított játéktartó fadobozban a két egymásra rakott félkockát egyenletesen le-, majd felfelé mozgatja. Ujjával tartva az alsó félkocka alját – úgy értékeli –, hogy lefelé haladásnál éppen fele akkora erőt fejt ki, mint a felfelé történő mozgásnál (ábra).

Segítsünk neki a doboz és a kocka közötti csúszó súrlódási együttható kiszámításában (a két félkocka közé még egy gömbölyű ceruzát is helyezett).

F. 570. Két egyforma, $l = 5\,m$ hosszúságú szőnyeg egymásra téve a parketten fekszik. A felső szőnyeg egyik végét rögzítjük, majd az alsót lassan kihúzzuk alóla. Kezdetben a szükséges húzóerő $F_1 = 100\,N$, mely lecsökken $F_2 = 20\,N$ -ra. Mekkora munkát kell végezzünk, és mekkora a szőnyeg-szőnyegen, valamint a szőnyeg-parketten való csúszási súrlódási együtthatók aránya?

Bíró Tibor feladatai

(A feladatok megoldásait lásd a következő oldalon!)

Megoldott feladatok

Kémia – *FIRKA 2015-2016/2.*

K. 829. Az eredeti oldat adatait 1-es indexszel, a 100g cukor oldása után kapott oldatét 2-es indexszel jelöljük

$m_1 = 400g$ $m_c = 400 \cdot 0,25 = 100g$ $m_2 = 400 + 100 = 500g$

500g old$_2$ … 200gcukor

100g ….. $x = 200 \cdot 100/500 = 40g$

Tehát a cukor oldása után az oldat töménysége 40%(m/m).

Az 500g cukoroldatban 200g cukor és 300g víz van, ezeknek az anyagmennyiségét (n) az $n = m/M$ összefüggéssel számíthatjuk ki.

$M_{H2O} = 18g/mol$ $M_{C12H22O11} = 342g/mol$

$n_{H2O} = 300/18 = 16,667mol$ $n_{C12H22O11} = 200/342 = 0,585$

$n_{H2O} / n_{C12H22O11} = 16,667/0,585 = 28,5:1$

K. 830. Ha 1mol HCl térfogata normál körülményeken 22,4dm^3, akkor 8,96dm^3 térfogatban 8,96/22,4 = 0,4 mólnyi HCl van. Az oldat moláros töménységén az 1dm^3 oldatban levő anyagmennyiséget értjük. A feladat adatai szerint 400cm^3 oldatban 0,4mol oldódott, akkor 1dm^3 oldatban 1mol oldott HCl van. Tehát az oldat moláros töménysége 1mol/dm^3. Vízben oldva a HCl gyakorlatilag teljes mértékben disszociál:

$HCl + H_2O \rightarrow H_3O^+ + Cl^-$, tehát $[H_3O^+] = [HCl]$, ezért $[H_3O^+] = 1mol/dm^3$.

Mivel a $pH = -lg[H_3O^+]$, az oldat pH-ja = 0.

K. 831. $m_{Al} + m_{Fe} + m_{Cu} = 12g$

A három fém közül csak az alumínium képes redukálni a víz hidrogénjét lúgos közegben. Ezért a NaOH oldattal való reakció során képződő $6,72dm^3$ térfogatú gáz az alumíniummal egyenértékű hidrogén.

$Al + 3H_2O + NaOH \rightarrow 3/2H_2 + Na[Al(OH)_4]$ (1)

$27gAl$ … $3/2 \cdot 22,4dm^3H_2$

m_{Al} … $6,72dm^3$ $m_{Al} = 5,4g$

Sósavval az alumínium és a vas is reagál, a réz nem.

$Al + 3HCl \rightarrow 3/2H_2 + AlCl_3$ (2)

$Fe + 2HCl \rightarrow H_2 + FeCl_2$ (3)

Ha sósavas oldatból felszabaduló $8,96dm^3$ hidrogénből $6,72dm^3$ az alumíniummal való reakcióból származik, akkor a vas reakciójából $8,96 - 6,72 = 2,24dm^3$ (ez 0,1mol) hidrogén képződött. A (3) reakcióegyenlet alapján $n_{Fe} = n_{H2}$, ezért a fémkeverékben a vas tömege: $m_{Fe} = n_{Fe} \cdot M_{Fe} = 5,6g$

$M_{Cu} = 12- (m_{Al} + m_{Fe}) = 1g$

12g keverék … 5,4gAl … 5,6gFe … 1gCu

100g …. x = 45,0 ….y = 46,67… z = 8,33

Tehát a fémkeverék minta 45,0% alumíniumot, 46,67% vasat és 8,33% rezet tartalmaz.

Az (1) reakcióegyenlet alapján $n_{NaOH} = n_{Al} = 5,4/27 = 0,2mol$

$1dm^3$ 1M-os NaOH oldat… 1mol Al-al reagál

$V_{NaOH\text{-}old}$ „ „ „ „ … 0,2mol „ „ ahonnan$V_{NaOHold.}=0,2dm^3$

A sósavval való reakciókban $n_{HCl} = 3n_{Al} + 2n_{Fe} = 0,8mol$

$1dm^3$ 2M-os HCl oldat … 2mol HCl

$V_{HCl\ old.}$ … 0,8mol ahonnan $V_{HCl\ old.} = 0,4dm^3$

K. 832. A kémiai változás egyensúlyra vezető bomlási reakció

$C_2H_6 \leftrightarrow C_2H_4 + H_2$

1-x x x

Mivel az etán átalakulási foka 45%-os (100 molekulából 45 bomlik), x = 0,45

Ha a reakció elején az adott térfogatban 1mol anyag volt, az egyensúly beálltakor

1-0,45 = 0,55mol etán, 0,45mol etén és 0,45mol hidrogén, összesen 1,45mol gáz állapotú termékelegy lesz. Mivel állandó térfogaton és hőmérsékleten a gázok nyomása az anyagmennyiségükkel egyenesen arányos mennyiség, a gáznyomás a reakciótérben nagyobb lesz, annyiszor, ahányszorosára nőtt a gázmolekulák száma: 1,45-ször.

Sűrűség alatt az egységnyi térfogatú anyag tömegét értjük ($\rho = m/V$). Normál állapotban az etán sűrűsége $30g/22,4dm^3 = 1,34g/dm^3$. A reakció során a reakciótérben az anyag sűrűsége nem változik.

Fizika

F. 569. A mozgó félkockára ható erők (ábra):

$\vec{F}_{le}$, $\vec{F}_{fel}$ – a Pisti felfelé taszító ereje a rendszer leeresztésénél illetve emelésénél;

$\vec{G}_1$, $\vec{G}_2$ – az egyforma félkockák súlya, $\vec{G}_1 = \vec{G}_2 = \vec{G}$, vagyis; $G_1 = G_2 = G$;

$\vec{N}_{01}$, $\vec{N}_{02}$ – a doboz *o*ldalának merőleges nyomóereje, $\vec{N}_{01} = -\vec{N}_{02}$, ezért $N_{01} = N_{02} = N_0$;

$\vec{N}_{12}$, $\vec{N}_{21}$ – a félkockák – gördülő ceruza közvetítésével – egymásra kifejtett ereje, $\vec{N}_{12} = -\vec{N}_{21}$, így $N_{12} = N_{21} = N$;

$\vec{F}_{S1}, \vec{F}_{S2}$ – a doboz oldalán csúszó félkockákra ható súrlódási erők, $F_{S1} = F_{S2} = \mu \cdot N_0$.

Amennyiben a félkockák rendszerét egyenletesen le vagy fel mozgatjuk, a rájuk ható erők eredője nulla.

Így *leeresztésnél*: $\begin{cases} \vec{F}_{S1} + \vec{N}_{01} + \vec{N}_{12} + \vec{G}_1 = 0 \\ \vec{F}_{S2} + \vec{N}_{02} + \vec{N}_{21} + \vec{G}_2 + \vec{F}_{le} = 0 \end{cases}$.

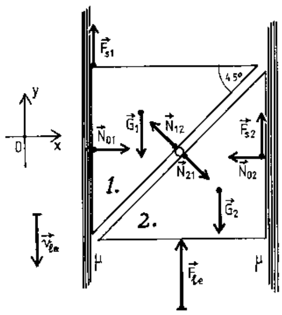
Az erővektorokat vetítjük az Oxy koordináta tengelyekre:

$$\left.\begin{array}{c} \left.\begin{array}{c} N_0 - N\sin 45^0 = 0 \\ \mu N_0 + N\cos 45^0 - G = 0 \end{array}\right\} \\ \left.\begin{array}{c} -N_0 + N\sin 45^0 = 0 \\ \mu N_0 - N\cos 45^0 - G + F_{le} = 0 \end{array}\right\} \end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{array}{c} N_0 = \left(\sqrt{2}/2\right)N \\ \mu N_0 + \left(\sqrt{2}/2\right)N = G \\ \mu N_0 - \left(\sqrt{2}/2\right)N = G - F_{le} \end{array}\right\}, \text{ innen: } F_{le} = \frac{2}{1+\mu}\cdot G \ .$$

Ha *felfelé* mozgatjuk a félkockákat, a taszító erő F_{fel}, és ekkor az előbbihez hasonló gondolatmenettel kapjuk, hogy: $F_{fel} = \dfrac{2}{1-\mu}\cdot G$.

Mivel azonban: $F_{fel} = 2\cdot F_{le} \Rightarrow \dfrac{2}{1-\mu}\cdot G = 2\cdot\dfrac{2}{1+\mu}\cdot G \Rightarrow \mu = \dfrac{1}{3}$.

Tehát a doboz és a kocka közötti *csúszósúrlódási együttható* értéke $\mu \cong 0,33$.



F. 570.

▪ A szőnyegek hossza *l*, tömegük m_f *és* m_a (*f*első / *a*lsó), így az egységnyi hosszra eső szőnyeg tömege: m_f/l *és* m_a/l. Lévén a szőnyeg hajlékony, ránehezedik az éppen alatta levő testre, nyomja azt. A *sz*őnyeg-*sz*őnyeg, illetve a *sz*őnyeg-*p*arkett közti csúszósúrlódási együtthatók μ_{sz-sz} és μ_{sz-p} .

▪ Tételezzük fel, hogy az alsó szőnyeget már részben – x távolságra – kihúztuk a felső alól (1. ábra). Mekkora $F(x)$ erővel kell húzni ekkor az alsó szőnyeget?

Az alsó szőnyeget visszatartja az $(l-x)$ hosszúságú, felső szőnyeg alatti felület részére ható $F_S(sz-sz)=\mu_{sz-sz}(l-x)(m_f/l)g$, valamint az alsó szőnyeg, alsó felületére, a parkett részéről ható súrlódási erő

$$F_S(sz-p)=\mu_{sz-p}\left[(l-x)(m_f/l)+l(m_a/l)\right]g.$$

Így az alsó szőnyeg kihúzásához szükséges erő az x helyen:

$$F(x)=F_S(sz-sz)+F_S(sz-p), \text{ vagyis}$$

$$F(x)=\left[(l-x)m_f(\mu_{sz-sz}+\mu_{sz-p})+l\mu_{sz-p}m_a\right](g/l).$$

A kihúzás kezdetén $(x=0)$, és végén $(x=l)$, a húzóerők ismertek:

$F(x=0)=F_{max}=100N$ *és* $F(x=l)=F_{min}=20\,N$. Behelyettesítve:

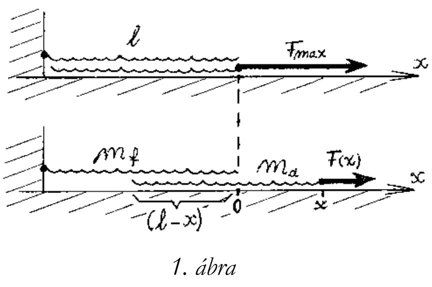
$$\left.\begin{array}{r}\mu_{sz-sz}m_f+\mu_{sz-p}(m_f+m_a)=F_{max}/g\\ \mu_{sz-p}m_a=F_{min}/g\end{array}\right\}, \text{ innen } \left.\begin{array}{l}\mu_{sz-p}=F_{min}/(m_a g)\\ \mu_{sz-sz}=\dfrac{m_aF_{max}-(m_a+m_f)F_{min}}{m_fm_ag}\end{array}\right\},$$

arányuk: $\dfrac{\mu_{sz-sz}}{\mu_{sz-p}}=\dfrac{m_aF_{max}-(m_f+m_a)F_{min}}{m_fF_{min}}$. A szőnyegek *egyformák*, ezért: $m_f=m_a=m$ és $l_f=l_a=l=5\,m$, így: $\dfrac{\mu_{sz-sz}}{\mu_{sz-p}}=\dfrac{F_{max}}{F_{min}}-2$, vagyis $\dfrac{\mu_{sz-sz}}{\mu_{sz-p}}=\dfrac{100}{20}-2=3$.

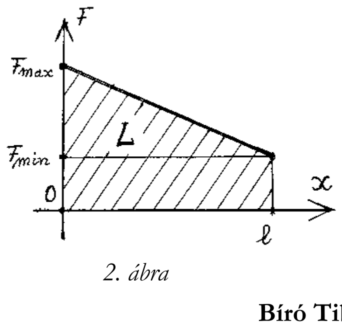
Ezért a szőnyeget parketten húzni háromszor könnyebb, mint egy másik szőnyegen.

▪ Ábrázoljuk kezünk helyzete (x) függvényében a kifejtett húzóerőt. Mivel $F(x)$ az x-nek lineáris függvénye, az alsó szőnyeg teljes kihúzásakor végzett munka (L) az erőgrafikon alatti területtel (trapéz; 2. ábra) számítható ki:

$L=(F_{max}+F_{min})\cdot l/2=(100+20)\cdot 5/2=300\,J$. Tehát $300\,J$ munkát kell végezzünk.



1. ábra



2. ábra

Bíró Tibor