

Pálfi György filmje: *Hukkle*, amely részben a „*tisztaügyi mérgekeverők*” néven elhíresült bűncselekmény-sorozat történetének feldolgozása : „Ki az urát nem szereti, nadragulyát főzön neki!,,

A nadragulyát önállóan, orvosi ellenőrzés nélkül tilos alkalmazni !

Majdik Kornélia

Az oszd meg és uralkodj (divide et impera) módszer

II. rész

Megoldott feladatok

Gyorsrendezés (Quick Sort)

Adott egy természetes számokat tartalmazó sorozat, rendezzük az elemeit növekvő sorrendbe a gyorsrendezés algoritmust használva.

A gyorsrendezés algoritmusának bemutatása

A feladatunk az lesz, hogy az első elem elé csoportosítsuk át a nála kisebb elemeket, míg a nála nagyobbakat átcsoportosítjuk az eredetileg első elem után. Ennek következtében az eredetileg első elem a helyére került (oda, ahol a rendezett sorozatban lennie kell). Most már csak az marad hátra, hogy az előtte levő és utána következő két sorozatrészt rendezzük. Ezen részek esetében is ugyanúgy járunk el, mint az eredeti sorozattal. Hasonlóan szétválogatva az elemet az első elem elé a nála kisebbeket és utána a nála nagyobbakat, majd azokat is kettészosztva, addig megyünk, amíg a rendezendő részeink egyelemű sorozatokká válnak (amelyek már rendezettek).

A feladat elemzése és megoldása

A megoldást rekurzívan implementáljuk, mert így sokkal könnyebben átgondolható és átlátható.

Itt is szükségünk lesz egy *bal* és egy *jobb* nevű változóra, amelyek megmutatják, hogy épp melyik részt rendezzük. A rendezendő rész első elemét (*bal*-adik elem) szeretnénk a helyére tenni úgy, hogy a nála kisebbeket eléje, a nála nagyobbakat utána csoportosítsuk. Ezután csak meg kell hívni a rendezést az eredetileg rendezendő részben első, most már a helyére került elem előtti és utáni sorozatrészekre.

Az átcsoportosítást úgy végezzük, hogy a rendezendő rész első elemét kivesszük (megőrizzük) egy *k* változóban. Ezután a rendezendő rész végéről előrefelé haladva keresünk egy nála kisebbet, amelyet áttesszünk a helyébe. Ennek következtében felszabadul az átrakott elem helye, és most a rendezendő rész elejéről hátrafelé haladva keresünk egy *k*-nál nagyobb értéket, amelyet a felszabadult helyre teszünk át. Természetesen, most a sorozat elejéről áttett, *k*-nál nagyobb elem helye szabadult fel. Mindezt addig ismétljük, amíg az átcsoportosítás megtörténik, és akkor a szabad helyre betesszük *k*-t. Ezután már csak meg kell hívni a rendezést a *k* előtti és a *k* utáni sorozatrészekre.

Lássuk részletesen, hogy is történik egy átcsoportosítás.

Legyen a sorozatunk a következő:

7 2 8 11 7 3 15 1 12

Mivel indulásból a teljes sorozatra hívjuk meg a rendező eljárást, a bal értéke 1, a jobb értéke 9 lesz. A k változóba pedig kivesszük a sorozat első elemét (általánosan a bal-adik elemét, vagyis $k \leftarrow T_{bal}$).

k	7	bal	1	jobb	9						
T indexei			1	2	3	4	5	6	7	8	9
T			2	8	11	7	3	15	1	12	

Legyen egy b és egy j változónk is. A j-vel fogunk jönni a sorozat végéről előrefelé, hogy az első k-nál kisebb elemet megtaláljuk (kezdetben $j \leftarrow jobb$), majd a sorozat elején levő megüresedett helyre tegyük. A b-vel megyünk a sorozat elejéről a vége felé, hogy az első k-nál nagyobb elemet a sorozat végén megüresedett helyre tegyük (kezdetben $b \leftarrow bal$).

k	7	bal	1	jobb	9	b	1	j	9		
T indexei			1	2	3	4	5	6	7	8	9
T			2	8	11	7	3	15	1	12	

A j indexváltozót addig csökkentük, amíg találunk egy k-nál kisebb értéket a j-edik pozíción.

k	7	bal	1	jobb	9	b	1	j	8		
T indexei			1	2	3	4	5	6	7	8	9
T			2	8	11	7	3	15	1	12	

Ez a nyolcadik pozícióban az 1-es lesz, és ezt átrakjuk a b-edik pozícióba.

k	7	bal	1	jobb	9	b	1	j	8		
T indexei			1	2	3	4	5	6	7	8	9
T			1	2	8	11	7	3	15	12	

Így most a j-edik pozíció szabad. A b indexváltozót addig növelgetjük, amíg találunk egy k-nál nagyobb értéket a b-edik pozícióban.

k	7	bal	1	jobb	9	b	3	j	8		
T indexei			1	2	3	4	5	6	7	8	9
T			1	2	8	11	7	3	15	12	

Ez a harmadik érték lesz, ami 8, és amit áteszünk a j-edik pozícióba.

k	7	bal	1	jobb	9	b	3	j	8		
T indexei			1	2	3	4	5	6	7	8	9
T			1	2	11	7	3	15	8	12	

Most megint a b-edik pozíció szabad. A j indexváltozót megint addig csökkentük, amíg találunk egy k-nál kisebb értéket a j-edik pozíción.

k	7	bal	1	jobb	9	b	3	j	6		
T indexei			1	2	3	4	5	6	7	8	9
T			1	2	11	7	3	15	8	12	

Ez a hatodik pozícióban a 3 lesz.

Tegyük át a 3-ast a b-edik pozícióba, ami által a j-edik pozíció szabadul fel.

k	7	bal	1	jobb	9	b	3	j	6		
T indexei			1	2	3	4	5	6	7	8	9
T			1	2	3	11	7	15	8	12	

A b indexváltozót addig növelgetjük, amíg találunk egy k-nál nagyobb értéket a b-edik pozícióban.

k	7	bal	1	jobb	9	b	4	j	6		
T indexei			1	2	3	4	5	6	7	8	9
T			1	2	3	11	7	15	8	12	

A negyedik, 11-es értéket kell áttenni a j-edik pozícióba.

k	7	bal	1	jobb	9	b	4	j	6		
T indexei			1	2	3	4	5	6	7	8	9
T			1	2	3		7	11	15	8	12

A j indexváltozót megint addig csökkentük, amíg találunk egy k-nál kisebb értéket a j-edik pozícióban. De vegyük észre, hogy nem találunk ilyen elemet, azelőtt, hogy a j lecsökkenne a b értékére. Tehát a b és j változókkal összeértünk a szabad pozíciónál, ami azt jelenti, hogy a k-nál kisebbek a szabad pozíció elé, a k-nál nagyobbak a szabad pozíció után kerültek. Vegyük észre azt is, hogy a k-val egyenlő értékeket nem mozgatjuk. Ezek is a helyükre kerülnek a későbbiekben, valamelyik részsorozat rendezésekor.

k	7	bal	1	jobb	9	b	4	j	4		
T indexei			1	2	3	4	5	6	7	8	9
T			1	2	3		7	11	15	8	12

Most már nem maradt más hátra, mint betenni a k értékét (ami eredetileg az első volt) a helyére, vagyis a szabad (b-edik vagy j-edik) pozícióba.

k		bal	1	jobb	9	b	4	j	4		
T indexei			1	2	3	4	5	6	7	8	9
T			1	2	3	7	7	11	15	8	12

A továbbiakban a fentebb leírtakat kell elvégezni a bal-tól (b-1)-ig tartó, és a (j+1)-től jobb-ig tartó részekre. Az is megfigyelhető, hogy a két rész, amelyekre el kell végezni az átcsoportosítást, nem ugyanakkora számosságú. Elő fog fordulni olyan is, hogy az egyik rész üres (például, ha a legkisebb elem a legelső). A lényeg, hogy csak akkor kell átcsoportosítani, ha a rendezendő rész számossága legalább 2 (vagyis egyenél több elemet tartalmaz).

Az algoritmus pszeudokódban:

Eljárás QuickSort(bal, jobb, T)

Ha jobb - bal > 0 akkor {ha legalább 2 elemű a rész}
 b ← bal
 j ← jobb
 k ← T_{bal}

```

Amíg  $b < j$  végezd el
  {a végén keresünk  $k$ -nál nagyobbat}
  Amíg  $b < j$  ÉS  $T_j > k$  végezd el
     $j \leftarrow j - 1$ 
  (Amíg) vége
  {ha  $a$  és  $j$  nem ért össze, akkor átrakjuk}
  Ha  $b < j$  akkor
     $T_b \leftarrow T_j$ 
  (Ha) vége
  {az elején keresünk  $k$ -nál kisebbet}
  Amíg  $b < j$  ÉS  $T_b < k$  végezd el
     $b \leftarrow b + 1$ 
  (Amíg) vége
  {ha  $a$  és  $j$  nem ért össze, akkor átrakjuk}
  Ha  $b < j$  akkor
     $T_j \leftarrow T_b$ 
  (Ha) vége
(Amíg) vége
 $T_b \leftarrow k$  {a szabadon maradó pozícióba átrakjuk az eredetileg első elemet}
QuickSort(bal,  $b - 1$ , T) {bal oldali rész rendezése}
QuickSort( $j + 1$ , jobb, T) {jobb oldali rész rendezése}
(Ha) vége

```

Eljárás vége

Algoritmus GyorsRendezés

Adottak: n , {a rendezendő sorozat elemeinek száma}
 T_i ($i=1, n$), {a rendezendő sorozat elemei}
QuickSort(l , n , T)
Eredmény: n , T_i ($i=1, n$)

Algoritmus vége

Hanoi tornyai

Hanoi egyik kolostorában három rúd található. Az elsőre ráfűztek N darab (a közepükön lyukas) páronként különböző átmérőjű korongot. A feladatunk az lenne, hogy erről az első rúdról minimális számú áthelyezést végezve, helyezzük át az összes korongot a második rúdra a harmadik felhasználásával, a következő szabályok betartása mellett:

- Egyszerre csak egy korongot lehet áttenni.
- Egy korongra csak nála kisebb átmérőjű korongot lehet tenni.

A feladat elemzése és megoldása

Mielőtt belekezdenénk a tulajdonképpeni megoldásba, el kell mondani, hogy nem ismert pontosan a feladat eredete.

Egyesek szerint az alapja egy legenda egy vietnámi templomról, ahol egy elzárt helyiségben létezik ez a három rúd. Eredetileg az elsőn 64 darab aranykorong volt. A legenda szerint akkor jön el a világ vége, amikor a szerzetesek átrakják az összes korongot a harmadik rúdra.

Mások szerint a feladatot vagy játékot egy Édouard Lucas nevű francia matematikus találta ki. Nem tudni, hogy Édouard Lucas hallott-e a legendáról, és az alapján alkotta meg a játékot vagy sem.

Ahhoz, hogy rájövünk a megoldásra, próbáljuk ki a játékot kevés számú koronggal. Jelöljük a három rudat A, B és C-vel úgy, hogy az A rúdról kell áttenni a korongokat a B-re a C felhasználásával.

Ha csak egy korongunk lenne, azt egyszerűen áttesszük az A rúdról a B-re. Egyetlen átrakási műveletre volt szükség.

Most vegyünk két korongot. Jelöljük ezeket 1-gyel és 2-vel úgy, hogy a felső korong legyen az 1-es, mivel annak az átmérője kisebb. Ebben az esetben az 1-es korongot áttesszük a C oszlopra, a 2-es korongot áttesszük a B oszlopra, majd végül az 1-es korongot a C oszlopról rátesszük a B oszlopon levő 2-es korongra, és megvölünk. Játsszuk végig:

1										1	
2			2		1		2	1		2	
A	B	C	A	B	C	A	B	C	A	B	C

Ebben az esetben 3 lépésre (áttevésre) volt szükség, amelyeket így is leírhattunk volna:

$$\begin{aligned}
 A &\xrightarrow{1} C \\
 A &\xrightarrow{2} B \\
 C &\xrightarrow{1} B
 \end{aligned}$$

Most pedig vegyünk három korongot, fentről lefelé 1-től 3-ig megszámozva:

1											
2			2								1
3			3	1		3	1	2	3		2
A	B	C	A	B	C	A	B	C	A	B	C

Vegyünk észre, hogy ebben a pillanatban átpakoltuk a felső két korongot az A-ról a C-re a B felhasználásával. Most csak át kell tenni a legnagyobb korongot az A-ról a B-re, majd a C-ről át kell pakolni a két korongot a B-re az A felhasználásával.

										1	
		1					2			2	
	3	2	1	3	2	1	3			3	
A	B	C	A	B	C	A	B	C	A	B	C

Ennek a megoldását a következőképpen lehet leírni:

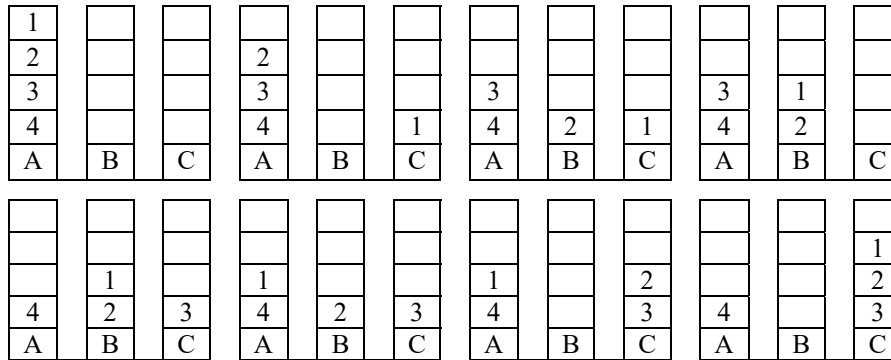
$$\begin{aligned}
 A &\xrightarrow{1} B & C &\xrightarrow{1} A \\
 A &\xrightarrow{2} C & C &\xrightarrow{2} B \\
 B &\xrightarrow{1} C & A &\xrightarrow{1} B \\
 A &\xrightarrow{3} B
 \end{aligned}$$

Most 7 lépést igényelt a megoldás.

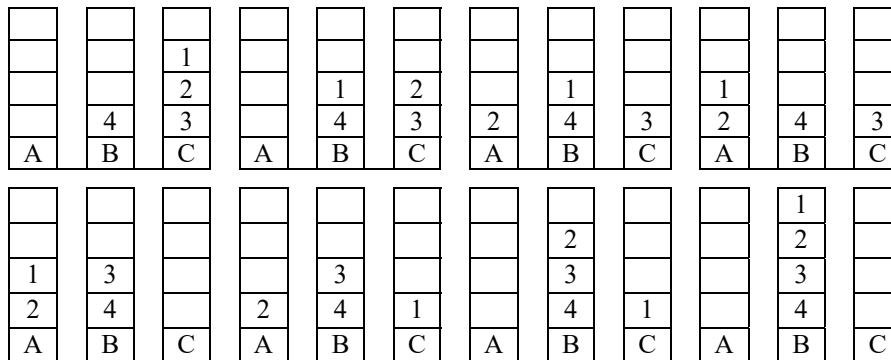
Egy másik érdekes észrevétel, hogy nem ugyanúgy kezdünk, ha páros, és nem ugyanúgy, ha páratlan számú korongunk van.

És a harmadik észrevétel, ami matematikai indukcióval nagyon könnyen bizonyítható, hogy ha N darab korongunk van, akkor $2^N - 1$ darab lépésre (áttevésre) van szükség. És akkor máris megnyugodhatunk, mert a legenda szerint nem jön el olyan hamar a világvége. Ha a szerzetesek másodpercenként 1 korongot tesznek át egyik rúdról a másikra, akkor körülbelül 585 milliárd évbe fog telni nekik a 64 korong átpakolása az első rúdról a második rúdra a megadott szabályok betartása mellett.

A biztos megértés érdekében játsszuk el 4 korongra is a játékot:



Ebben a pillanatban az eredetileg felső három korong átkerült a harmadik, C rúdra. Most már csak át kell tenni a 4-es korongot B-re majd a másik hármat rápakolni. Ez lesz a rekurzív megoldás alapölete. Vagyis áttettünk 3 korongot az A-ról a C-re a B felhasználásával, átrakjuk a legnagyobb korongot az A-ról a B-re és átpakoljuk a három korongot a C-ről a B-re az A felhasználásával.



Leírva az előző esetekben is használt jelöléssel a műveleteinket:

$$\begin{array}{ll}
 A \xrightarrow{1} C & B \xrightarrow{1} A \\
 A \xrightarrow{2} B & B \xrightarrow{2} C \\
 C \xrightarrow{1} B & A \xrightarrow{1} C \\
 A \xrightarrow{3} C &
 \end{array}$$

És ez az a pillanat, amikor a felső három korong át van pakolva az A-ról a C-re. Vagyis három (N-1) korongot átraktunk az A-ról a C-re a B felhasználásával.

Most következik a 4-es (a legnagyobb) korong helyretevése:

$$A \xrightarrow{4} B$$

Ezután át kell pakolni a C-ről a három (N-1) korongot az A használatával a B-re:

$$\begin{array}{ll}
 C \xrightarrow{1} B & A \xrightarrow{1} C \\
 C \xrightarrow{2} A & A \xrightarrow{2} B \\
 B \xrightarrow{1} A & C \xrightarrow{1} B \\
 C \xrightarrow{3} B &
 \end{array}$$

A három és négy koronggal végigjátszott esetek alapján a rekurzív megoldás azonnal körvonalazódik. A szabályok betartása mellett:

- tegyünk át N-1 korongot az A-ról a C-re a B felhasználásával
- tegyük át az A-n maradt egy darab, legnagyobb átmérőjű korongot a B-re
- tegyük át az N-1 korongot a C-ről a B-re az A felhasználásával

A rudak legyenek az A, B és C tömbök, amelyek elemeinek száma rendre n1, n2 és n3. Kezdetben természetesen az A tömbbe berakjuk az értékeket N-től 1-ig, és n1=N, a másik két tömb üres.

Elkészítünk egy eljárást, amely átrakja a k elemű X tömb utolsó elemét az m elemű Y tömb végére (csökkenti k-t és növeli m-et).

Eljárás Átrak(k, X, m, Y)

```

m ← m + 1
Ym ← Xk
k ← k - 1

```

Eljárás vége

Most már jöhet a feladatot megoldó eljárás, amely N darab elemet kell átrakjon az A tömbből a B tömbbe a C tömb felhasználásával.

Eljárás Hanoi(N, n1, A, n2, B, n3, C)

```

Ha N ≥ 1 akkor
    Hanoi(N-1, n1, A, n3, C, n2, B)
    Átrak(n1, A, n2, B)
    Hanoi(N-1, n3, C, n2, B, n1, A)
(Ha) vége

```

Eljárás vége

És az algoritmus:

Algoritmus HanoiTornyai

```

Adottak: N
n1 ← N

```

Minden $i \leftarrow 1, N$ végezd el
 $A_i \leftarrow N-i+1$
(Minden) vége
Hanoi($N, n_1, A, n_2, B, n_3, C$)
Eredmény: $n_1, A_i (i=1, n_1), n_2, B_i (i=1, n_2), n_3, C_i (i=1, n_3)$
Algoritmus vége

Demeter Hunor

Tények, érdekességek az informatika világából

Megdöbbentő tények a Facebookról. Érdekes adatok láttak napvilágot a népszerű közösségi oldallal kapcsolatban.

- 📖 Egyszer egy blogger azért bérelt fel egy nőt, hogy az illető minden alkalommal üsse meg, ha a blogger fellép a közösségi oldalra.
- 📖 A Facebook még akkor is nyomon követi, hogy milyen oldalakat látogatunk, ha kijelentkeztünk belőle.
- 📖 Egy nőt 20 hónap börtönre ítélt a bíróság Nagy-Britanniában, amiért az illető hamis profilokról küldött magának zaklató üzeneteket.
- 📖 Naponta nagyjából 600 ezer alkalommal próbálják meghekkelni a Facebookot.
- 📖 Mark Zuckerberget nem lehet letiltani a Facebookon.
- 📖 Kínában 2009-ben betiltották a Facebookot.
- 📖 Három emberből egy elégedetlen az életével miután belépett a Facebookra.
- 📖 Sok embert azért gyilkoltak meg, mert törölte valamelyik ismerősét a Facebookon.
- 📖 Közel 30 millió halottnak van profilja a Facebookon.
- 📖 Ha szeretnénk, akkor kalóz nyelvre is átállíthatjuk a Facebook nyelvét.
- 📖 Al Pacino arca volt az első feltöltött kép.
- 📖 829 millió ember használja napi rendszerességgel.
- 📖 Az okostelefon felhasználók többsége legalább 14× nézi meg a FB-t egy nap.
- 📖 1,32 milliárd ember lép be legalább egyszer havonta.
- 📖 Egy átlagos felhasználó 40 percet tölt naponta a Facebookon.
- 📖 A felhasználók 12 milliárd üzenetet küldenek naponta.
- 📖 A felhasználók 1 milliárd keresést indítanak naponta.
- 📖 Egy nem régiben elvégzett kutatás szerint a britek 5%, az együttlétek során is használja a Facebookot.
- 📖 4,75 milliárd megosztás történik naponta.
- 📖 Mark Zuckerberg 2013-ban 1 milliárd dollárt adományozott.
- 📖 A felhasználóknak 9%-a nem létező személy.
- 📖 Minden percben 1,8 millió like történik.
- 📖 Jó néhány embert megöltek a világon, csak azért mert elutasította, az ismerős-felkérést.