Ismert filmekben is (James Bond film „Casino Royale" (2006), Columbo „Uneasy Lies the Crown") a halált okozó hatóanyag a digoxin.

A *The decemberist* rock band a „The Rake's Song" dalában megénekli a gyűszűvirág veszélyeit.

Figyelem !

Ha kirándulásaink alkalmával a piros, lila, sárga gyűszűvirágokkal találkozunk, jusson eszünkbe, hogy fontos szívgyógyszerhatóanyagot tartalmaznak, gyönyörködjünk bennük, de vigyázzunk, mert csodaszép, de nagyon mérgező növények.

Majdik Kornélia

Az oszd meg és uralkodj (divide et impera) módszer

III. rész

Kitűzött feladatok

Szorzat

Számítsuk ki N darab szám szorzatát az oszd meg és uralkodj módszerrel.

Bemeneti adatok

A **`SZORZAT.BE`** szöveges állomány első sorában az `N` természetes szám található, megadva az összeszorzandó értékek számát. A második sorban szóközökkel elválasztva `N` darab valós szám található.

Kimeneti adatok

A **`SZORZAT.KI`** szöveges állomány egyetlen valós értéket kell tartalmazzon, amely a bemeneti számsorozat elemeinek szorzata.

LNKO

Adott egy sorozat. Határozzuk meg az oszd meg és uralkodj módszert használva az összes elem legnagyobb közös osztóját.

Bemeneti adatok

Az **`LNKO.BE`** szöveges állomány első sorában az `N` természetes szám található, megadva a sorozat elemeinek számát. A második sorban szóközökkel elválasztva `N` darab természetes szám található, amelyek a sorozat elemei.

Kimeneti adatok

Az **`LNKO.KI`** szöveges állomány egyetlen természetes értéket kell tartalmazzon, amely a bemeneti számsorozat elemeinek legnagyobb közös osztója.

Haladvány

Adott egy sorozat. Határozzuk meg az oszd meg és uralkodj módszert használva, hogy a sorozat elemei számtani haladványt alkotnak-e vagy sem.

Bemeneti adatok

A **HALAD.BE** szöveges állomány első sorában az `N` természetes szám található, megadva a sorozat elemeinek számát. A második sorban szóközökkel elválasztva `N` darab valós szám található, amelyek a sorozat elemei.

Kimeneti adatok

A **HALAD.KI** szöveges állomány első sorába írassuk ki az `IGEN` szót abban az esetben, ha a sorozat számtani haladvány illetve a `NEM` szót, ha nem számtani haladvány.

Növekvőség

Adott egy sorozat. Határozzuk meg az oszd meg és uralkodj módszert használva, hogy a sorozat elemei növekvő sorrendben vannak vagy sem.

Bemeneti adatok

A **NOVEK.BE** szöveges állomány első sorában az `N` természetes szám található, megadva a sorozat elemeinek számát. A második sorban szóközökkel elválasztva `N` darab valós szám található, amelyek a sorozat elemei.

Kimeneti adatok

A **NOVEK.KI** szöveges állomány első sorába írassuk ki az `IGEN` szót abban az esetben, ha a sorozat elemei növekvő sorrendben vannak-e illetve a `NEM` szót, ellenkező esetben.

Hatványozás

Határozzuk meg egy x ($x \neq 0$) szám k-adik hatványát az oszd meg és uralkodj módszerrel (k természetes).

Bemeneti adatok

A **HATVANY.BE** szöveges állomány egyetlen sorában két, egymástól szóközzel elválasztott, természetes szám található, amelyek a feladat kijelentésében szereplő x és k értékek.

Kimeneti adatok

A **HATVANY.KI** szöveges állomány az x^k értéket kell tartalmazza.

Legnagyobb összegű részsorozat

Adott egy `N` elemű sorozat. Határozzuk meg azt a legnagyobb összeget, amelyet a sorozat egymás utáni elemeinek összegeként kapunk.

Bemeneti adatok

A **MAXSOR.BE** szöveges állomány első sorában az `N` természetes szám található, megadva a sorozat elemeinek számát. A második sorban szóközökkel elválasztva `N` darab valós szám található, amelyek a sorozat elemei.

Kimeneti adatok

A **MAXSOR.KI** szöveges állomány első sorába írassuk a kért legnagyobb összeget.

Úszómedence

Egy tulajdonos szeretne egy úszómedencét építeni a kertjében. A kert téglalap alakú, és bizonyos pontjain dísznövények találhatók. A tulajdonos szeretné tudni, hogy mekkora lehetne az a legnagyobb területű úszómedence, amelyet úgy építhetne, hogy egy növényt sem kell elköltöztetni az eredeti helyéről. A tulajdonos olyan téglalap alakú medencét szeretne, amelynek oldalai párhuzamosak a kertet körülvevő kerítéssel. Egy dísznövény maradhat a medence szélén is.

Bemeneti adatok

A **MEDENCE.BE** szöveges állomány első sorában két, H és S, természetes szám található, amelyek megadják a kert hosszúságát és szélességét. Ha egy koordináta rendszerben ábrázolnánk a kertet, akkor a bal alsó sarok lenne az origóban és a jobb felső sarok lenne a (H,S) koordinátájú pont. Az állomáy következő sorában az N természetes szám található, amely megadja kertben levő dísznövények számát. A következő N darab sor mindenikében egy-egy dísznövény a fentebb említett koordináta rendszerbeli koordinátái szerepelnek (ordináta és abszcissza szóközzel elválasztva).

Kimeneti adatok

A **MEDENCE.KI** szöveges állomány első sorába írassuk ki a legnagyobb területű úszómedence területét, amelyet a követelmények mellett meg lehetne építeni. A második sorba írassuk ki ennek az úszómedencének a bal felső és jobb alsó sarkának koordinátáit (négy érték, a bal felső sarok ordinátája és abszcisszája valamint a jobb alsó sarok ordinátája és abszcisszája).

Medián

Értelmezés szerint egy sorozat medián értéke az az eleme a sorozatnak, amelynél az elemek fele kisebb és a másik fele nagyobb, másképpen mondva, ha a sorozat elemeit növekvő sorrendbe rendezzük, akkor a medián lenne a középső elem. Ha páros számú elemet tartalmaz a sorozat, akkor két ilyen középső elem is létezik, ilyenkor a kettő közül mindig a kisebb a medián.

Adott egy N darab természetes elemet tartalmazó sorozat. Határozzuk meg a sorozat mediánját oszd meg és uralkodj módszert alkalmazva anélkül, hogy rendezzük a sorozatot.

Bemeneti adatok

A **MEDIAN.BE** szöveges állomány első sorában az N természetes szám található, megadva az sorozat elemeinek számát. A második sorban szóközökkel elválasztva N darab természetes szám található, amelyek a sorozat elemei.

Kimeneti adatok

A **MEDIAN.KI** szöveges állomány első sorába írassuk ki a sorozat mediánját.

Megoldási útmutató a kitűzött feladatokhoz

Szorzat

Kettéosztva a sorozatot a közepénél, ha meghatározzuk a bal oldali részben szereplő elemek szorzatát, majd a jobb oldali részben levő elemek szorzatát is, akkor ezeket csak össze kell szorozni és megvan az eredmény. A triviális feladat az egy elemű rész elemeinek szorzata, ami maga az az egy elem.

LNKO

Kettéosztva a sorozatot a közepénél, ha meghatározzuk a bal oldali részben szereplő elemek legnagyobb közös osztóját, majd a jobb oldali részben levő elemek legnagyobb közös osztóját is, akkor ezeknek ki kell számolni a legnagyobb közös osztóját és megvan az eredmény. A triviális feladat az egy elemű rész elemeinek legnagyobb közös osztója, ami maga az az egy elem.

Haladvány

Egy sorozat elemei számtani haladványt alkotnak, ha bármely két egymás utáni elem különbsége ($x_i - x_{i-1}$) állandó. Hogy mennyi kell legyen ez a c állandó érték, azt ki lehet számolni az első két elem különbségéből, $c \leftarrow x_2 - x_1$.

Kettéosztjuk a sorozatot a közepénél. Akkor lesz az eredeti sorozat számtani haladvány, ha a bal oldal is számtani haladvány, a jobb oldali rész is számtani haladvány és ha a két rész találkozásánál levő elemek különbsége c (ha a k-adik elemnél osztottuk ketté a sorozatot úgy, hogy a bal oldali rész x_1-től x_k-ig tart és a jobb oldali rész x_{k+1}-tők x_N-ig, akkor $x_{k+1} - x_k$ egyenlő kell legyen c-vel). A triviális feladat eldönteni az egy elemű részről, hogy számtani haladvány-e, amit annak fogunk tekinteni.

Növekvőség

Egy sorozat elemei növekvő sorrendben vannak, ha a közepénél kettéosztva a sorozatot a bal oldali rész is és a jobb oldali rész is növekvő valamint a két rész találkozásánál levő elemekre igaz a következő: ha a k-adik elemnél osztottuk ketté a sorozatot úgy, hogy a bal oldali rész x_1-től x_k-ig tart és a jobb oldali rész x_{k+1}-tők x_N-ig, akkor $x_k \leq x_{k+1}$. A triviális feladat eldönteni az egy elemű részről, növekvő-e, ami igaz.

Hatványozás

Nyilván van gyorsabb megoldás, mint az 1-től k-ig menő ciklus segítségével, vagyis ismételt szorzásokkal számolni az x^k értéket. Könnyen rá lehet jönni, ha k páros, vagyis felírható úgy, mint $k=2\cdot d$, akkor $x^k=x^d\cdot x^d$, ha viszont k páratlan, vagyis felírható úgy, mint $k=2\cdot d+1$, akkor $x^k=x^d\cdot x^d\cdot x$. Tehát a részfeladatra bontásunk a következő képletre alapozható:

$$x^k = \begin{cases} 1, & ha\, k = 0 \\ x^{[k/2]} \cdot x^{[k/2]}, & ha\, k > 0\, és\, páros \\ x^{[k/2]} \cdot x^{[k/2]} \cdot x, & ha\, k\, páratlan \end{cases}$$

A triviális feladat az x^0 és x^1 kiszámolása.

Legnagyobb összegű részsorozat

Ha kettéosztjuk a sorozatot a közepénél, akkor a legnagyobb összeg származhat a bal oldalról, származhat a jobb oldalról, de lehet, hogy a legnagyobb összegű részsor egyik fele a bal, másik a jobb oldalon található. Ezért meg kell határozni a középső elemtől kiindulva az elemek összegét is, és valahányszor nagyobb értéket kapunk az eddig meghatározott maximumtól, akkor azt őrizzük meg.

Úszómedence

Érdemes lerajzolni egy egyszerű példát, amikor csak egy dísznövény található a kertben. Ha húzunk egy vízszintes és egy függőleges egyenest a dísznövény koordinátái által megadott ponton keresztül, akkor ezek az egyenesek a kertet négy kisebb téglalapra osztják, amelyek egyikében sincs már dísznövény. Ezek közül a legnagyobb területű lesz a megoldás. Ha több dísznövény is van, akkor az egyikre elvégezzük az előzőekben leírt felbontást és a keletkezett négy téglalap közül azokra, amelyek tartalmaznak legalább egy dísznövényt, megint hasonlóan dolgozunk.

A triviális feladathoz akkor jutunk el, amikor egy olyan téglalaphoz jutottunk, amely nem tartalmaz dísznövényt. Ennek meg kell határozni a területét, és ha nagyobb, mint az eddig talált legnagyobb területű téglalap, akkor ezt kell megőrizni.

Medián

Habár nincs megengedve a rendezés, a megoldás hasonlít a gyors rendezésnél használt eljáráshoz. A sorozatunk elemeit két csoportba soroljuk a következőképpen: az első elemnél kisebbek sorozata legyen a `Hbal` és a nála nagyobbak sorozata pedig a `Hjobb`. Az eredeti sorozat elemeinek száma `N`, és legyen a `Hbal` sorozat számossága `Nbal`, a `Hjobb` sorozat számossága pedig `Njobb`. Ekkor egyértelmű, hogy `Nbal+1+Njobb=N`. Három eset lehetséges:

1. megtaláltuk a mediánt, abban az esetben, ha Nbal=Njobb vagy Nbal=Njobb+1.
2. a medián a Hbal sorozatban van és annak a növekvő sorrendbe rendezés szerinti k-adik eleme; a k-t úgy kapjuk, hogy k=[N/2].
3. a medián a Hjobb sorozatban van és annak a növekvő sorrendbe rendezés szerinti k-adik eleme; a k abból számolható, hogy Nbal+1+k=[N/2], vagyis k=[N/2]-Nbal-1.

Tulajdonképpen arra vezetődött vissza a feladat, hogy határozzuk meg egy sorozat növekvő sorrendbe rendezés szerinti `k`-adik elemét. Az alaphelyzetből kiindulva a teljes sorozatnak természetesen az `[N/2]`-edik elemét akarjuk meghatározni. Tehát képletesítve a dolgokat:

$$\text{keres}(H,k)=\begin{cases} H_1, & ha\left|Hbal\right|=k-1 \\ \text{keres}(Hbal,k), & ha\left|Hbal\right|\geq k \\ \text{keres}(Hjobb,k-\left|Hbal\right|-1), & \textit{különben} \end{cases}$$

Ahol a `|T|` jelölés a `T` halmaz, sorozat számosságát jelenti, H_1 annak a sorozatrésznek az első eleme, amellyel épp dolgozunk (nem mindig az eredeti sorozat legelső eleme, csak az első meghívásnál) és a legelső meghívásnál `k=[N/2]`.

A módszert lehet javítani, ha három részre bontjuk a sorozatot: az első elemnél kisebbek, az első elemmel egyenlők és az első elemnél nagyobbak. Ebben az esetben nem fordulhat elő, hogy a medián értékének többszörös előfordulása esetén nem találjuk meg az első olyan alkalommal, amikor valamelyik előfordulás szerint bontjuk részekre a sorozatot (részsorozatot). Nem arról van szó, hogy amikor az első elem szerint a kisebbeket eléje, a nagyobbakat utána válogatjuk, akkor a vele egyenlők, valahova köréje kell kerüljenek egymás utáni pozíciókba, hanem számoljuk meg, hogy hány vele egyenlő van előtte és hány utána. Ennek megfelelően pontosítható a fenti képlet.

Lássunk egy egyszerű példát. Legyen a sorozat a következő:

`5 2 9 8 4 5 7`

Ebben az esetben a legelső elem, ami 5-ös, a medián, de ha a gyors rendezés elve szerint a nagyobbakat eléje, a kisebbeket utána válogatjuk, akkor a következő sorozatot kapjuk:

`4 2` **`5`** `8 9 5 7`

Az eredetileg első pozícióban levő 5-ös érték a harmadik pozícióba került. A képlet szerint nem ez a medián, hanem a negyedik elemtől az utolsóig tartó (jobb oldali) rész első eleme kell legyen. De ha figyelembe vesszük, hogy a jobb oldali részben van egy 5-ös, akkor megvagyunk.

Demeter Hunor