

## Fizika óravázlatok – tanároknak

### VIII. rész

#### Bevezetés

Jelen évfolyam számaiban folytatjuk az előző év folyamán a mechanika témakörben közölt óravázlatokat. Az óravázlatok a következő struktúrát követik (Falus Iván nyomán): Motiválás (érdeklődés felkeltése) – Előfeltételek (előismeretek felidézése) – Kifejtés (az ismeretek feldolgozása) – Rögzítés (ismétlés, rendszerezés) – Alkalmazás (kézségek kialakítása) – Ellenőrzés. Az *Ellenőrzés* mozzanatán belül a fejlesztő értékelés oktatási módszerét alkalmazzuk (Csapó Benő nyomán): *Előzetes felmérés – Előzetes kompenzáció – Mediálás – Utólagos felmérés – Utólagos kompenzáció – A tudásbeli nyereség kiszámítása*

#### Erőtípusok: *A tömegvonzási erő*

##### a) *Motiválás*

Tudjátok, hogy miért esik le az alma a fáról (mint annak idején: éppen a Newton fejére)?

Tudtátok, hogy ugyanaz az aranytömb rugós mérleggel mérve súlyosabb a sarkoknál, mint az Egyenlítőn? Érdemes oly módon nyereséghez jutni, hogy az Egyenlítőn veszünk aranyat és az Északi- vagy Déli-sarkon adjuk el? Tudjátok, melyik magyar tudós szerkesztett egy torziós ingát, amellyel a geológusok ma is dolgoznak?

##### b) *Előfeltételek*

Ismert, hogy a Földünk alakja nem egészen pontosan egy forgási ellipszoid, ún. geoid alakú, a lapultsága miatt a sarkoknál a sugara 6.356,752 km, az Egyenlítőnél pedig 6.378,137 km, átlagos sugara 6372 km. Továbbá, hogy a Föld tömege mintegy 81 Hold-tömegeggyel azonos, a Hold átlagosan 384.000 km távolságra kering a Földtől, azaz mintegy 60 földesugárnyira.

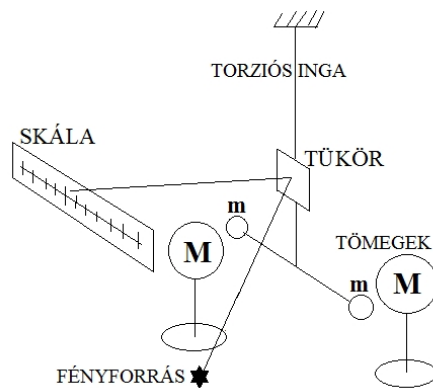
##### c) *Kifejtés*

A következő erőtypus, amivel itt foglalkozunk, az az ún. tömegvonzási erő. Amikor az a nevezetes alma Newton fejére esett – a történet bizonyára csak egy gonosz mítosz – arra is rájött, hogy mi tartja fogva a Holdat a Föld környezetében. Azt, hogy miért nem száguld tova a Hold pályáján a környezetünkből azzal magyarázta, hogy az égitesetek a tömegüknel fogva vonzást gyakorolnak egymásra, az ún. tömegvonzást. Azt is megfejtette, hogy ha a Föld vonzza a Holdat, miért nem esik a Hold a Földre egy idő után. Rájött, hogy a Hold esése közben mindig továbbhalad a pályáján, így alakul ki a körpálya. A Hold keringési periódusából és távolságából kiszámította azt a gyorsulást, amivel a tömegvonzási erő hatására a Hold a Föld felé esik. Kiderült, hogy a 60 földesugárnyira lévő Hold helyén a szabadesési gyorsulás  $60^2$ -szer kisebb, mint a Föld felszínén, azaz egy földesugárnyira. Tehát, az égitesetek között fellépő ún. tömegvonzási erő a

testek tömegein kívül, amelyekkel egyenesen arányos, még fordítottan arányos a távolságuk négyzetével:  $F = k \cdot M \cdot m / r^2$ . A képletben szereplő  $k$  az egyetemes tömegvonzási együttható, értéke  $k = 6,67 \cdot 10^{-11} \text{ N m}^2/\text{kg}^2$ . Ez egyike a legfontosabb természettörvényeknek. A tömegvonzási erő távolból hat a Newton által meghatározott gravitációs mező révén.

*d) Rögzítés*

Az ún. egyetemes tömegvonzás nem csak az égitestek között lép fel, hanem a környezetünk teste között is. Azért nem fedezték fel kis tömegű testek esetén, mert nagyon kicsi ez az erő. Azt, hogy a tömegvonzási erő egyenesen arányos a testek tömegével, és fordítottan arányos a közöttük lévő távolság négyzetével Henry Cavendish is igazolta, 1797-98-ban torziós ingájával megmérte az egyetemes tömegvonzási állandót. Az állandó számszerűen azzal a tömegvonzási erővel egyenlő, amellyel 1 m távolságból két 1 kg tömegű test vonzza egymást. Ezért olyan kicsi az értéke:  $0,0000000000667 \text{ N m}^2/\text{kg}^2$ . A tömegvonzással a magyar báró Eötvös Lóránd is foglalkozott, a maga szerkesztette torziós ingát ma is használják.



*e) Alkalmazás*

1. Számítsuk ki, mekkora centripetális gyorsulása kell, hogy legyen egy Föld körül keringő testnek, ha 384.000 km sugarú, illetve ha 6372 km sugarú körpályán kering! Mekkora e két gyorsulás értékeinek az aránya?

2. Számítsuk ki, mekkora tömegvonzási erő lép fel két, 1 kg tömegű test között, ha a közöttük lévő távolság 1 m?

*f) Ellenőrzés (fejlesztő értékeléssel)*

• *Előzetes felmérés*

1. Számítsuk ki, mekkora tömegvonzási erő lép fel az 1 kg tömegű test és a Föld között, amelynek tömege  $5,97 \cdot 10^{24} \text{ kg}$ , ha a közöttük lévő távolság épp a Föld sugara?

2. Ismerve a Föld és a Hold tömegeit, valamint a közöttük lévő átlagos távolságot, számítsuk ki, hol található az a pont, ahol a testek súlytalanságban vannak!

• *Előzetes kompenzáció Az előzetes felmérő megoldásai:*

1. Az 1 kg tömegű test és a Föld között fellépő tömegvonzási erő, ha a közöttük lévő távolság épp a Föld sugara:  $F = 6,67 \cdot 10^{-11} \cdot 1 \cdot 5,97 \cdot 10^{24} / 6372^2 = 9,81 \text{ N}$ . Azaz, az 1 kg tömegű test súlya.

2. A Föld és a Hold között az a pont, ahol a testek súlytalanságban vannak:  $F_{\text{Hold}} = F_{\text{Föld}}$ . Azaz:  $k \cdot M_{\text{Hold}} \cdot m / (d-x)^2 = k \cdot M_{\text{Föld}} \cdot m / x^2$ . Egyszerűsítések és behelyettesítések után:  $(384.000-x)^2 = x^2 / 81$ . Gyökvonás után:  $384.000-x = x/9$ , ahonnan  $x = 9 \cdot 384.000 / 10 = 345600 \text{ km}$  a Földtől, és 38.400 km-re a Holdtól.

- *Mediálás*

A tömegek egymásra hatása távolhatás, egy gravitációs erőterén keresztül jön létre. Ennek a térnek bizonyos jellemzői vannak: intenzitása és fluxusa van. Az intenzitás vagy térerősség az egységnyi tömegre ható tömegvonzási erőt jelenti. A tér forrása a tömeg. Az  $M$  tömeg által létrehozott tér erőssége  $r$  távolságban  $\Gamma = F/m = k \cdot M/r^2$ . A térerősség mértékegysége az  $1 \text{ N/m} = 1 \text{ m/s}^2$ . Megfigyelhető, hogy ezt az értéket, azaz a testre ható tömegvonzási erőt (azaz a test súlyát) osztva a test tömegével épp a gravitációs gyorsulás értékét kapjuk:  $\Gamma = g$ . Ezt a teret az intenzitásvektorokon kívül még erővonalakkal (az erővektorok burkológörbéivel) is ábrázolhatjuk. Az erővonalaknak az egységnyi felületen áthaladó száma az erővonal fluxus. Két tömeg együttes terének intenzitását a két tér intenzitásának vektorösszegével számíthatjuk ki. A tömegvonzási erő az intenzitásvektorral párhuzamos. A bolygók a Nap körüli gravitációs tér görbülete mentén keringenek. A görbült tér, például a pszeudoszféra gondolatához Bolyai János elméleti munkássága is elvezet.

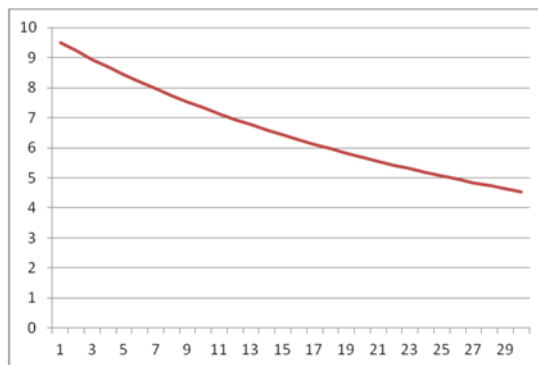
- *Utólagos felmérés*

1. Hogyan változik a Földtől mért  $h$  magassággal a gravitációs gyorsulás?
2. Fejezzük ki az első kozmikus sebességet a gravitációs tér intenzitásával!

- *Utólagos kompenzáció. Az utólagos felmérő megoldásai:*

1. A gravitációs gyorsulás ( $g_h$ ) a Földtől mért  $h$  magasságban a Föld felszíni ( $g_0$ ) gyorsuláshoz viszonyítva a következőképpen változik:  $g_0 = k \cdot M/R^2$ ,  $g_h = k \cdot M/(R+h)^2$ . Elosztva a két gyorsulást, kapjuk:  $g_h = g_0 \cdot R^2/(R+h)^2$ .

A mellékelt grafikonon  $g$  értékének változását láthatjuk (ordináta tengely) a földfelszín feletti  $h$  magassággal (az abszcissa 100 km-es léptékben, egészen 2900 km magasságig). Például, a gravitációs állandó értéke a Himalája legmagasabb csúcsán:  $g = 9,78 \text{ m/s}^2$ .



2. Az első kozmikus sebesség az a sebesség, amellyel egy test mozog a Föld felszínéhez képest, hogy sosem esik a földre. Ehhez a Föld sugarával egyenlő körpályán kell mozognia. Ebben az esetben a centripetális gyorsulás éppen a gravitációs gyorsulás, vagy ha úgy tetszik, a gravitációs tér intenzitása:  $v_1^2/R = g_0$ , és az első kozmikus sebesség:  $v_1 = (\Gamma_0 \cdot R)^{1/2}$ . Kiszámítva:  $v_1 = (9,81 \cdot 6370000)^{1/2} = 7906 \text{ m/s} = 7,9 \text{ km/s}$ .

A tudásbeli nyereség kiszámítása (transzferhányados):  $Tr = (X_{\text{utólagos}} - X_{\text{előzetes}})/(100 - X_{\text{előzetes}})$ , ahol  $X$  – a felméréseken elért teljesítmény százalékban. Ezzel lemérhető, hogy valaki mennyit fejlődött az előzetes kompenzáció és korrekció, valamint a mediálás után az utólagos felmérőn az előzetes felmérőhöz képest.

### Házi feladat

1. Rajzoljátok le egy magányos égitest körül a gravitációs tér erővonalait, valamint az intenzitás vektorokat, majd két égitest körül az eredő gravitációs tér erővonalait, és az intenzitás vektorokat!

2. Számítsátok ki a Föld és a Hold által egy 1 t tömegű mesterséges holdra gyakorolt tömegvonzási erők eredőjét, ha a három objektum helyzete egy egyenlő oldalú háromszög csúcsai által meghatározott!

3. Igazoljuk, hogy a gravitációs állandó értéke a Himalája legmagasabb csúcsán:  $g = 9,78 \text{ m/s}^2$ !

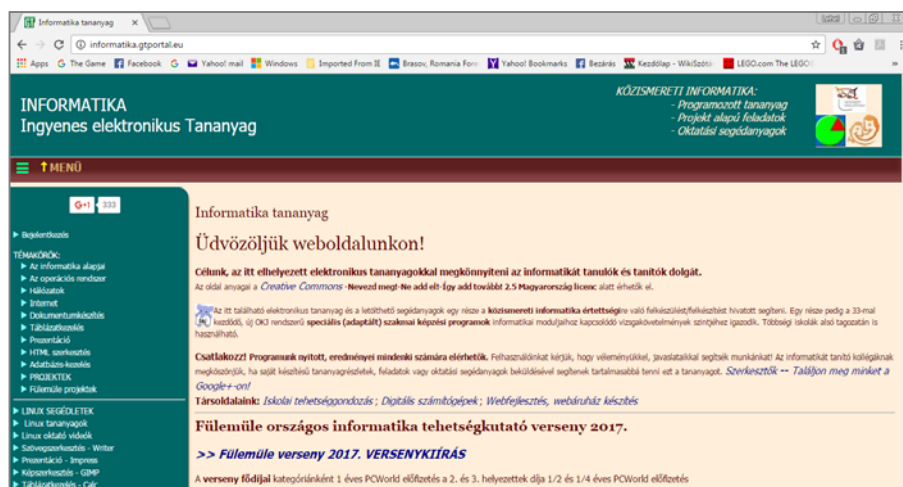
Kovács Zoltán



Az <http://informatika.gtportal.eu/> honlapon ingyenes informatika tananyagot találunk. A Gál Tamás szerkesztette honlap témakörei: Az informatika alapjai; Az operációs rendszer; Hálózatok; Internet; Dokumentumkészítés; Táblázatkezelés; Prezentáció; Html szerkesztés; Adatbázis-kezelés; Projektek.

A projektalapú feladatok révén a tanulók a valós életben előforduló problémák megoldásán keresztül tanulják meg az informatika alapjait.

A honlapon sok jó anyagot, ötletet találunk!



Jó böngészést!  
K.L.I.