

A sízés

Semmi sem aczélosíthatja jobban az izmokat, semmi sem teszi hajlékonyabbá, rugalmasabbá a testet, semmi sem képesíthet nagyobb ügyességre, körültekintésre, semmi sem szilárdíthatja inkább akaratunkat és semmi sem teheti frissebbé lelkületünket a lábszánkózásnál.

Fridtjof Nansen (1890)
(Chernei István fordítása)

A síelés vagy sízés, régiesen lábszánkózás olyan sportág, ahol az ember havon csúszik (esetleg kombinálva ugrással, futással és céllövészettel) a cipőjére erősített síleceken. Olimpiai sportág. A Phjongcsangi téli olimpián (2018) 15 sportág 102 versenyszámában avattak bajnokot. A 15 sportág közül 5 sízéssel kapcsolatos: alpesi sízés (11 versenyszám), szabadstílusú sízés (10 versenyszám), biatlon (11 versenyszám), sífutás (12 versenyszám) és síugrás (4 versenyszám).

Kolozsváron 1894-95 telén (Európában ötödikként) alakult meg a Magyar Ski Klub, amelynek szervezője Hangay Oktáv volt.

A versenyszámok sokaságából (48 versenyszám) adódóan a sízéssel kapcsolatban nagyon sok érdekes kérdés vethető fel, amelyek közül néhánynak magyarázatát adjuk a fizika törvényei alapján.

1. A hó és a síléc

A hó 0 °C alatt képződött csapadék, amely vízpárát tartalmazó levegő további lehűlésével jön létre, amikor a képződött jégreszecskékre kristályosan további jégreszecskek fagnak és hókristállyá egyesülnek. A jégkristályban a vízmolekulák hatszöges rács alakba rendeződnek, s végső soron ez a felelős a hópelyhek hexagonális szimmetriájáért. A hópelyhek szabályosságukkal és különböző méretükkel szemet gyönyörködtető látványt mutatnak. A stilizált hópelyhelszimbólum (1. ábra) elterjedt és közkedvelt a különféle hűtési technológiákkal foglalkozó gyártók, mint például hűtőszekrény és légkondicionáló gyártók körében, mint a hidegebb fokozatok jelzése.

Mivel a hó kis összetevőkből áll, ezért granuláris anyagnak tekinthető. Laza, puha, könnyű szerkezetű, amíg külső nyomás nem éri. A szilárd halmazállapotú, kristályos szerkezetű hó hullását havazásnak nevezzük. A puha fehér hótakarót a lazán egymásra hulló hókristályok milliárdjai alkotják. A hó vakító fehér színét a kristályok közé szorult levegő okozza. A hókristályból a levegőzárvány felé haladó fény ugyanis igen könnyen teljes visszaverődést szenved. Mivel a hó-levegő határfelületek véletlenszerűen követik egymást, a beeső fénysugarak rövid távolságon teljes visszaverődést szenvednek. Így a fény csak rövid utat tesz meg a hókristályokban, tehát csak kis része nyelődik el. Ugyanakkor a visszaverődés szabálytalansága a beeső fényt szétszórja, így a hótakaró még sötétedéskor is szinte világítani látszik.

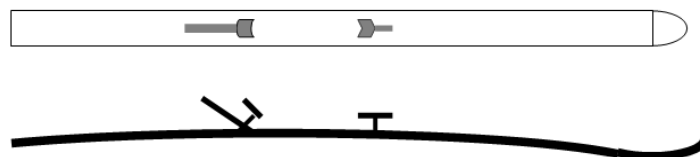


1. ábra

Ha egyszerűen cipővel lépünk a hóra, akkor mélyen be is süppednénk. Fából készült hótalpakat, síléceket régóta használnak az emberek, amelyek eredeti célja kezdetben csupán az lehetett, hogy „fenntartsa” használóját a hó felszínén, s így segítse a hóban való mozgást (A síléc alatt az ember súlyából származó nyomás kb. egytizede annak a nyomásnak, ami az ember cipője alatt nehezedne a hóra).

A sílesiklást, amelynek lényege a havas lejtőn történő nagy sebességű csúszás, a kis súrlódási erő teszi lehetővé.

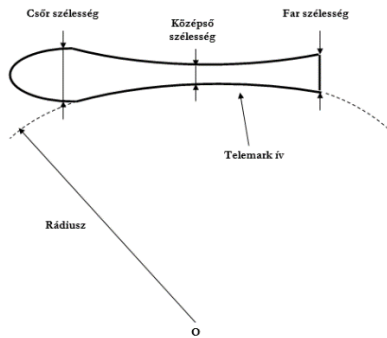
Egy klasszikus síléc alakját a 2. ábra mutatja.



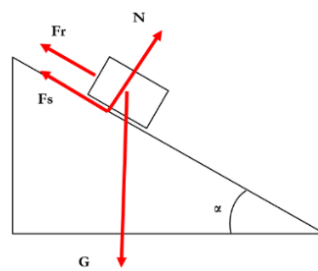
2. ábra

A síléc első, felhajlított része az ún. „csőr”. A csőr a felszín egyenetlenségeit követve vezeti a lécet a havon. A terheletlen léc középső szakasza az enyhén domború, ún. „híd”. A híd görbülete a síző súlya alatt kisimul, miközben a léc egész hosszában biztosítja a terhelés egyenletességét. Ez szükséges ahhoz, hogy a síléc irányítható legyen, s a kis felszíni egyenetlenségek ne térítsék el minduntalan a kívánt iránytól. Régebben a sílécek gőzölt keményfából készültek, amelyek alját a napi hó minőségének megfelelően puhább vagy keményebb viasszal kenték be (bevaxolták) a súrlódási erő csökkentése érdekében. A ma gyártott lécek üvegszálerősítésű műanyagból vagy fém és műanyag kombinálásával készülnek. A mai lécek talpát műanyag – polietilén – réteg borítja. A polietilén réteg biztosítja, hogy a léc - a napi hóviszonyoktól függetlenül - mindig jól csússzon. A léc és a hó közt a súrlódási együttható (μ) értéke leggyakrabban 0,05 körüli érték, de optimális esetben 0,02-re is csökkenhet, de nagyon rossz hóviszonyok esetében (tapadó hóban) 0,5-re is nőhet. A polietilén bevonat súrlódást csökkentő hatása a műanyag két sajátosságából adódik: a polietilén igen rossz hővezető, továbbá a polietilénre nem fagy rá a hó és a víz nem nedvesíti. A csúszó léc és a hó közötti súrlódás a léc talpát melegíti. A műanyag rossz hővezető képessége miatt a polietilén réteg kissé felmelegszik. A meleg polietilén réteg és a sítalp alatti nyomás együttes hatása alatt a hó legfelsőbb rétege épp megolvad, ami a síléc jó csúszását eredményezi.

A carving a kilencvenes évek közepén jelent meg a sízés világában. Az angol szó jelentése: karcolat, vésés, vésés. A carving síléc alakja a 3. ábrán látható. A rádiusz annak a körívnek a sugarát jelöli, amely körnek az ívét a sílécünk élvonala alkotja. Minél kisebb a rádiusz, annál kisebb íven lehet kanyarodni a léccel az élen kanyarodva, oldalsúzás nélkül. Amíg a klasszikus léceknél az általában a síléc kifarolásával történt, addig a carving léceknél ez egyszerűen a síléc megdőlésével és a súlypont áthelyezésével történik. A síléc-re vonatkozó három szélesség és a síléc hosszának az ismeretében a rádiusz kiszámítható.



3. ábra



$$N = m g \cos \alpha$$

$$F_s = \mu m g \cos \alpha$$

4. ábra

2. Csúszás a lejtőn

A síző a havas domboldalon csúszik le (4. ábra). A síző mozgását a rá ható erők határozzák meg Newton II. törvényének megfelelően:

$$\vec{G} + \vec{N} + \vec{F}_s + \vec{F} = m \cdot \vec{a}, \quad (1)$$

ahol $G = m \cdot g$ a síző súlya, a Föld vonzásából származó erő, N a lejtő síkjára merőleges erő, amit a lejtő fejt ki, $F_s = \mu \cdot N$ a síléc és a lejtő közötti súrlódási erő, amely az érint-

kezési felület mentén hat, $F_s = \frac{1}{2} \cdot k \cdot A \cdot \rho \cdot v^2$ közegellenállási erő, amely a levegő ellenállásának tulajdonítható (k -alaktényező, A -a homlokfelület területe, ρ -a levegő sűrűsége és v -a síző sebessége).

Induláskor a v kicsi értéke miatt $F_r \approx 0$, következésképp a síző $a = g \cdot (\sin \alpha - \mu \cdot \cos \alpha)$ gyorsulással mozog. Ahhoz, hogy a síző elinduljon lefelé a lejtőn, teljesülnie kell az $a > 0 \Rightarrow \sin \alpha - \mu \cdot \cos \alpha > 0 \Rightarrow \mu < \tan \alpha$ feltételnek. Ha a sízés esetén $\mu = 0,05$ súrlódási együtthatóval számolunk, úgy α kritikus értéke kb. 3° .

Ahogy növekszik a sebesség, a légellenállás szerepe egyre lényegesebbé válik. A síző gyorsulása fokozatosan csökken, míg végül eléri a végsebességet. A végsebesség értékét az (1)-es képletből kapjuk az $a = 0$ feltétel mellett:

$$m \cdot g \cdot \sin\alpha - \mu \cdot m \cdot g \cdot \cos\alpha - \frac{1}{2} \cdot k \cdot A \cdot \rho \cdot v^2 = 0 \Rightarrow$$

$$v = \sqrt{\frac{2 \cdot m \cdot g \cdot (\sin\alpha - \mu \cdot \cos\alpha)}{k \cdot A \cdot \rho}} \quad (2)$$

A k alaktényező értékét szélcsatornában végzett mérések alapján határozzák meg. Egy 70 kg-os síző esetében $k \cdot A \approx 0,5 \text{ m}^2$ rossz testtartásban, vagyis amikor felegyenesedve áll a lécen. Optimális testtartásban $k \cdot A \approx 0,22 \text{ m}^2$. Figyelembe véve ezeket az adatokat, ábrázoljuk grafikusán a végsebességet a lejtő szöge függvényében a (2)-es képlet alapján!

Értéktáblázatot készítünk a két esetben:

a.) $k \cdot A = 0,5 \text{ m}^2$, $\mu = 0,05$ és $\rho = 1,2928 \text{ kg/m}^3$.

α [fok]		3	5	10	15	20	25	30	35
v	m/s	0	8,9	16,3	21,1	25,0	28,3	31,2	33,6
	km/h	0	32,1	58,5	76,1	90,1	102,0	112,1	121,1

α [fok]		40	45	50	55	60	65	70	75
v	m/s	35,8	37,8	39,5	41,0	42,3	43,4	44,5	45,0
	km/h	129,0	136,0	142,1	147,5	152,2	156,1	160,1	162,1

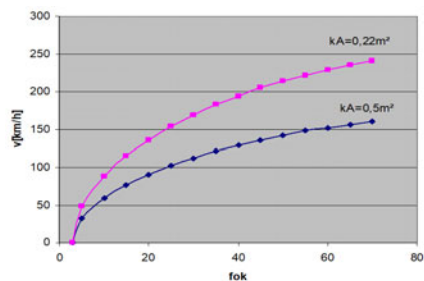
b.) $k \cdot A = 0,22 \text{ m}^2$, $\mu = 0,05$ és $\rho = 1,2928 \text{ kg/m}^3$.

α [fok]		3	5	10	15	20	25	30	35
v	m/s	0	13,4	24,5	31,9	37,7	42,7	47,0	50,7
	km/h	0	48,4	88,2	114,8	135,9	153,7	169,0	182,6

α [fok]		40	45	50	55	60	65	70	75
v	m/s	54,0	57,0	60,0	61,8	63,7	65,4	67,0	67,9
	km/h	194,5	205,0	214,3	222,4	229,4	235,4	241,3	244,4

Az EXCEL programmal megrajzoljuk a grafikonokat (5. ábra).

Az 5. ábrán látható két grafikon megmutatja, hogy milyen jelentősen befolyásolja a síző testtartása a végsebességek értékeit. A két görbe egymáshoz viszonyított helyzete meggyőzően bizonyítja, hogy kis és közepes síklási sebességeknél (egy átlagos amatőr sebessége rendszerint nem nagyobb, mint 10 m/s) a közegellenállás szerepe kicsi (10 m/s sebességnél a két görbe alig különbözik).



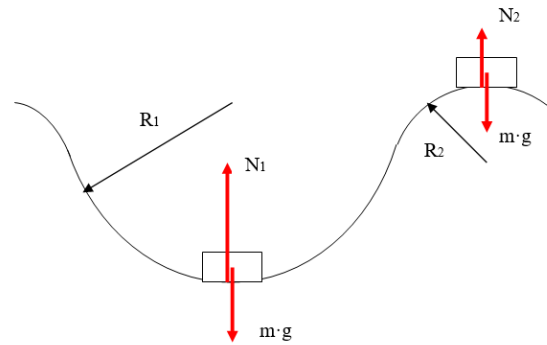
5. ábra

3. A súrlódási erő változása a terep egyenetlenségei miatt

Az előbb a domboldalt sima lejtővel helyettesítettük. A valóságban egyetlen sípálya sem ilyen, felszínüket gödrök és bukkánók teszik változatossá. A sí mozgását a felszíni

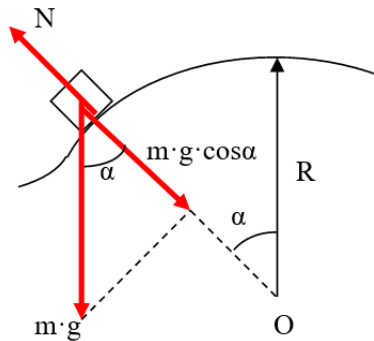
egyenletlenségek döntően befolyásolják, hatásukra a csúszó test már nem egyenes mentén, hanem görbe vonalú pályán mozog. A továbbiakban megvizsgáljuk, hogyan változik a görbe vonalú mozgás során a súrlódási erő, valamint, milyen feltétel mellett válik el a mozgó síző egy-egy bukkanó hatására a talajtól és csak hosszabb-rövidebb „repülés” után ér újra havat.

Amikor egy test egy gödörben csúszik, az $F_{s1} = \mu \cdot N_1 = \mu \cdot (m \cdot g + \frac{m \cdot v^2}{R_1})$ súrlódási erő nagyobb, amikor azonban dombon csúszik $F_{s2} = \mu \cdot N_2 = \mu \cdot (m \cdot g - \frac{m \cdot v^2}{R_2})$ kisebb, mint a sima terep esetében (6. ábra).



6. ábra

Közbülső helyzetben a súrlódási erő kiszámításához a 7. ábra ad segítséget:



$$m \cdot g \cdot \cos \alpha - N = m \cdot v^2 / R$$

7. ábra

$$F_s = \mu \cdot N =$$

$$= \mu \cdot (m \cdot g \cdot \cos \alpha - \frac{m \cdot v^2}{R}).$$

A bukán mozgó síző akkor válik el a terep felületétől, ha az N kényszererő zérussá válik:

$$N = 0 \Rightarrow$$

$$m \cdot g \cdot \cos \alpha - \frac{m \cdot v^2}{R} = 0 \Rightarrow$$

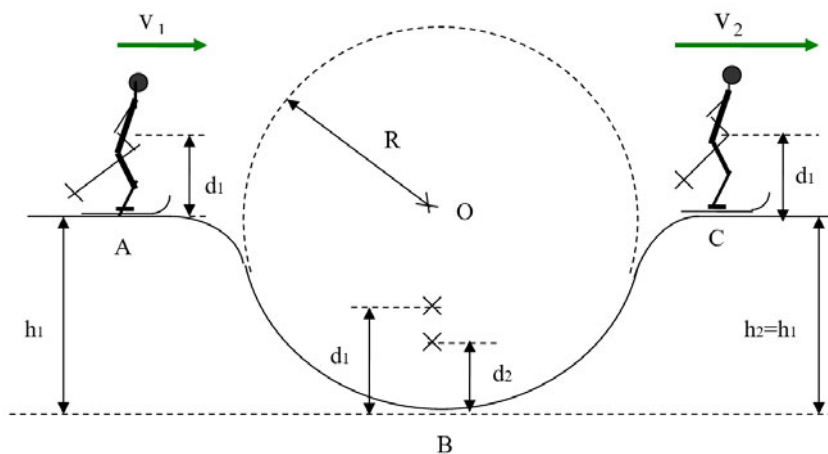
$$v = \sqrt{g \cdot R \cdot \cos \alpha}.$$

Ennél nagyobb sebesség esetén a síző a domb felületéről leválik, tovább egy ferde hajításnak megfelelő röppályán folytatja mozgását, amíg ismét földet ér.

4. Az aktív sízés

Amikor a síző egyenes mentén halad, párhuzamos lécekkel, minden izommunka nélkül csúszik a lejtőn, passzív sízésről beszélünk. A sízés ennél jóval több: szinte soha nem egyenes vonalon csúszunk a lejtő aljáig, a siklást ívelt kanyarok, gyors fordulók tarkítják. A síző mozdulataival, izommunkával uralja a siklást: a terep adottságait szem előtt tartva a sportoló fékezheti vagy akár növelheti sebességét (aktív sízés). Az aktív sízés és a passzív csúszás közti különbség az alábbi példán érzékelhető. Kövessünk egy sízőt, aki a pálya gödörrel tarkított vízszintes szakaszán halad (8. ábra).

Passzív sízés esetén a pálya A pontjába V_0 sebességgel érkező sportoló, a gödör elhagyása után a C pontban szintén V_0 sebességgel rendelkezne, amennyiben az F_s súrlódási erő és az F_r közegellenállási erő elhanyagolható volna (érvényesülne a mechanikai energia megmaradásának az elve). Ha az előbb említett két erő jelentős értékű, akkor a síző sebessége a C pontban kisebb értékű lesz mint az A-ban.



8. ábra

Nézzük meg, hogyan alakul a síző sebessége aktív sízés esetén amikor „lábunkát” végez (a pálya AB szakaszán fokozatosan leguggol és a B pontban kiegyenesedik, súlypontját felemeli d_1-d_2 távolsággal). Ha elhanyagolhatónak tekintjük az F_s és az F_r értéket, akkor az A-ban V_1 sebességgel rendelkező síző sebessége a B-be érkezésekor

$v = \sqrt{v_1^2 + 2 \cdot g \cdot (h_1 + d_1 - d_2)}$ lesz a mechanikai energia megmaradásának az elve értelmében. A B pontban a síző felemeli súlypontját d_1-d_2 távolsággal (munkát végez), amelynek következtében sebessége hirtelen v -ről v' -re nő. A v' értékét a mozgásmennyi-

ség nyomatéka megmaradásának az elve alapján számítjuk ki. Az impulzusnyomaték állandó marad az O pontra vonatkoztatva, miközben a sízó súlypontjától a d_1 -re emeli, mert mind a G, mind az N erő hatásvonalja az O ponton halad át:

$$m \cdot v \cdot (R - d_2) = m \cdot v' \cdot (R - d_1) \Rightarrow v' = v \cdot \frac{R - d_2}{R - d_1} > v.$$

Alkalmazva a mechanikai energia megmaradásának az elvét a BC útszakaszra, megkapjuk a sízó sebességét (V_2 -t) a C pontba érkezésekor:

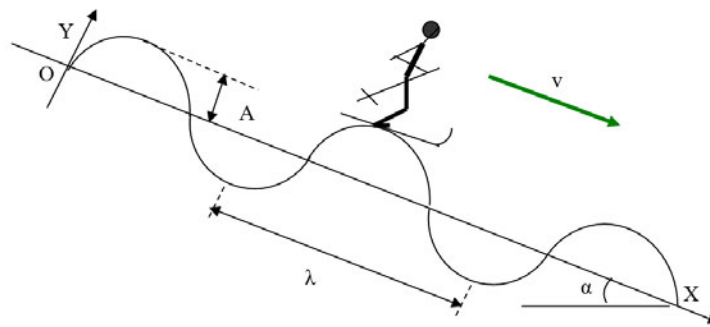
$$\begin{aligned} \frac{m \cdot (v')^2}{2} + m \cdot g \cdot d_1 &= \frac{m \cdot v_2^2}{2} + m \cdot g \cdot (h_2 + d_1) \Rightarrow v_2^2 = (v')^2 - 2 \cdot g \cdot h_2 \Rightarrow \\ v_2 &= \sqrt{v^2 \cdot \left(\frac{R - d_2}{R - d_1}\right)^2 - 2 \cdot g \cdot h_2} = \sqrt{\left[v_1^2 + 2 \cdot g \cdot (h_1 + d_1 - d_2)\right] \cdot \left(\frac{R - d_2}{R - d_1}\right)^2 - 2 \cdot g \cdot h_1} = \\ &= \sqrt{v_1^2 \cdot \left(\frac{R - d_2}{R - d_1}\right)^2 + 2 \cdot g \cdot h_1 \cdot \left[\left(\frac{R - d_2}{R - d_1}\right)^2 - 1\right] + 2 \cdot g \cdot (d_1 - d_2) \cdot \left(\frac{R - d_2}{R - d_1}\right)^2} > v_1. \end{aligned}$$

Itt arról van szó ugyanis, hogy a súlypont megfelelő pillanatban történő süllyesztésével és emelésével a sízó izommunkája a mozgási energiát növeli. Az F_s és F_r jelenléte kisebbíti az itt kiszámított V_2 értékét, de akkor is nagyobb maradhat mint V_1 .

5. A sízó lábait terhelő erő

Az ember lábizmai lényegesen erősebbek, mint a belső szerveit rögzítő izmai. Gidres-gödrös lejtőn lecsúszó sízó a lejtő egyenetlenségeit nagymértékben kompenzálja azzal, hogy csak lábbal követi a talajszint változásait, súlypontját pedig folyamatos láb-munkával gyakorlatilag egy egyenes mentén tartja a talaj felett. Ily módon a sízó megvédi a belső szerveit rögzítő izmait a túlterheléstől viszont jelentős terhelés fogja érni a lábizmait.

Hasonlítsuk a buckás terepet egyszerűen egy λ hullámhosszú, A amplitúdójú felülethez (9. ábra).



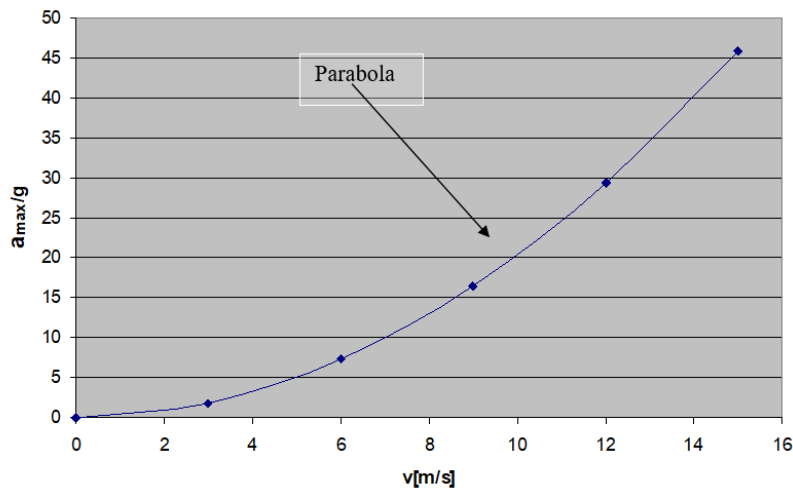
9. ábra

Ha a síző lába pontosan ezen a felületen halad miközben sebessége az OX tengely irányában állandó, akkor a lejtő síkjára merőleges harmonikus rezgőmozgást végez. A láb kitérése $y = A \cdot \sin\left(\frac{2 \cdot \pi}{\lambda} \cdot x\right) = A \cdot \sin\left(\frac{2 \cdot \pi}{\lambda} \cdot v \cdot t\right)$, gyorsulása pedig $a = -A \cdot \frac{4 \cdot \pi^2}{\lambda^2} \cdot v^2 \cdot \sin\left(\frac{2 \cdot \pi}{\lambda} \cdot v \cdot t\right)$ lenne.

Ábrázoljuk grafikusán az $a_{\max} = A \cdot \frac{4 \cdot \pi^2}{\lambda^2} \cdot v^2$ maximális gyorsulást a v sebesség függvényében! Reális buckaparamétereket választunk: $\lambda=2$ m és $A=0,2$ m. Értéktáblázatot készítünk:

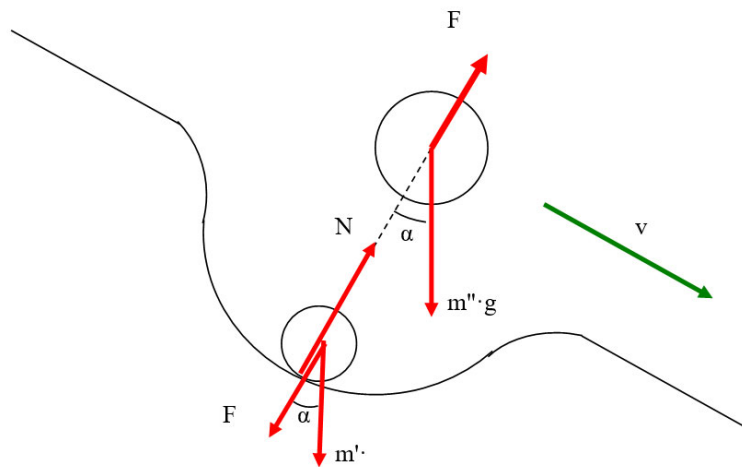
v [m/s]	0	3	6	9	12	15
a_{\max} [m/s ²]	0	18	72	162	288	450
a_{\max} / g	0	1,83	7,31	16,51	29,36	45,87

Az EXCEL programmal megrajzoljuk a grafikont (10. ábra).



10. ábra

Amint azt a gyorsulásfüggvény mutatja, egy közepes síelő által is elért $v=12$ m/s sebességnél már kb. 288 m/s^2 maximális gyorsulás adódik, ami a $g=9,81 \text{ m/s}^2$ földfelszíni gravitációs gyorsulás majdnem harmincszorosa. A kapott eredmény azt mutatja, hogy a buckák alján jókora erő terheli a síző lábait. Az erő becsléséhez modellezzük a sízót két tömegpontból álló rendszerrel (11. ábra).



11. ábra

Az egyik pontban egyesítjük a lábak, sícipők és a síléc tömegét (m'), a másikban pedig a síelő maradék tömegét (m''). Mivel a v sebességgel párhuzamos erők csak csekély mértékben járulnak a lábak terheléséhez, a továbbiakban csak a v sebességre merőleges erőkkel foglalkozunk. Feltevésünk szerint az m'' tömegű rész egyenes vonalú egyenletes mozgást végez, ezért a reá ható erők eredője zérus: $F - m'' \cdot g = 0$.

Az m' tömegű rész a mélyedés alján a_{\max} gyorsulással mozog. Erre a tömegpontra az $m' \cdot g$ nehézségi erő mellett az F belső erő és a talaj N kényszerereje hat. Newton II. törvénye értelmében írhatjuk: $N - F - m' \cdot g \cdot \cos \alpha = m' \cdot a_{\max}$, ahonnan az m'' tömegű tömegpontra felírt egyenlet figyelembevételével kapjuk: $N = (m' + m'') \cdot g \cdot \cos \alpha + m' \cdot a_{\max}$.

Mivel az m tömegű síző tömegeloszlása kb. $m'' = 3 \cdot m'$ és $a_{\max} = 30 \cdot g$ következik, hogy $N = m \cdot g \cdot \cos \alpha + \frac{m}{4} \cdot 30 \cdot g = m \cdot g \cdot (\cos \alpha + 7,5)$, vagyis a síelő lábait terhelő erő saját súlyának kb. a nyolcszorosát is elérheti.

Felhasznált forrásanyag

Horváth Gábor, Juhász András, Tasnádi Péter: Mindennapok fizikája, ELTE TTK Továbbképzési Csoportjának kiadványa, Budapest, 1989.

https://hu.wikipedia.org/wiki/2018._évi_téli_olimpiai_játékok

<https://hu.wikipedia.org/wiki/Hópehely>

<https://sielok.hu/rovat/alpesi/cikk/carving>

Ferenczi János, Nagybánya