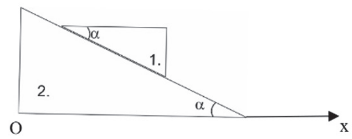
F. 622. *m* tömegű, derékszögű keresztmetszetű, α hegyesszögű 1-es hasábot helyezünk a vele hasonló keresztmetszetű, 3*m* tömegű hasábra. Az 1. hasáb csúszni kezd a 2. hasábon. Egy adott pillanatban v_{rel} relatív sebességgel mozog a 2. hasábhoz képest. Mekkora sebességgel mozog ebben a pillanatban az alsó hasáb. Az érintkező felületek között nincs súrlódás.



Megoldás:

Jelöljük $\vec{v}_1$-el, valamint $\vec{v}_2$-el az 1-es, illetve a 2-es hasábok sebességét a laboratóriumi rendszerhez képest. Ekkor

$$\vec{v}_{rel} = \vec{v}_1 - \vec{v}_2. \qquad (1)$$

Válasszuk a vízszintes irányt koordináta rendszerünk Ox irányának úgy, hogy a 2-es hasáb sebessége – Ox irányítású legyen (lásd ábra). Az (1)-es összefüggést az Ox tengelyre vetítve, kapjuk:

$$v_{rel} \cos\alpha = v_{1x} + v_{2x} = v_{1x} + v_2 \qquad (2)$$

Vízszintes irányban a rendszerre nem hat erő, ezért a C tömegközéppont ezen irányú sebessége zérus, így

$$v_{Cx} = \frac{m_1 v_{1x} - m_2 v_{2x}}{m_1 + m_2} = 0,$$

ahonnan következik $v_{1x} = 3v_{2x} = 3v_2$. Behelyettesítve (2)-be a $v_2 = \frac{1}{4} v_{rel} \cos\alpha$ eredményre jutunk.

F. 623. Gyűjtő meniszkusz domború felületének sugara R_1=25 cm, homorú felülete R_2=75 cm sugarú. A homorú felületet beezüstözzük. Határozzuk meg a lencse anyagának törésmutatóját úgy, hogy a nem ezüstözött határoló felület elé elhelyezett tárgyról a rendszer a tárggyal megegyező nagyságú képet alkosson, a tárgy legalább két különböző helyzetére.

Megoldás:

Az így beezüstözött lencse egyenértékű két azonos lencséből és egy gömbtükörből álló rendszerrel. Ennek törőképessége $C = 2C_L + C_T$, ahol

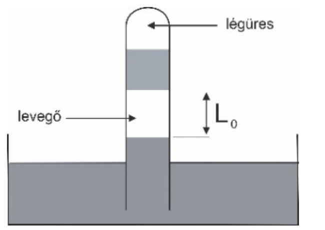
$C_L = (n-1)\left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2}\right)$ és $C_T = -\frac{2}{R_2}$,

Mivel a tárgy képe megegyező nagyságú a tárggyal, ezen utóbbi legalább két különböző helyzetére, következik, hogy a rendszer síktükörként viselkedik, tehát $C = 0$. Ez azt jelenti, hogy teljesülnie kell a $2C_L = -C_T$összefüggésnek, ahonnan adódik az $n = \frac{R_2}{R_2 - R_1}$ érték.

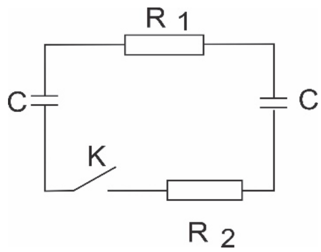
F. 624. Egy higanyos barométer higanyoszlopát egy levegőréteg szakítja meg, melynek hossza 0^0 C-on L_0 =10 cm. Mekkora lesz a levegőoszlop hossza 20^0 C-on?

Megoldás:

A levegőréteg nyomását a felette elhelyezkedő higanyoszlop súlya határozza meg, mely nem változik a melegedés során. Tehát a levegő izobár állapotváltozásnak van kitéve: $\frac{L_0}{T_0} = \frac{L}{T} \Rightarrow L = L_0 \frac{T}{T_0} = 10{,}7cm$



F. 625. Az ábrán látható áramkör két azonos, C kapacitású kondenzátort és az R_1, illetve R_2 ismert ellenállásokat tartalmazza. Az egyik kondenzátor töltése q_0, a másik nincs feltöltve. Mekkora hő szabadul fel az áramkörben a K kapcsoló zárásakor?



Megoldás:

Az áramkörben a kondenzátorokban tárolt energiák különbsége alakul át hővé. Kezdeti állapotban csak az egyik kondenzátor van feltöltve, így $W_0 = \frac{q_0^2}{2C}$. A kapcsoló zárása után az egyik kondenzátor q_1, míg a másik q_2 töltéssel rendelkezik. A töltésmegmaradás következtében $q_1 + q_2 = q_0$. Az áramkör végső energiája: $W = \frac{q_1^2}{2C} + \frac{q_2^2}{2C}$.

Mivel a kondenzátorok feszültsége megegyezik $\frac{q_1}{C} = \frac{q_2}{C} \Rightarrow q_1 = q_2 = \frac{q_0}{2} \Rightarrow W = \frac{q_0^2}{4C}$. A felszabadult hő pedig $Q = \frac{q_0^2}{2C} - \frac{q_0^2}{4C} = \frac{q_0^2}{4C}$.

Meghatározhatjuk, hogy mekkora hő szabadult fel az ellenállásokon külön-külön. Mindkét ellenálláson ugyanaz az intenzitású kisülési áram halad át. Ezért $Q_1 \sim R_1$ és $Q_2 \sim R_2$, így $\frac{Q_1}{Q_2} = \frac{R_1}{R_2}$. Felhasználva, hogy $Q_1 + Q_2 = Q$, kapjuk: $Q_1 = \frac{q_0^2}{4C} \cdot \frac{R_1}{R_1+R_2}$ és $Q_1 = \frac{q_0^2}{4C} \cdot \frac{R_2}{R_1+R_2}$

F. 626. Függőleges rugóra felfüggesztett kicsiny golyó rezgéseinek periódusa T=0,90 s. Mennyi lesz a rezgések periódusa, ha az egyensúlyi pont alá, x_0=A/2 távolságra vízszintes falat helyezünk, amellyel a golyó periodikusan, tökéletesen rugalmasan ütközik.

A rezgőmozgást végző golyó mozgásegyenlete $x = A \cdot sin(\omega \cdot t)$. A golyó t_1 idő elmúltával érkezik az egyensúlyi ponttól $x_0 = \frac{A}{2}$ távolságra, mely meghatározható az $x_0 = A \cdot sin(\omega \cdot t_1)$ egyenletből. Értéke $t_1 = \frac{1}{\omega} arcsin \frac{x_0}{A} = \frac{T_0}{12}$. Ha nem lenne itt a fal, akkor ebből a pontból $\tau = \frac{T_0}{4} - t_1 = \frac{T_0}{6}$ idő múlva érkezne rezgésének, az egyensúlyi ponttól $x = A$ távolságra található, alsó szélső pontjába. Az x_0 és x közötti oda-vissza távolság megtételéhez $2\tau = \frac{T_0}{3}$ idő lenne szükséges. Mivel a fal jelenlétében a golyó visszaverődik, egy rezgésének ideje ezzel az idővel rövidülne meg, tehát ebben az esetben a periódus $T = T_0 - \frac{T_0}{3} = 0{,}6s$.