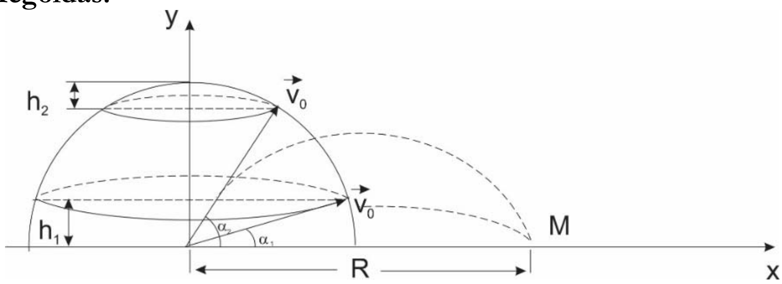
Fizika – *FIRKA 2021-2022/4*

F. 647. *A föld felszínén található A pontból nagyszámú, ugyanolyan golyót hajítunk el azonos, v_0 = 5 m/s sebességgel minden lehetséges irányba. Mekkora annak a körnek a sugara, melynek középpontja az A pontban van, és a belsejében a golyók fele megtalálható?*

Megoldás:



Egy α szöghöz tartozó legnagyobb hajítási távolság

$$x_M = 2 \cdot t_{em} \cdot v_{0x} = 2\frac{v_{0y}}{g} \cdot v_{0x} = \frac{v_0^2}{g} \cdot \sin 2\alpha$$

kifejezéséből következik, hogy létezik két olyan szög, egymásnak pótszögei, amelyek mellett a hajítás távolsága megegyezik. Könnyen belátható, hogy $\alpha \in (0, \alpha_1]$, illetve $\alpha \in (\alpha_2, \frac{\pi}{2}]$ intervallumhoz tartozó szögek alatt eldobott golyók x_M-nél kisebb távolságra érnek földet, azok, amelyeknek hajítási szöge az $\alpha \in [\alpha_1,\ \alpha_2]$ intervallumnak felel meg, x_M-nél messzebbre esnek le. Azoknak a golyóknak a száma, amelyek hajítási szöge az $\alpha \in (0, \alpha_1]$ intervallumban található, egyenesen arányos a h_1 magasságú gömböv felületével, és az $\alpha \in (\alpha_2, \frac{\pi}{2}]$ intervallumban eldobottak száma egyenesen arányos a h_2 magasságú gömbsüveg felületével. Tehát írhatjuk:

$$2\pi r h_1 + 2\pi r h_2 = 2\pi r^2 f, \text{ ahol } f = 0{,}5 \text{ és}$$

$$h_1 = r\sin\alpha_1, \text{ illetve } h_2 = r(1-\sin\alpha_2)$$

A behelyettesítés és egyszerűsítés után kapjuk:

$$\sin\alpha_2 - \sin\alpha_1 = 1 - f$$

Azonban $\frac{v_0^2}{g}\sin 2\alpha_1 = \frac{v_0^2}{g}\sin 2\alpha_2$, következik $\sin 2\alpha_1 = \sin 2\alpha_2$ és $\alpha_2 = \frac{\pi}{2} - \alpha_1$. Ezt figyelembe véve kapjuk $\sin\left(\frac{\pi}{2} - \alpha_1\right) - \sin\alpha_1 = 1 - f$, ahonnan négyzetre emelés után és az egyszerű számítások elvégzését követően adódik: $\sin 2\alpha_1 = f(2-f)$

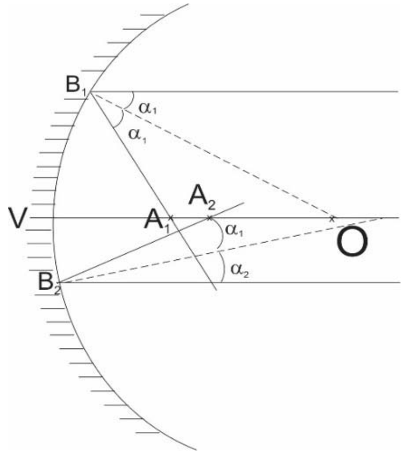
Így az α_1 szög alatt elhajítottak az $x_M = R$ távolságra jutottak, tehát a keresett sugár:

$$R = \frac{v_0^2}{g} \cdot \sin 2\alpha_1 = \frac{v_0^2}{g} \cdot f(2-f) = 1{,}913\ m$$

F. 648. *Z = 30 cm sugarú homorú gömbtükör felületére az optikai tengellyel párhuzamosan két fénysugár érkezik. Az egyik az optikai tengelytől a_1 =24 cm-re, a másik a_2 = 1 cm-re halad. Határozzuk meg azon pontok távolságát egymástól, amelyekben a visszavert fénysugarak metszik az optikai tengelyt!*

Megoldás:

Mivel a fénysugarak az optikai tengelytől távol haladnak, a paraxiális közelítés nem alkalmazható! Az alábbi ábra alapján a metszéspontok x távolsága $x = OA_1 - OA_2$. Megfigyelhető, hogy az OA_1B_1 háromszög egyenlő szárú, így $OA_1 = A_1B_1$, és $\cos\alpha_1 = \frac{R}{2OA_1}$, ahonnan $OA_1 = \frac{R}{2\cos\alpha_1}$.



De $\sin\alpha_1 = \frac{a_1}{R}$, következik

$$OA_1 = \frac{R^2}{2\sqrt{R^2 - a_1^2}} = 25\ cm.$$

Hasonlóképpen kapjuk, hogy $OA_2 = \frac{R^2}{2\sqrt{R^2 - a_2^2}} = 15\ cm.$ Következik $x = 10\ cm$

F. 649. *Határozzuk meg annak a gázvezetéknek az átmérőjét, amelyen az átfolyó nitrogén tömeghozama D_m = 31,4 kg/perc, p = 10^6 N/m² nyomáson és t = 27⁰ hőmérsékleten! A nitrogén áramlási sebessége v = 20 m/s. (μ = 28 kg/kmol).*

A $pV = \frac{m}{\mu}RT$ állapotegyenlet mindkét oldalát osztva a *t* idővel, megkapjuk a hozamok közötti kapcsolatot: $pD_V = \frac{D_m}{\mu}RT$. Ugyanakkor $D_V = \frac{V}{t} = \frac{Sl}{t} = S \cdot v = \frac{\pi d^2}{4} \cdot v$. Behelyesítve és kifejezve a *d* átmérőt, kapjuk: $d = \sqrt{\frac{4D_m RT}{\pi\mu v p}}$ =5,45 $\cdot 10^{-2}$ *m*/s.

F. 650. *Egy k rugalmassági együtthatójú rugó végein két pontszerű m_1 és m_2 tömegű test van. A rendszer vízszintes felületen súrlódás nélkül mozoghat. Határozzuk meg a két test rezgéseinek periódusát!*

Megoldás

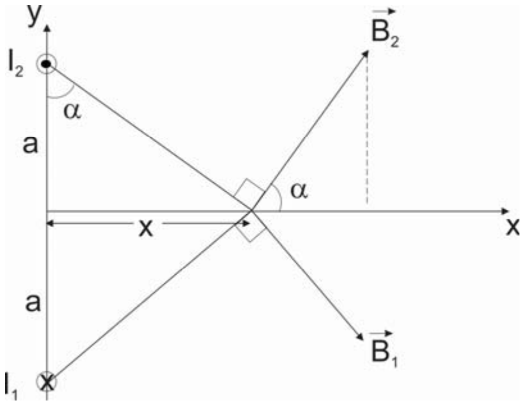
Mivel a testekre csak belső erők hatnak, a tömegközéppont impulzusa állandó marad. Ha a rendszer kezdetben nyugalomban volt, a tömegközéppont nem változtatja a helyét. Úgy tekinthejük, hogy az m_1 tömegű testet l_1 hosszúságú rugó köti a fix tömegközépponthoz, míg az m_2 tömegűt l_2 hosszúságú. Ekkor: $T_1 = 2\pi\sqrt{\frac{m_1}{k_1}}$ és $T_2 = 2\pi\sqrt{\frac{m_2}{k_2}}$

Ugyanazon anyag esetén a rugalmassági állandó fordítottan arányos a hosszal, következik:

$k_1 = k\frac{l}{l_1}$ és $k_2 = k\frac{l}{l_2}$. De $m_1 l_1 = m_2 l_2$ és $l_1 + l_2 = l$ egyenletekből kapjuk, hogy

$\frac{l}{l_1} = \frac{m_1 + m_2}{m_2}$ és $\frac{l}{l_2} = \frac{m_1 + m_2}{m_1}$. Behelyettesítések után $T_1 = T_2 = 2\pi\sqrt{\frac{m_1 m_2}{k(m_1+m_2)}}$.

F. 651. *Az XOY síkra merőlegesen két, egymástól 2a távolságra elhelyezett, párhuzamos, hosszú vezető található. A vezetékeken azonos I erősségű áram folyik, ellentétes irányban. Határozzuk meg a B mágneses indukció értékét a vezetékeket elválasztó szakasz felezőmerőlegesén a vezetékeket összekötő egyenestől x távolságra! Mekkora x értékre lesz a B indukció maximális?* (Az olvasóink elnézését kérjük, amiért a 2021-2022/4. FIRKA 51. oldalán hiányosan jelentettük meg ezt a feladatot.)



Az ábrán láthatóak a B_1 és B_2 indukcióvektorok, melyek eredője a keresett mágneses indukció. Mivel a vezetékben folyó áram erőssége megegyezik, következik, hogy

$B_1 = B_2 = \frac{\mu_0 I}{2\pi\sqrt{x^2+a^2}}$, B értéke pedig $B = (B_1 + B_2)cos\alpha = 2\frac{\mu_0 I}{2\pi\sqrt{x^2+a^2}} \cdot \frac{a}{\sqrt{x^2+a^2}} = \frac{a\mu_0 I}{\pi(x^2+a^2)}$

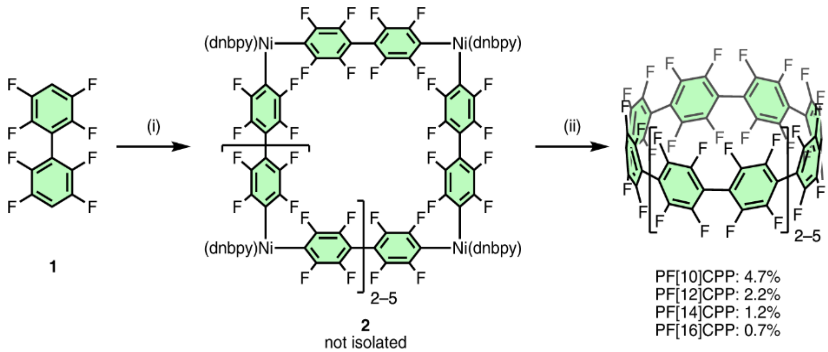
A kapott kifejezés alapján B maximális értékét az $x = 0$ pontban éri el.

Híradó

Természettudományos hírek

A hónap molekulája

Az ábrán látható, 10 aromás gyűrűt tartalmazó perfluorozott cikloparafenilén-származék ($C_{60}F_{40}$) előállítása japán kutatók eredménye. Egyszerű, nikkeltartalmú katalizátort felhasználó reakcióval sikerült előállítani a nagyobb gyűrűtagszámú analógokkal együtt. A középen lévő résben vendégmolekulákat tud megkötni, illetve szerves LED-ek alkotóelemének is alkalmas lehet. *Nat. Commun. 13, 3713 (2022). Lente GMKL 2022, nov.*



A perfluorozott cikloparafenilén előállítása