Fizika – *FIRKA 2022-2023/1*

F. 654. *Az $N=10^{24}$ darab molekulát tartalmazó kétatomos gázt 2000 K-re melegítjük, melynek következtében molekuláinak egy része disszociál. A gáz teljes belső energiájának felét ekkor a disszociációból származó atomok teszik ki.*

a) Hányad része disszociált a molekuláknak?
b) Mekkora a gáz összes belső energiája?
c) Mekkora lett volna a gáz belső energiája, ha a disszociáció nem következik be?

Megoldás

a) A melegítés során az N darab 5 szabadsági fokú molekulából N_1 darab 3 szabadsági fokú atom keletkezik, és N_2 darab molekula marad 5 szabadsági fokúnak: $N=\frac{N_1}{2}+N_2$.

Az N_1 darab 3 szabadsági fokú atom belső energiája

$$U_1=\frac{3}{2}\vartheta_1 RT=\frac{3}{2}\frac{N_1}{N_A}RT,$$

míg az N_2 darab molekuláé

$$U_2=\frac{5}{2}\vartheta_2 RT=\frac{5}{2}\frac{N_2}{N_A}RT.$$

A disszociált molekulák részaránya:

$$\frac{N-N_2}{N}=1-\frac{N_2}{N}=1-\frac{N_2}{\frac{N_1}{2}+N_2}=1-\frac{1}{1+\frac{1}{2}\cdot\frac{N_1}{N_2}}.$$

Az N_1/N_2 arányt az $U_1=U_2$ feltételből kapjuk:

$$\frac{3}{2}\frac{N_1}{N_A}RT=\frac{5}{2}\frac{N_2}{N_A}RT \;=>\; \frac{N_1}{N_2}=\frac{5}{3}.$$

Következésképp:

$$\frac{N-N_2}{N}=1-\frac{1}{1+\frac{1}{2}\cdot\frac{5}{3}}=\frac{5}{11}.$$

b) A gáz összes belső energiája:

$$U=U_1+U_2=2U_2=2\frac{5}{2}\frac{N_2}{N_A}RT=5\frac{6}{11}\frac{N}{N_A}RT=\frac{30}{11}\frac{N}{N_A}RT,$$

és számértékekkel

$$U=\frac{30}{11}\frac{5\cdot 10^{24}}{6{,}023\cdot 10^{26}}6310\cdot 2000=28{,}572\cdot 10^4(\mathrm{J}).$$

c) Ha a disszociáció nem következett volna be, akkor a gáz belső energiája $U'=\frac{5}{2}\vartheta RT=\frac{5}{2}\frac{N}{N_A}RT=\frac{5}{2}\frac{5\cdot 10^{24}}{6{,}023\cdot 10^{26}}6310\cdot 2000=26{,}191\cdot 10^4(\mathrm{J})$ lett volna.

F. 656. *a) Mennyivel csökken az M tömegű, R sugarú csillag felületéről kibocsátott sugárzás frekvenciája a csillagtól nagy távolságra?*

b) Mekkora volna ez a frekvenciaváltozás a Szíriusz B fehér törpe ($M=1,05\cdot 2\cdot 10^{30}$ kg, $R=10780$ km) esetében?

c) Mennyivel hosszabbodna a Balmer-sorozat színkép második vonalának hullámhossza ($\lambda=486,08$ nm) a Szíriusz B esetében?

Megoldás

Alkalmazzuk az energiamegmaradás törvényét a csillag felületéről kibocsátott fotonra: $h\vartheta_o - k\frac{Mm}{R} = h\vartheta$, ahol $m = \frac{h\vartheta_o}{c^2}$.

Következésképp:

$$h\vartheta_o - k\frac{Mh\vartheta_o}{Rc^2} = h\vartheta \quad => \quad \frac{\vartheta_o-\vartheta}{\vartheta_o} = k\frac{M}{Rc^2}.$$

a) A Szíriusz B fehér törpe esetében a relatív frekvenciaváltozás:

$$f = \frac{\vartheta_o-\vartheta}{\vartheta_o} = \frac{kM}{Rc^2} = \frac{6,67\cdot 10^{-11}\cdot 2,1\cdot 10^{30}}{1,078\cdot 10^{7}\cdot 3^2\cdot 10^{16}} = 1,4437\cdot 10^{-4}.$$

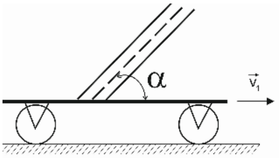
b) A frekvencia és a hullámhossz közötti összefüggés $\lambda=c/\nu$, következésképp:

$$f = \frac{\frac{c}{\lambda_o}-\frac{c}{\lambda}}{\frac{c}{\lambda_o}} \quad => \quad \lambda = \frac{\lambda_o}{1-f} = \frac{486,08\cdot 10^{-9}}{1-1,4437\cdot 10^{-4}} = 486,1501(nm) \text{ és } \lambda-\lambda_o=0,0701(\text{nm}).$$

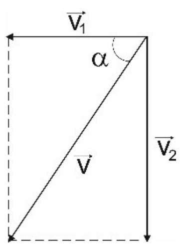
Ferenczi János, Nagybánya

FIRKA 2022-2023/2

F. 657. *Egy függőleges síkban elfordítható üres hengert egy vízszintes felületű kocsira helyezünk. A kocsi $v_1= 2$ m/s sebességgel egyenletesen halad egy vízszintes felületen. A vízszinteshez képest mekkora α szöget kell bezárnia a hengernek, hogy a $v_2=6$ m/s függőleges sebességgel eső esőcseppek a henger falával párhuzamosan haladjanak, anélkül, hogy érintenék azt? A levegővel történő súrlódás következtében az esőcseppek sebessége állandónak tekinthető.*



Megoldás: Az esőcsepp a hengerhez képest v_2 sebességgel mozog függőleges irányban, míg vízszintes sebessége v_1, a kocsi mozgásával ellentétes irányú. Ahhoz, hogy az esőcsepp a henger falával párhuzamosan haladjon, a két sebesség eredőjének iránya a henger tengelyének irányával kell, hogy megegyezzen. Így $tg\alpha = \frac{v_2}{v_1} = 3$, és $\alpha = \text{arctg}3$.



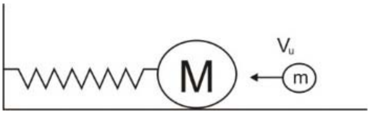
F. 658. *Mindkét végén zárt, 2L = 0,4 m hosszú és $V = 12\cdot 10^{-4}$ m³ térfogatú, vízszintesen elhelyezett hengerben levegő található $p_0 = 10^5$ N/m² nyomáson. A hengert két egyenlő* *részre osztja egy elhanyagolható vastagságú és m = 0,1 kg tömegű dugattyú. A hengert, a közepén áthaladó függőleges tengely körül, ω szögsebességgel forgó mozgásba hozzuk. Határozzuk meg ω értékét, ha tudjuk, hogy a dugattyú forgás közben a tengelytől r = 0,1 m távolságra található!*

Megoldás: A dugattyú a forgatás eredményeként fellépő $F_{cf} = m\omega^2 r$ centrifugális erő hatására mozdul el. Így a henger egyik oldalán található levegő által elfoglalt térfogat hossza $L_1 = L + r$ lesz, míg a másiké $L_2 = L - r$. Mindkét részben található levegő izoterm állapotváltozáson megy át, így írhatjuk: $p_1 S \cdot (L+r) = p_0 \frac{V}{2}$ és $p_2 S \cdot (L-r) = p_0 \frac{V}{2}$. A dugattyúra ható erők között fennáll a $(p_2 - p_1) \cdot S = F_{cf}$ összefüggés. Behelyettesítve F_{cf} és a nyomások kifejezéseit, kapjuk: $\frac{V \cdot p_0}{2S} \cdot S\left(\frac{1}{L_2} - \frac{1}{L_1}\right) = m\omega^2 r$, ahonnan $\omega = \sqrt{\frac{Vp_0}{m(L^2 - r^2)}} = 200\ rad/s$

F. 659. *Mekkora U maximális feszültséget kapcsolhatunk az $R_1 = 1\ \Omega$ és $R_2 = 2\ \Omega$ sorba kötött ellenállásokat tartalmazó áramkör sarkaira, ha tudjuk, hogy az R_1 ellenállás megengedett maximális teljesítménye $P_{1m} = 9\ W$, míg az R_2 ellenállásé $P_{2m} = 8\ W$? Mekkora a maximálisan megengedett teljesítménye ennek a soros áramkörnek?*

Megoldás: Mivel az ellenállások sorba vannak kötve, ugyanakkora erősségű áram folyik át rajtuk. Az R_1 ellenálláson a megengedett maximális áramerősség $I_{1m} = \sqrt{\frac{P_{1m}}{R_1}} = 3\ A$, míg az R_2 ellenálláson $I_{2m} = \sqrt{\frac{P_{2m}}{R_2}} = 2\ A$. Ebből következik, hogy az áramkörben 2 *A* erősségű áram folyhat. Az áramkör sarkaira kapcsolt maximális feszültség tehát $U_m = I_2(R_1 + R_2) = 6\ V$.. Az áramkör maximális teljesítménye $P_m = \frac{U_m^2}{R_1 + R_2} = 12\ W$.

F. 660. *Egy sima, vízszintes asztalon egy k rugalmassági együtthatójú rugóhoz erősített M tömegű golyó fekszik. Ezzel a golyóval a rugó tengelye mentén egy m tömegű, v_0 sebességű másik golyó rugalmatlanul ütközik. Határozzuk meg a golyók gyorsulását abban a pillanatban, amikor a kitérés értéke az amplitúdó egy nyolcada ($y_1 = \frac{A}{8}$)! A mozgást súrlódásmentesnek tekintjük.* (Vermes Miklós Fizikaverseny, 2008, XI oszt.)



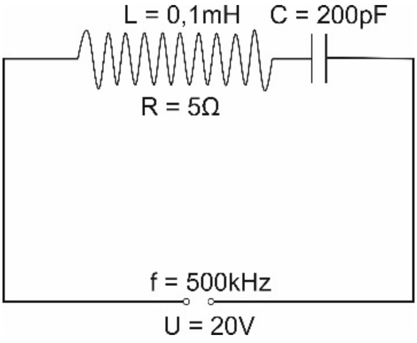
Megoldás: Az ütközés után az M +m tömegű test rezgőmozgást végez. A gyorsulás és kitérés közti kapcsolatot az $a_1 = -\omega^2 y_1 = -\frac{4\pi^2}{T^2} \cdot \frac{A}{8}$ összefüggés határozza meg.

Az A amplitúdó és a T periódus meghatározásához induljunk ki a rugalmatlan ütközés esetére alkalmazott impulzusmegmaradás törvényéből: $mv_0 = (M+m)v_m$, ahol v_m a rezgőmozgás elindulási sebessége. Innen $v_m = \frac{mv_0}{M+m}$.

Az amplitúdót megkapjuk, ha alkalmazzuk az energia megmaradásának törvényét: $\frac{(M+m)v_m^2}{2} = \frac{kA^2}{2}$. Behelyettesítve v_m-et, az $\frac{(M+m)}{k} \cdot \frac{m^2v_0^2}{(M+m)^2} = A^2$ összefüggéshez jutunk, ahonnan $A = \frac{mv_0}{\sqrt{(M+m)k}}$.

Felhasználva a periódus $T = 2\pi\sqrt{\frac{M+m}{k}}$ kifejezését, a gyorsulásra az $a_1 = -\frac{k}{8(M+m)} \cdot \frac{mv_0}{\sqrt{(M+m)k}} = -\frac{\sqrt{k}mv_0}{8(M+m)^{\frac{3}{2}}}$ érték adódik.

F. 661. *Az* L = 0,1 *mH önindukciós tényezőjű és* R = 5 Ω *ellenállású tekerccsel sorba kötünk egy C = 200 pF-os kondenzátort. Az áramkört U = 20 V feszültségű, f = 500 kHz frekvenciájú váltakozó áramforrással tápláljuk. Mekkora kapacitású kondenzátort kell az áramkörbe kapcsolni, hogy rezonancia lépjen fel? Mekkora az áramerősség és a feszültség a tekercs, illetve a kondenzátorok sarkain, rezonancia esetén?*



Megoldás: Az áramkör az ábrán látható. Ismert, hogy rezonancia esetén érvényes az $\omega^2 = \frac{1}{LC_r}$ összefüggés a körfrekvencia, az L önindukciós tényező és a C_r kapacitás között. Kifejezve C_r-t és behelyettesítve a számértékeket, kapjuk: $C_r = \frac{1}{L\omega^2} = \frac{1}{\mathrm{L}(2\pi \mathrm{f})^2} \cong 10^{-9}\,F = 1.000\,pF$. Tehát a rezonancia létrehozásához növelni kell a már meglevő kapacitást a C = 200 pF értékről C_r = 1.000 pF értékre. Ez úgy érhető el, hogy egy C_1 = 800 pF-os kondenzátort párhuzamosan kapcsolunk C- vel.

Rezonancia esetén az áramerősség $I = \frac{U}{R} = 4\,A$, és a kondenzátorok sarkain mérhető $U_2 = I \cdot X_{C_r} = \frac{1}{\omega(C+C_1)} = 1256\,V$.

A veszteséges tekercs két sarka között a mérhető feszültség $U_T = \sqrt{U_R^2 + U_L^2}$. Rezonancia esetén $U_L = U_2$ = 1256 V, míg az ellenállásra jutó feszültség megegyezik a generátor kapocsfeszültségével $U_R = U = 20\,V$, tehát U_T = 1256,16 V.