**8.** Gyakorlati feladat: határozd meg minél nagyobb pontossággal, majd hasonlítsd össze a kockacukor és a kristálycukor átlagsűrűségét. Feladataid:

1. Találd ki a módszert, és írd le az elméleti megalapozást.
2. Végezd el a méréseket, és eredményeidről számolj be.

A feladatokat **Székely Zoltán**, tanár állította össze

# Feladatmegoldók rovata

## Kémia

**K. 1002.** Egy sóból 100 g víz 20 °C-on 25 g-ot képes feloldani. Hány tömegszázalék sót tartalmaz az az oldat, amit akkor kapunk, ha 50 $cm^3$ (50 g) desztillált vízbe 15 g-ot szórunk az adott sóból, majd intenzíven kevergetjük 20 °C állandó hőmérsékleten?

***a)*** 15 tömegszázalék
***b)*** 20 tömegszázalék
***c)*** 23 tömegszázalék
***d)*** 25 tömegszázalék
***e)*** 30 tömegszázalék

**K. 1003.** Melyik esetben redukálódik a hidrogén?

***a)*** Ha szén-dioxiddal reagál.
***b)*** Ha eténnel reagál.
***c)*** Ha klórral reagál.
***d)*** Ha nitrogénnel reagál.
***e)*** Ha nátriummal reagál.

(*Emelt szintű írásbeli vizsga feladatai* – 2023. május 18.)

## Fizika

**F. 698.** Az $l$=10 m hosszú húr baloldali végét rögzítik, a másik végét $A$=10 cm amplitúdójú, $f = 97$ Hz frekvenciájú harmonikus rezgésbe hozzák. Tudva, hogy a hullámok terjedési sebessége $v = 120$ m/s, és a húrban kialakuló állóhullámok egyenlete

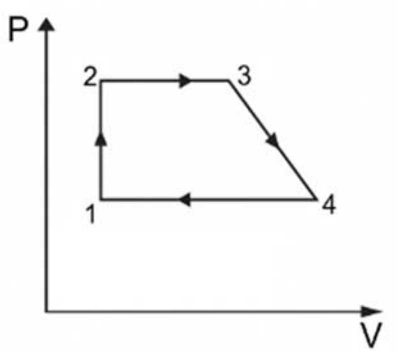
$$y(x,t) = B\sin(\omega t - kx + \alpha) + C\sin(\omega t + kx + \beta)$$

ahol $x$ a rögzített ponttól mért távolság, $t$ az idő, $y$ a tranzverzális kitérés, állapítsuk meg:

- a hullámok hosszát;
- a hullámegyenletben szereplő $B, C, \omega, k, \alpha, \beta$ paraméterek összefüggését feladatban megadott mennyiségekkel ($l, A, f, v$) és számértéküket;
- az állóhullámok amplitúdóját;
- milyen egyszerű változtatásokkal módosíthatjuk az amplitúdót? Milyen tényezők állnak útjába annak, hogy korlátlan amplitúdó-növekedést érjünk el?
- a maximális kitérést a húr rögzített végétől számítva a hullámhossz 25/12-ed részével jobbra.
- összesen hány duzzadóhely (orsópont) alakul ki a húron?

*(A 2025-ös Öveges-Vermes Fizikaverseny országos szakaszán a XI. osztály számára kitűzött feladat)*

**F. 699.** Egy ideális gáz az ábrán vázolt körfolyamatot végzi, ahol $T_3 = T_4$. Tudva, hogy $p_1 = 10^5$ N/m$^2$ és $V_1 = 20$ dm$^3$, valamint ismerve a $p_2/p_1 = 2$ és $V_3/V_1 = 2$ arányokat, számítsuk ki az egy teljes ciklus alatt végzett mechanikai munkát!




a) 2kJ

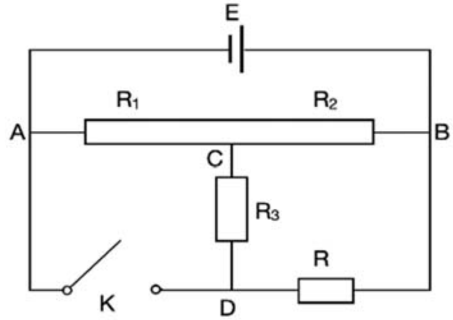
b) 4kJ

c) 8kJ

*(A Babeş-Bolyai Tudományegyetem Fizika Karának 2025-ös felvételi vizsgáján kitűzött feladat.)*

Kiegészítésként oldjátok meg: mekkora a körfolyamat hatásfoka, ha tudjuk, hogy a körfolyamatot egy egyatomos ideális gáz végzi? (Megjegyzés: ez egy komolyabb kiegészítő kérdés, nem is olyan egyszerű, mint amilyennek látszik.)

**F. 700.** Az ábrán vázolt áramkörben a $C$ csúszka az $AB$ ellenállást kettéosztja, létrehozva a $C$ csomópontot úgy, hogy $R_1 = 60\Omega$, és $R_2 = 140\Omega$. A $C$ és $D$ csomópontok között az ellenállás értéke $R_3 = 120\Omega$. $K$ kapcsoló zárása után az $R_3$-on átfolyó áram iránya:




a) változatlan marad
b) fordított irányú lesz
c) az $R$ értékétől függően maradhat változatlan vagy lehet fordított irányú

*(A Babeş-Bolyai Tudományegyetem Fizika Karának 2025-ös felvételi vizsgáján kitűzött feladat.)*

Kiegészítésként oldjátok meg: mekkora $R$ ellenállás esetén marad meg az $R_3$ ellenálláson keresztül folyó áram erőssége?

## Megoldott feladatok

**Fizika –** *FIRKA 2024–2025/4*

**F. 694.** *Annáék családja a hétvégén Beszterceről Parajdra utazott. Amikor elindultak, a kilométeróra 24942 km-t mutatott. Pontosan 2 óra múlva érkeztek Parajdra, a régi bánya bejárata melletti parkolóba. Útközben sehol sem lépték át a sebességkorlátozásokat (50 km/h településen belül, 90 km/h településen kívül). Érkezéskor Anna apukája így szólt: „De érdekes, ismét szimmetrikus számot mutat a kilométeróra."*

*a) Milyen számot mutatott a kilométeróra érkezéskor? Indokold a választ.*
*b) Számítsd ki, mekkora volt Annáék átlagsebessége.*

c) *A régi bányatelepen barangolva Annában felmerült a kérdés, hogy milyen mély lehet a beszakadt József-akna, ahonnan a 18. században hozták felszínre a sót. Beleejtett egy követ az aknába, és mobiljával megmérte, hogy a kő mennyi idő alatt esik le. 3,5 s múlva hallotta a koppanást. Utána számolni kezdett. Segíts Annánnak a számolásban. Másold be a következő gondolatmenetet a versenylapra, kiegészítve a szabadon hagyott helyeket (g≈10 m/s²):*
*A szabadon eső kő a sebességét minden másodpercben ____-mal növeli. A földreérkezés sebessége tehát____. A kő egyenletesen növeli sebességét, átlagsebessége tehát____. Az esési idő 3,5 s, tehát az akna mélysége* $h = v_{átlag} \cdot t_{esés} =$ ____.
d) *Nevezz meg három tényezőt, amelyek miatt az Anna számítása szerinti és a valós magasság között eltérés lehet!*
e) *A sóbányának abban a részében, ahol ma folyik a kitermelés, robbantást végeznek. Gyújtózsinóron a láng 0,5 m/s sebességgel terjed, a robbantást végző Feri bácsi legfennebb 7,2 km/h sebességgel tud szaladni (öregecske már egy kicsit ☺). Legalább mekkora legyen a gyújtózsinór ahhoz, hogy Feri bácsinak esélye legyen eljutni a 30 méterre található fedezékig, mielőtt a láng eléri a robbanóanyagot?*

(*Székely Zoltán*)

**Megoldás**

a) A 24942 szám után következő szimmetrikus szám a 25052, az ezt követő a 25152 lenne. Kérdés, hogy maximálisan mekkora utat tehettek meg Annáék. Ha végig 90 km/h sebességgel haladtak volna (a feladat szerint betartottak minden sebességkorlátozást), 2 óra alatt akkor is csupán 180 km-t tehettek volna meg, amely kisebb, mint (25152-24942) = 210 km. Tehát a kilométeróra a kisebbik szimmetrikus számot mutatja, amely a 25052.

b) Az a.) pontban elmondottak azt jelentik, Annáék 25052-24942 =110 km-t tettek meg 2 h alatt, tehát átlagsebességük $v_á$=55 km/h volt.

c) Ha a gravitációs gyorsulás értékét 10 m/s²-nek vesszük, a szabadon eső kő a sebességét minden másodpercben 10 m/s-mal növeli. A földre érkezés sebessége tehát 35 m/s. A kő egyenletesen növeli sebességét, átlagsebessége tehát (0+35)/2 = 17,5 m/s. Az esési idő 3,5 s, tehát a kilátó magassága $h = v_{átlag} \cdot t_{esés}$ = 61,25 m.

d) A számítás szerinti és a valós eredmény közti eltérést sok tényező eredményezi, például:
- a gravitációs gyorsulás értéke nem pontos (még a 9,81 N/kg sem lenne teljesen pontos)
- a szabadesés törvényszerűsége csak légüres térre érvényes

- a mért időtartam a hang terjedéséhez szükséges időt is tartalmazza, így az valójában valamivel nagyobb a valódi értéknél
- az ember reakcióideje a mérésnél nagyon zavaró tényező (több tizedmásodperc nagyságrendű)
- nem biztos, hogy a kő az akna legalján koppant stb.

e) Feri bácsi sebessége: $v_F$ =7,2 km/h = 2 m/s. Ahhoz, hogy elérje a fedezéket, Feri bácsinak t = d/vF = 30/2 = 15 s-ra van szüksége. 15 s alatt a láng d'= 15·0,5 = 7,5 métert tesz meg, tehát a gyújtózsinór hossza legalább 7,5 m kell legyen.

**F. 695.** *Egy bontatlan, 1,5 literes ásványvizes palackban 1,5 kg 0 °C-os víz és jég keveréke van azonos tömegarányban. Mennyi hőt kell közölni a palackkal ahhoz, hogy a jég elolvadjon, és a víz szintje a lehető legalacsonyabb legyen? Adott a jég olvadáshője: 335 kJ/kg és a víz fajhője: 4180 J/(kgK).*

(*Juhász Paulina*)

**Megoldás**

A víz legalacsonyabb térfogatát 4 °C-on éri el, tehát a palackot 4 °C-ig kell melegíteni. Ilyenkor felszakadnak a vízmolekulák között kialakult hidrogén kötések, és ezért a legkisebb távolságra lesznek egymástól. A hőmérséklet emelkedésével elkezdődik a hőkitágulás folyamata, mint bármilyen anyagnál, és a térfogat újra növekedni kezd.

A víz és a jég is 0 °C-os, ezért mindkettőnek melegednie kell. A rendszer által felvett hő a két részhőből tevődik össze: $Q_{össz} = Q_{jég} + Q_{víz}$.

Mivel a palackban a jég-víz tömegarány fele-fele, ezért a víz tömege 0,75 kg. Tudjuk, hogy a víz sűrűsége 1000 kg/m³ és a térfogata 0,75 l.

A víz által felvett hő: $Q_{víz} = m \cdot c_{víz} \cdot \Delta T$, ahol a $\Delta T = 4 - 0 = 4$.

$$Q_{víz} = 0,75 \text{ kg} \cdot 4180 \text{ J/(kgK)} \cdot 4 \text{ K} = 12540 \text{ J}.$$

A jég melegedése két lépéses folyamat, mert előbb elolvad, és csak utána melegszik: $Q_{jég} = Q_{olvadás} + Q_{melegedés}$.

A jég olvadásához szükséges hő mennyisége:

$$Q \text{ olvadás} = m_{jég}\ \lambda_{jég} = 0,75 \text{ kg} \cdot 335\,000 \text{ J} = 251250 \text{ J}.$$

A megolvadt jég felmelegszik 4 °C fokra:

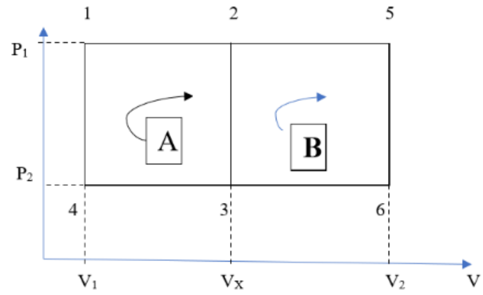
$$Q_{melegedés} = m_{jég} \cdot c_{víz} \cdot \Delta T = 0,75 \text{ kg} \cdot 4180 \text{ J/kgK} \cdot 4 \text{ K} = 12540 \text{ J}.$$

A teljes folyamathoz szükséges hőmennyiség:

$$Q_{össz} = 12540 \text{ J} + 251250 \text{ J} + 12540 \text{ J} = 276330 \text{ J}.$$

**F. 696.** *Mekkora $V_x$ térfogat esetén egyezik meg az ábrán látható A és B körfolyamatot végző, állandó tömegű, egyatomos, ideális gázzal működő két hőerőgép hatásfoka?*

*(Szilágyi Czumbil Judit)*




**Megoldás**

***A. körfolyamatra*** a hatásfokot felírhatjuk, a végzett mechanikai munka és a felvett hő hányadosaként $\eta_A = \frac{L_A}{Q_A}$.

Az 1-2 izobár folyamat során nő a térfogat, tehát nő a hőmérséklet is, a hőerőgép hőt vesz fel. A 2-3 izochor folyamat során csökken a gáz nyomása, tehát csökken a hőmérséklete is, a hőerőgép hőt ad le. A 3-4 izobár folyamat során csökken a gáz térfogata, tehát csökken a hőmérséklete, a hőerőgép hőt ad le. A 4-1 izochor folyamat során nő a gáz nyomása, tehát nő a hőmérséklete, a hőerőgép hőt vesz fel. A felvett hőt kiszámolhatjuk:

$Q_A = Q_{12} + Q_{41} = \nu C_P(T_2 - T_1) + \nu C_V(T_1 - T_4) = \frac{5}{2}\vartheta R(T_2 - T_1) + \frac{3}{2}\upsilon R(T_1 - T_4)$

Mivel a gáz egyatomos, az izochor és izobár mólhők értékei:

$$C_v = \frac{3}{2}R \text{ és } C_p = \frac{5}{2}R$$

Az 1, 2, 3 és 4 állapotokra felírjuk a termikus állapotegyenletet:

$$p_1V_1 = \nu RT_1,\ p_1V_x = \nu RT_2,\ p_2V_X = \nu RT_3,\ p_2V_1 = \nu RT_4$$

Felbontva a zárójeleket és behelyettesítve a termikus állapotegyenleteket a felvett hőre: $Q_A = \frac{5}{2}p_1(V_X - V_1) + \frac{3}{2}V_1(p_1 - p_2)$ kifejezést kapjuk.

A végzett mechanikai munkát a körfolyamat területéből is kiszámíthatjuk. Az „A” körfolyamat a p-V koordináta rendszerben egy téglalap, következik:

$$L_1 = (V_X - V_1)(p_1 - p_2)$$

Az „A” körfolyamat hatásfokát felírhatjuk: $\eta_A = \frac{\frac{5}{2}p_1(V_X - V_1) + \frac{3}{2}V_1(p_1 - p_2)}{(V_X - V_1)(p_1 - p_2)}$

***B. körfolyamatra*** ugyanazokat a lépéseket elvégezve: $\eta_B = \frac{L_B}{Q_B}$

$Q_B = Q_{25} + Q_{32} = \nu C_P(T_5 - T_2) + \nu C_V(T_2 - T_3) = \frac{5}{2}\vartheta R(T_5 - T_2) + \frac{3}{2}\upsilon R(T_2 - T_3)$

Behelyettesítve a termikus állapotegyenleteket a 2, 5, 6, 3 állapotokra:

$$p_1V_x = \nu RT_2,\ \ p_1V_2 = \nu RT_5,\ p_2V_2 = \nu RT_6,\ p_2V_x = \nu RT_3$$

$$Q_B = \frac{5}{2}p_1(V_2 - V_X) + \frac{3}{2}V_X(p_1 - p_2)$$

A végzett mechanikai munkát a körfolyamat területéből is kiszámíthatjuk. A „B" körfolyamat a p-V koordináta rendszerben egy téglalap, következik:

$$L_B = (V_2 - V_X)(p_1 - p_2)$$

A „B" körfolyamat hatásfoka: $\eta_B = \dfrac{\frac{5}{2}p_1(V_2 - V_X) + \frac{3}{2}V_X(p_1 - p_2)}{(V_2 - V_X)(p_1 - p_2)}$

Egyenlővé téve a két hatásfokot: $\eta_A = \eta_B$

$$\frac{\frac{5}{2}p_1(V_X - V_1) + \frac{3}{2}V_1(p_1 - p_2)}{(V_X - V_1)(p_1 - p_2)} = \frac{\frac{5}{2}p_1(V_2 - V_X) + \frac{3}{2}V_X(p_1 - p_2)}{(V_2 - V_X)(p_1 - p_2)}$$

Egyszerűsítünk, és keresztbe szorzunk:

$$\frac{5}{2}p_1(V_X - V_1)(V_2 - V_x) + \frac{3}{2}V_1(p_1 - p_2)(V_2 - V_x) =$$
$$= \frac{5}{2}p_1(V_2 - V_X)(V_x - V_1) + \frac{3}{2}V_X(p_1 - p_2)(V_x - V_1)$$

$5p_1$-et és $3(p_1 - p_2)$ kiemelve a megfelelő tagokból, következik:

$$V_x(V_x - V_1) = V_1(V_2 - V_x)$$
$$V_x^2 = V_1 \cdot V_2$$
$$V_X = \sqrt{V_1V_2}$$

**F. 697.** *Egy palack bort, mint 100 éves ritkaságot elárvereznek. A vásárló jó árat fizetett érte. Megmérte a bor aktivitását, és azt találta, hogy az esővíz aktivitásának a 512-ed része (az esővízben levő trícium felezési ideje $T_{1/2}$ = 12,3 év). Megérte-e a bor az árát, vagyis számoljuk ki, hogy valójában mennyi idős a bor?*

*(Nagy Melinda-Katalin, BBTE)*

**Megoldás**

A radioaktív bomlást jellemző aktivitás megadja a radioaktív anyag másodpercenkénti bomlásainak számát. Ez időben exponenciálisan csökken. Írjuk fel ezt a változást, és fejezzük ki a $t$-t:

$$\Lambda = \Lambda_0 \cdot e^{-\lambda t} \Rightarrow \frac{\Lambda}{\Lambda_0} = e^{-\lambda t} \Rightarrow \ln\frac{\Lambda}{\Lambda_0} = -\lambda \cdot t \Rightarrow t = -\frac{1}{\lambda}\cdot\ln\frac{\Lambda}{\Lambda_0}$$

A bomlásállandót kifejezhetjük a felezési idő segítségével, $\lambda = \dfrac{\ln 2}{T_{1/2}}$, ezt behelyettesítve a fenti képletbe, a $t$ kifejezését megkapjuk a feladatban megadott adatok segítségével: $t = -\dfrac{T_{1/2}}{\ln 2}\cdot\ln\dfrac{\Lambda}{\Lambda_0} = -\dfrac{12{,}3}{\ln 2}\cdot\ln\dfrac{1}{512} = 110{,}7\text{ év}$

Tehát nem csapták be a vásárlót, megérte a bor az árát. 😊