

Szoboszlai Mihály

# Ábrázolás, konstrukció és CAD programhasználat

---

## Bevezető

Amikor a szimmetriáról esik szó, akkor — sok egyéb mellett — a geometriára is gondolunk, ahol a szimmetria-transzformációk (tükrözés, forgatás, eltolás, hasonlóság, affin leképezés) matematikailag megfogalmazhatók. A geometria egyik területe, az *ábrázoló geometria* (konstruktív geometria) a mérnökképzés fontos alapozó stúdiuma. Az ábrázoló geometria stúdiumokban a hallgatók az elméleti geometriában — egyebek között — a szimmetria-transzformációk gyakorlati alkalmazását tanulják meg. Az ábrázoló geometria egyike azoknak a tárgyaknak, amelyekben a megszerzett ismeretek végigkísérik a praktizáló építész és mérnök szakmai életútját: a rajzkészítés és rajzolás napi használatában észrevétlenül jelen vannak. A rajz (a beszélt nyelvhez hasonló) kommunikációs eszköze a tervezőknek, kivitelezőknek, beruházóknak: a mérnökök „nyelve”. A rajzi kifejezőképesség, a térbeli rendszerek (épületek és szerkezeteik) megjelenítésén túl a térbeli gondolkodást, a konstrukciós készséget is tükrözi. Az építész számára elengedhetetlen geometriai és építészeti térszemlélet kialakulása e nyelv megismerése során kezdődik meg, illetve fejlődik tovább.

Az ábrázoló geometria tudományos művelésének kezdetei a XVIII. századra nyúlnak vissza. *Gaspard Monge*-ot (1746—1818) tartják az ábrázoló geometria atyjának. Az erődéptémények védhetőségének problémáján át jutott el eredményeihez, melyek katonai szempontból olyan jelentősek voltak, hogy a szerkesztési elveket, a vetítés szabályait (l. affinitás mint szimmetria-transzformáció) 1795-ig katonai titokként kellett őriznie. Később nyilvános előadásokat is tarthatott. Az ábrázoló geometria Európában a francia és német hadmérnökökön keresztül terjedt el, s vált a műszaki képzés alaptárgyává. Az Egyesült Államokban is a francia emigránsokon keresztül terjedt el, s ott is a katonai akadémiákon vert gyökeret.

## Az építészeti ábrázolás kialakulásáról

Az első, a mai tervkészlethez hasonlítható komplex közelítés és feldolgozás a firenzei születésű szobrász és építész, *Filippo Brunelleschi* (1377—1446) nevéhez fűződik: tudományos alaposággal szerkesztett perspektív rajzai nem csak technikai

eszközök voltak. Korának kiemelkedő humanista filozófusa a perspektív rajzokat szimbólumként keltette szárnyra: az itáliai festészetben számos festő (Masaccio, Piero della Francesca, Alberti, Uccello stb.) alkalmazta s fejlesztette a matematikai (s köztük elsősorban a bevezetőben említett szimmetria-) elveken nyugvó szerkesztési módszert. Az építészeti rajzok megjelenése mellett azonban még mindig a makett játszott a médium szerepét a megrendelőknek és a kivitelezőknek is.

A mai vizuális képzettséggel rendelkező szakember számára triviális dolog akkor felfedezésnek számított: három nézet elegendő bármely objektum vagy szerkezet egyértelmű megadásához. Leonardo da Vinci (1452—1519) és Donato Bramante (1444—1514) is hozzájárultak az építészeti rajzok konvencióinak kialakításához.

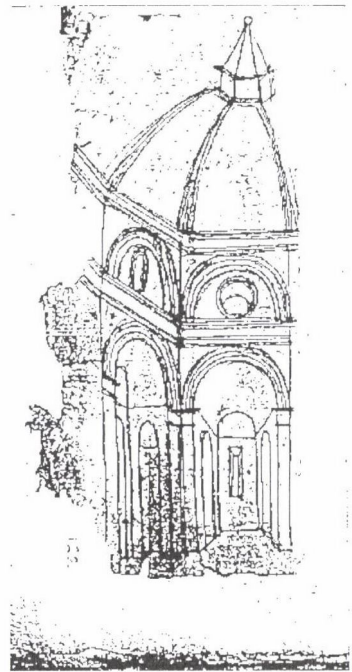
Az első, a vetületekben egymáshoz rendelt, léptékben összerendezett tervrajzokat azonban Raffaello Santi (1483—1520) készítette. Jóllehet az ő számára is volt filozofikus tartalma a rajzkészítésnek, az alkalmazás közvetlen okát az jelentette, hogy ezáltal módja nyílott arra, hogy egyidejűleg több munkát is tudott irányítani. Különösen fontos volt ez számára 1515 után, amikor vezetésével folyt a római Szent Péter székesegyház építése. A folyamatos munkát római távolléte során úgy tudta biztosítani, hogy az építkezés rajzait előre elkészítette. A rajz fontos szerepét nemcsak a kivitelezési munkák elősegítésében látta, hanem a megbízóival való kapcsolattartásban, munkáinak dokumentálásában, a formai utasítások megadásának pontosításában, s nem utolsósorban épülettervének előzetes objektív vizsgálatában. Javaslatot tett a korai emlékek, romok felmérésére, rajzi dokumentálására, segítséget nyújtva ezzel a következő nemzedék képzéséhez, a formai és szerkezeti jegyek, arányértékek megértéséhez.

Az építészeti rajzkészítés történetének következő kulcsfigurája Andrea Palladio (1508—1580) volt, aki pályafutását kőfaragóként kezdte és csak később került kapcsolatba a humanista építészeti filozófiával. Raffaellohoz hasonlóan nagy figyelmet szentelt a klasszikus építészeti arányok és formák megismerésének és alkalmazásának. A klasszikus építési formák megismerésére alkalmasabbnak tartotta a gyakorlati munkát, mint az elméletek vagy csak könyvek, Vitruvius (a szimmetria antik klasszikusa) könyveinek tanulmányozását: felmért és lerajzolt minden fellelhető klasszikus részletet, amivel építészeti formakincsét gazdagíthatta. A „Négy könyv az építészetéről” című műve alapvetően gyakorlati útmutatásokkal teli kézikönyv, jóllehet Vitruvius „Tíz könyv az építészetéről” című teoretikus értekezésén alapszik.

A terveken alaprajz, homlokzat, metszet szoros rendezettségben szerepelnek, ami az épületek megértését, rajzokról való megismerését nagyban elősegíti. (1. ábra)

A Palladio rajzain alapuló „palladianizmus” nagy hatással volt később az ipari forradalom mérnökeire, építészeire is több szempontból. John Smeaton, a független mérnöki szakma alapítója könyveket írt és szerkesztett a palladioi hagyományok szellemében. A stílus — amely jőzan, áttekinthetően tiszta, precízen szerkesztett rajzokat jelentett — nagyon hasznosnak bizonyult a mérnökök számára. Az építész (architect) és a kultúrmérnök (civil en-

1. ábra



Palladio eredeti vázlatrajza a firenzei Rotonda degli Angeli-hez (Rivista di Storia dell' Architettura, 1972)

gineer) fogalma a XVIII. század végéig egyet jelentett, így ezt a tervezőművészeti tevékenységet ugyanaz a rajzi megjelenítési, modellkészítési mód jellemezte. A vetett árnyék a rajzokon jobban elképzelhetővé tette az épületeket, a műtárgyakat. A megbízó számára közelebb hozta a valóság illúzióját. Ez az ábrázolási paletta később színekkel, szabványos jelrendszerrel egészült ki. A gépek, mozgó szerkezetek ábrázolásánál viszont kevesnek bizonyultak az építészeti rajz konvenciói. A művészeknek újabb technikákat kellett kitalálniuk. Már Leonardo vázlatkönyveiben feltűntek a gyakorlati célzatú magyarázó ábrák, amelyekben nemcsak a tárgyak térbeliségének ábrázolása volt fontos, hanem a mozgás szemléltetése is. Azok a rajzok Leonardo életében csak kevés hatást gyakoroltak az ábrázolási technikára, később a XIX. században kerültek újból elő.

Az első „robbantott” metszetet *Rudolf Manuel Deutsch* rajzolta *Georgius Agricola* bányászatról készített tanulmányához, ami azt jelentette, hogy ez nem Leonardo kizárólagos felfedezése volt. Agricola tanulmánya abból a szempontból is figyelemre méltó, hogy az ábrákon kiterjedten alkalmazta azt, hogy darabokat metszett ki a tárgyakból, így a nem látható részeket is ábrázolta, viszonyukat a látható részekhez egyértelművé tette. Ugyancsak ő használta széles körben a számokkal, betűkkel való utalást egy-egy megjegyzésmezőre. Ez utóbbi hamar bekerült a műszaki illusztrátori és a mérnöki gyakorlatba.

A XVI. századtól a géprajzok egyre kifinomultabbak lettek, bár az ábrázolások jó része a vízi- és szélmalomokra vonatkozott. A korai dokumentációkban egy rajzon ábrázolták az összes odavonatkozó információt. Csak később vált általánossá, hogy egy tárgyhoz két-három ábra is tartozott. A XVIII. század egyik kiemelkedő tudománytörténeti eseményének számít a *Diderot* és *d’Alembert* által szerkesztett *Encyclopédie* (1751–80) kiadása. Ebben axonometrikus képek, hossz- és keresztmetszetek, részletrajzok szerepeltek egy-egy műszaki alkotás magyarázataként. Az itt közölt rajzstílusok az akkori iparban is elterjedtek.

A tetszetős ábrák és ábrázolási technikák ellenére a hadi- és gépiparban egyre inkább az egzakt matematikai és geometriai törvényeket követő, méretarányos ábrázolási módra volt szükség. Ennek elméleti megalapozója a francia katonatiszt, Gaspard Monge volt. 1795-ben publikálta azt az eljárást, amely az ábrázoló geometria megalapozását jelentette. Ebben a tárgyak méretarányos ábrázolása három rendezett, merőleges vetülettel történt. A vetítési rendszert ma is eredeti formájában használják, jóllehet két vetítési nézetrend él egymás mellett: az európai nézetrend és az amerikai nézetrend. A kettő közötti különbség csak annyi, hogy az európai nézetrendben a tárgy az első térnegyedben helyezkedik el (first angle projection), míg az amerikai nézetrendben a tárgy a harmadik térnegyedben (third angle projection) van. Így az alakzat első képe az európai nézetrendben a második kép alá, míg az amerikai nézetrendben a második kép fölé kerül.

A számítógépek grafikus képességeinek erőteljes fejlődése ellenére, valamint ezen programok használatának dinamikus növekedése ellenére a felsőoktatási intézményekben alaposan tanulmányozott számítógépes ábrázoló geometria a legtöbb mérnök-képző intézetben továbbra is megőrizte helyét. Egyes iskolákban, ahol korábban a mindent megoldani látszó számítógépek oltárán feláldozták e tárgyat, most visszatérnek e nem csak a rajzkészséget fejlesztő, de a térbeli gondolkodás, konstruálás elsajátítását is segítő, a vizuális kommunikációs készséget megalapozó reálistúdium oktatásához.

## Térláttatás, szemléletformálás

Napjainkban a számítógép minden szakterületre ható és reformokra készítő befolyása nem hagyja érintetlenül a mérnöki-építészeti ábrázolást és az azt megalapozó ábrázoló geometriát sem. Az elmúlt időben külföldi egyetemeken ennek szélsőséges

hatásai is megjelentek. Például oly módon, hogy egy alapozó tárgyat posztgraduális stúdiummá léptettek elő: az „ábrázoló geometria” helyett számítógépes programokat kezdtek oktatni a reform elkötelezettjei. A végzett mérnökök később, a gyakorlatban tapasztalták, hogy egy-egy CAD program nem mindenható: használata sík- és térgeometriai alapismeretek nélkül félkarú óriássá, s egyszersmind teljesen kiszolgáltatottá tehet valakit. Így aztán mindahhoz, amit az „alapképzés” keretében kellett volna megtanulniuk, a tanulmányok befejeztével, posztgraduális képzés keretében kellett visszatérniük. A konstruktív geometria oktatásának posztgraduális stúdiummá emelését szeretnénk elkerülni.

Az építészképzésben nagy jelentősége van annak, hogy az ábrázoló geometria tanulása során a hallgatók elsajátítsák a térbeli konstruálás képességét, megismerjék azokat a geometriai alakzatokat, szerkesztési szabályokat, amelyeket tervezőmunkájuk során alkalmazhatnak. Az alapismeretek elsajátításával azt a konstrukciós képességet érik el, hogy olyan új formák, szerkezeti tervek definiálására, megtervezésére is képesek legyenek, amelyek eddig még vagy nem léteztek, vagy egy adott CAD program menükészletében nem állnak közvetlenül rendelkezésre.

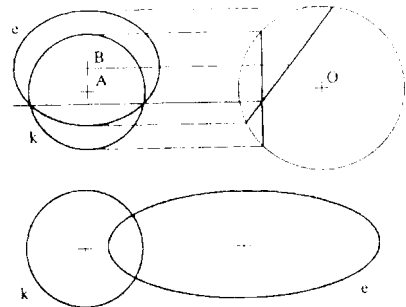
Nagyon sok esetben a komoly síkmértani ismereteket, elméleti tételeket igénylő geometriai problémamegoldás térmértani megoldásokkal kiváltható. Ez a megállapítás nem tekintendő lekicsinylőnek: egy-egy síkmértani probléma térmértani eszközökkel való megoldása sokszor a síkbelinél szellemesebb s egyszerűbb megoldásokat kínál. Az elmúlt időben a tanszékünkön dolgozó kollégák közül többen tűzték azt ki célul, hogy az építész szemlélethez, a térbeli alakzatok kezeléséhez jobban illeszkedő megközelítéseket és feladatmegoldásokat készítsenek. Az alábbi példa is jól illusztrálja, hogy egy síkbeli szerkesztési feladat térmértani megfontolásokkal könnyebben megoldható.

Szerkesszük meg egy közös szimmetriatengellyel rendelkező kör és ellipszis metszéspontjait!

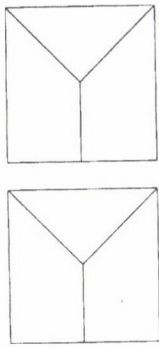
Megkeresvén azt a gömböt, amelynek felületén a két kör található (melyeknek vetületei a síkmértani probléma felvételét adják), a 2. ábra szerint könnyen megoldható a feladat. Az ilyen típusú feladatokban feltétlenül építeniük kell a felvétel szimmetrikus jellegére. Az ábra második feladatánál a középpontokat összekötő tengely irányú transzformációt is el kell végezni ahhoz, hogy az előzőhöz hasonló lépéssor végrehajtható legyen.

A térbeli konstrukciók ábrázolásának és vetületeik rekonstruálásának egyik példája az a feladat, amelyben a felülnézet és az előlnézet azonos. Legtöbbször a csak két képpükkel megadott alakzatok rekonstruált formái nem egyértelműek. Az 3. ábrán megadott nézetek térbeli megoldására a már gyakorlattal rendelkezők többsége is csak szimmetrikus megoldást talál (4. ábra, bal oldali test). Érdekes összefüggést keresni abból a szempontból, hogy az aszimmetrikus megoldást adók vizuális gondolkodása milyen jellemzőkben tér el a nagy átlagától.

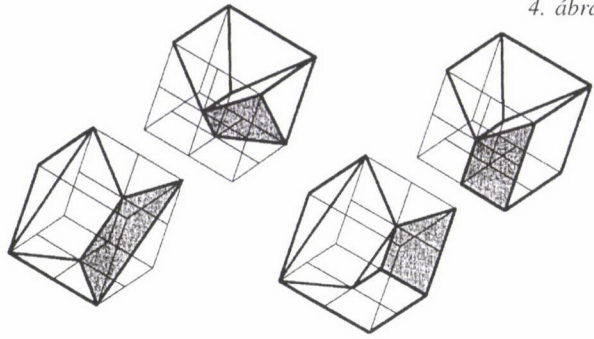
2. ábra



\*CAD = Computer Aided Design, számítógépes műszaki tervezés



3. ábra



4. ábra

## Geometriai forma-, szerkezet- és szerkesztésismeret

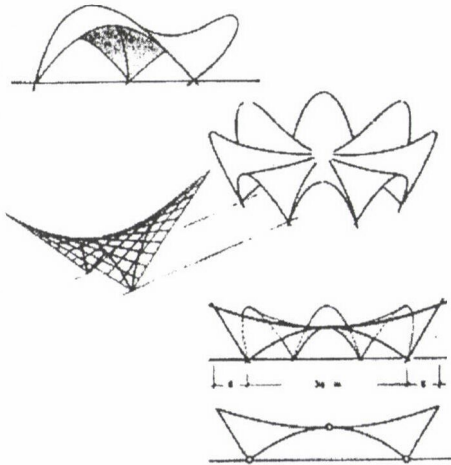
A geometriai felületek tulajdonságainak, építészeti alkalmazhatóságuknak, a velük szemben támasztható szerkezeti elvárások megismerésének nagy szerep jut az ábrázoló geometria keretében. Számtalan példa a másodrendű felületek, ezen belül is a nyeregfelületek, a hiperbolikus paraboloidok attraktív építészeti alkalmazásának lehetőségét bizonyítja. *Felix Candela* szinte teljes életműve e formai gondolatkörben fogant (5. ábra). Ezek az alkottások felhívják a figyelmet a görbe felületek esztétikus, művészi alkalmazásának módjaira: szobrászi lehetőséggel látják el a formaalkalmazót.

A másodrendű felületek építészeti alkalmazásának kialakultak a specialistái, akik között elsősorban mérnököket találunk. A felület érdekes formai és elegáns szerkezeti tulajdonságait az építészek közül azonban még *Le Corbusier* is használta. Az 1958-as brüsszeli világiállításán a Philips-pavilont egyenes vonalú torzfelületekből tervezte.

A hiperbolikus paraboloid, az egyenes vonalú torzfelületek egyik legkedveltebbje, több módon is definiálható: egyenes vonalú torzfelületként, translációs felületként.

A felület tanulmányozása során az alakzat ábrázolásának, szerkesztésének kérdései is felmerülnek, amelyek síkmértani problémák térmértani megoldásait rejtik magukban. Azt mondhatnánk, hogy a felület előnyös szerkezeti tulajdonságain túl előnyös, tanulságos „geometriai” tulajdonságokkal is rendelkezik.

A kúpszeletek közül a parabola szerkesztése a mérnöki gyakorlatban sűrűn előfordul, leggyakrabban tartók nyomatéki belsőerő-ábrájának szerkesztésekor. A parabola két érintőjével (a, b), s azokon két érintési ponttal (A, B) adott görbe megszerkesztése síkmértani kúpszeletszerkesztésnek tekintendő.



5. ábra

Felix Candela: Étterem vázlata, Xochimilco, Mexico

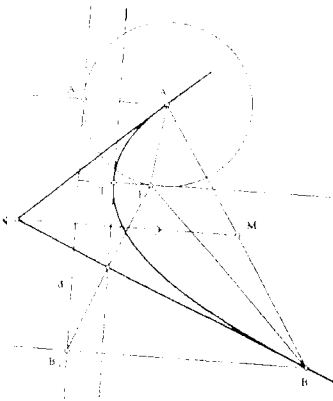
A tengelyirányt az AB szakasz felezőpontjának, valamint az a és b egyenes metszéspontjának összekötésével nyerjük.  $AA_1$ , ill.  $BB_1$  párhuzamosak a tengelyiránnyal. Az AF az  $AA_1$ , a BF, ill. a  $BB_1$  szakasz a-ra, ill. b-re vonatkozó tükörképe. A parabola C csúcspontját az  $A_1F$  felezőpontján, valamint az F-en átmenő, a tengelyiránnyal párhuzamos, illetve arra merőleges egyenesek metszik ki. (6. ábra)

A következő példával azt kívánom illusztrálni, hogy a fenti probléma hogyan ágyazható egy térmértani feladatba, egy kontúrgörbe szerkesztésének lépéseibe. A másodrendű felületek tárgyalásánál gyakran merül fel a kérdés, hogy egy-egy részlet szerkesztése nem öncélú-e. Mélyíthetők-e ezáltal a sík- és térmértani ismeretek?

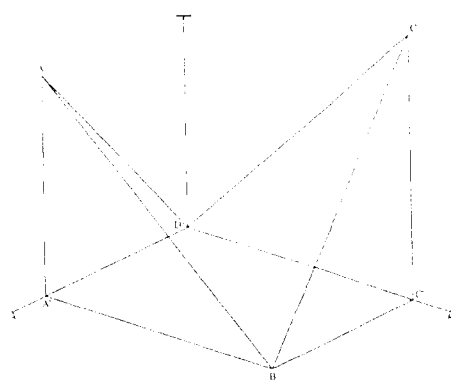
Legyen adott axonometriában egy, az ABCDA torznégyszög által kifeszített nyeregfelület. (7—8. ábra) Az AB és a BC seregbeli alkotókon, a CD-n és a DA-n hasonló módon kapjuk meg a kontúrponotot: az alkotók (CD, ill. DA) másik seregbeli egyenesi az axonometrikus képen fedőegyenesként jelennek meg; az adott alkotók kontúrponotaiban az axonometrikus vetítésük a felület érintősíkja lesz. Így DA az EH egyenesével határozza meg az E pontbeli érintősíkot, s ezáltal az E pont kontúrponot lesz, míg CD a GF egyenesével, ahol is F lesz a CD szakasz kontúrponota. A további kérdés az, hogy hogyan nyerhető annak a parabolának a fókusza, ill. csúcspontja, amelyet két érintőjével, s azokon az érintési pontokkal (a fenti síkmértani problémával azonos módon) megadtunk. Mindeközben a nyeregfelület „belső” összefüggés- és axonometrikus ábrázolásrendszerét kívánjuk kihasználni. Tudjuk, hogy a parabola legalsó pontja lesz a csúcspont, hiszen esetünkben a tengely iránya függőleges. Keressünk tehát két olyan alkotót a felületen, melyeknek axonometrikus képei fedésbe kerülnek, s vízszintesek a papír síkján. Ez az irány a vízszintes koordinátasíkkal nem párhuzamos, csak a BC és DA alkotó sereg irány síkjával az. Ha ezzel az iránnyal mint vetítősugárral az AB, CD seregbeli alkotókat az  $xx'$  síkra vetítjük (a végpontok vetületei  $x$  indexszel vannak jelölve), akkor azok egy pontban metszik egymást. Ez a metszéspont (K) fedésben van azokkal az alkotó végpontokkal ( $K_1$  és  $K_2$ ), amelyeknek képei vízszintesek. Ezen az egyenesen kell a T parabolacsúcspontot megtalálni. Ezt kétféleképpen is megtehetjük. Megszerkesztjük a két seregbeli alkotó  $K_1$ -hez és  $K_2$ -höz tartozó  $xy$  síkbeli vetületeit. Ezek metszéspontja (T') lesz a keresett csúcspont vetületi képe. A  $K_1F'K_2T'$  paralelogrammából adódóan a T csúcspont helyére igaz, hogy a K pont felezi a  $TT'$  és  $FF'$  közötti képi távolságot. Így a T pont helye az a rajzi hosszúságú szakasz K-tól balra való felmérésével megkapható. A J, ill. a K pontból az EH, ill. az FG szakaszra merőlegest bocsátva a parabola fókuszpontját nyerjük.

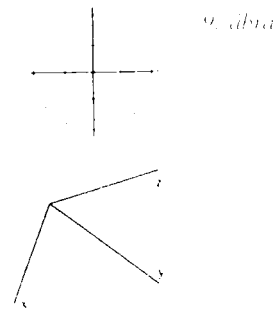
Egy-egy síkmértani szerkesztés térmértani kontextusba helyezésével a térbeli konstrukciós készség, s együttal a térlátás is fokozható.

6. ábra



7. ábra





## CAD programok használata

Az ábrázoló geometria és a számítógépek alkalmazásának oktatásakor gyakran merül fel a kérdés a két tárgy oktatási anyagának átfedéséről. Első kérdésként mindjárt a fogalmi meghatározásokat kell tisztázni. Gyakori probléma, hogy egy-egy, a hagyományos ábrázolásban használt fogalom átértékelődik, a CAD rendszer sajátos fogalomrendszere szerint megváltozik, új számítógépes geometriai fogalmakkal bővül. A számítógépek használatának terjedésével ezekre a kérdésekre az ábrázoló geometria oktatásakor is célszerű figyelmet fordítani.

A térben való tájékozódáshoz még az egyik legelterjedtebb CAD rendszerben is első közelítésre meglehetősen furcsa módon kell (lehet) megadni az ún. belső tájolást (9. ábra). Ábrázoló geometriai ismeretekkel rendelkező felhasználók a program által iránytűnek nevezett grafikus navigációs eszközön állíthatják be az ortogonális vetületet. Klinogonális vetület használatára — a legtöbb CAD programban — nincs lehetőség, holott az sokszor informatívabb lenne, gondoljunk csak a béka- ill. madárvetületek méretarányt megőrző tulajdonságaira. Az ortogonális és a centrális leképezés között szükség van egy átmenetre, a szabadabb ábrázolási módot lehetővé tevő ferde vetítésre. *Mario Botta* svájci építész műalkotásként számontartott axonometrikus rajzainak kifejezőereje, esztétikai értéke részben ebben is rejlik. Ezt az igényt felismerően, néhány — elsősorban építészeti CAD — rendszer fejlesztője bevezette a ferde vetítést. E rendszerek némelyikében már csak a „monometria-dimetria-isometria”, angolszász eredetű, egyszerűsítésre törekvő elnevezésből átvett fogalmak keltenek zavart.

A CAD programok beépített forma- és elemkönyvtára segítséget jelent, ugyanakkor korlát is a felhasználónak, ha ez nem párosul nyitott programozási felülettel. Az építészeti alkotások igazi öröme — mint az alkotásoké általában — az új, eddig még nem volt formák, megoldások, konstrukciók létrehozásában rejlik. Ezek mind arra ösztönzik a szoftverek fejlesztőit, hogy egyre bonyolultabb, egyre többet tudó programokat gyártsanak. Ezeknek a nagytudású programoknak a betanulási ideje (learning curve) — s nem kellő rendszerességű használat esetén a „felejtési” mutatója (disregarding factor) — meglehetősen nagy. Marad tehát a programok mögött szerényen meghúzódó „egyszeregy”, a józan geometria. Távrolról sem akarom ezzel azt mondani, hogy a számítógépes programok ma már nélkülözhetők lennének, vagy hogy a feladatok egyre nagyobb hányada nélkülük kiváltható lenne. Több éves építészeti CAD oktatási, alkalmazás-kutatási, konzultációs tapasztalattal állíthatom, hogy a jó — és „legjobb” — CAD programok technikai ismerete is kevés akkor, ha az nem társul alkotó, mérnöki konstrukciós készséggel, melynek alapjait „hagyományos” eszközökkel lehet megteremteni. S ebben az eszközlárban a térbeli konstrukciós készséget a mértani alakzatokkal végrehajtott transzformációs, szimmetria-műveletek hatékonyan mélyítik.