

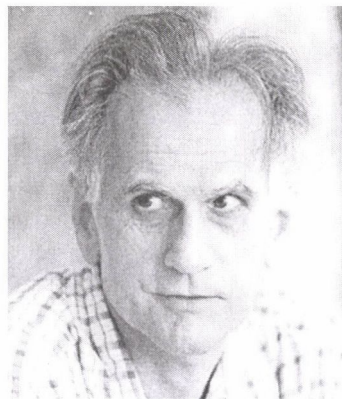
„A lényeg, hogy érdekes matematikával tudjam tölteni az időmet”

Beszélgetés Bollobás Béla matematikussal,
az MTA külső tagjával

Az ötvenes évek végén a matematikai diákversenyek egyikén majd egy óra késéssel becsoszogott egy kicsit zilált ifjú, nekilátott a feladatoknak, aztán egy órával a megoldási határidő lejárta előtt bánatosan felállt és eltávozott. Aki nem ismerte, sajnálta szegényt. A versenyt azonban ez a későn érkező, korán távozó versenyző, Bollobás Béla, Erdős Pál későbbi tanítványa nyerte. Akadémiánk külső tagjával, a Nagy-Britanniában és az Egyesült Államokban dolgozó világhírű matematikussal az elmúlt nyáron Budapesten beszélgettünk az Erdős-emlékkonferencián.

Őn tizenöt közös cikket publikált Erdős Pállal, az elsőt még tizenkilencévesen, 1962-ben. Ez igen szerencsés indulás egy matematikus számára. Jelentős eredményeket ért el a gráfelméletben, fő kutatási területe a kombinatorika és funkcionálanálízis. Még nem volt harmincéves, amikor a világhírű, számos Nobel-díjast magáénak valló cambridge-i Trinity College örökös tagjává választja. Jó néhány neves — főként kombinatorikai — lap szerkesztőbizottságának tagja. Az említett témákban hét könyvet írt. Mit tart Ön a legfontosabb eredményének?

Ha egyet kell mondanom, akkor talán az Erdős és Rényi véletlen gráfok evolúciójáról írt híres cikkéhez kapcsolódót említem. De hadd kezdjem a mesét kicsit korábban. Az ötvenes évek végén a matematika két nagyon fontos területe született meg. Erdős és Rényi egy cikksorozatban megalapozta a véletlen gráfok elméletét, s szinte ugyanakkor, Angliában, Broadbent és Hammersley elindította a perkoláció elméletét. Bár a két terület nagyon hasonló dolgokról szól, hiszen mind a kettőben bizonyos véletlen gráfokat tanulmányozunk, mégis egymástól függetlenül nőttek fel; az elsőnek nagy hatása volt a kombinatorikára és a számítástudományra, a második pedig elindította a rendezetlen vagy véletlenszerű rendszerek elméletét (theory of disordered systems), ami most a fizika és a matematika komoly és nagyon aktív közös területe. Általános vélemény szerint Erdős és Rényi legszebb eredménye a következő: Vegyünk egy véletlen gráfot n szögponttal és $p=c/n$ él-valószínűséggel. Ez azt jelenti, hogy mondjuk, vesszük az első n egész számot, s a pontpárok között véletlenszerűen, egymástól függetlenül, p valószínűséggel összekötéseket hozunk létre, vagyis bármely két a, b pontra p valószínűséggel



veszünk egy ab élt. Madártávlatból, nagyon durván, hogyan néz ki egy így megkonstruált véletlen gráf? Természetesen még az sem magától értetődő, hogy van egy tipikus ilyen gráf, de van. Erdős és Rényi híres tétele azt állítja, hogy ha c egy 1-nél kisebb konstans, mondjuk 0,999, akkor nagy valószínűséggel csak nagyon kicsi, $\log n$ nagyságú komponensek (összefüggő részgráfok) vannak, de ha c akár egy kicsit is nagyobb, mint 1, mondjuk 1,001, akkor van egy óriási, konstansszor n nagyságú komponens, és az összes többi megint kicsi, legfeljebb $\log n$ nagyságú. A tételt élszámokkal is meg lehet fogalmazni. Vegyünk n pontot, s véletlenszerűen húzzunk be éleket: egyet, kettőt, hármat, és így tovább. Mondjuk t idő után t élünk van. Úgy vehetjük, hogy van egy élőlény (organism), amely úgy fejlődik, hogy mindig több éle nő. Ha $c < 1$ egy konstans, akkor $t = cn/2$ idő után egy tipikus organizmus csak kicsi darabokból áll, de ha $c > 1$, akkor egy tipikus organizmusban van egy óriási komponens, körülbelül c^n ponttal, ahol c' egy c -től függő pozitív konstans. Manapság ezt az eredményt úgy mondanánk ki röviden, hogy egy véletlen gráfnak a 0 (vagy inkább 1) pont komponensére a kritikus valószínűség pontosan 1.

A tételt Erdős és Rényi úgy fogalmazták, hogy úgy tűnt, mintha ez a tétel mindent megválaszolt volna. Pedig közel sincs így: ezzel a tétellel nemhogy nem zárul le a történet, hanem épphogy elkezdődik. Mindenesetre az történt, hogy huszonnégy évig a tételnek semmi folytatása sem volt. Akkor vizsgáltam én azt, hogy mi is történik a kritikus valószínűség közelében, milyen is a fázisátmenet. Milyen nagyítású mikroszkópot kell alkalmaznunk, hogy lássuk az óriási komponens születését rendszeresen, folyamatosan. Lényegében azt bizonyítottam, hogy az érdekes dolgok $n^{2/3}$ nagyítással történnek. Ha egy véletlen gráfnak $n/2 + s$ éle van, ahol s jóval nagyobb, mint $n^{2/3}$, de jóval kisebb, mint n , akkor van egy óriási komponens körülbelül $4s$ éllel, s minden más komponens sokkal kisebb. Ennél nagyobb nagyításnál semmi érdekeset nem látunk: ha egy véletlen gráfnak $n/2 + s$ éle van, ahol s (lényegesen) kisebb, mint $n^{2/3}$, akkor ezen gráf komponens struktúrája szinte ugyanaz, mint a véletlen gráfnak $n/2$ éllel. Ezt ma úgy mondanánk, hogy a kritikus kitevő $2/3$. Még több más kitevőt is meghatároztam. Ezek a kitevők nagyon fontosak a véletlen rendszerek vizsgálatában, és nagyon kevés esetben tudunk kritikus kitevőket meghatározni. Az én tételem volt az első komoly eredmény, mely érdekes kritikus kitevőt határozott meg. A statisztikus fizikában is nagyon „vadásznak” kritikus kitevőkre és rokonokra. Sok esetben számítógépes szimuláció segítségével kitalálják, mik is az értékek, de a bizonyítás az egészen más ügy.

A Microsoft kutatóintézetének négy tagjával (Borgs, Chayes, Kim és Wilson) éppen most fejeztünk be egy hosszú cikket, melyben ezen tételekre alapozva beláttuk, hogy az úgynevezett 2-SAT problémának hasonló fázisátmenete van.

Mi várható a matematikától, mit tud még adni a világnak?

Azt hiszem, rengeteget fog adni. Lehet, hogy a matematika az eddigieknél még nagyobb hatással lesz a különböző diszciplínák fejlődésére, tágnak alkalmazási lehetőségei is. Mondjuk húsz évvel ezelőttig eléggé külön állt a tiszta matematika minden mástól. Azóta komoly változások történtek, a matematika és fizika kölcsönhatása például jól látható a különböző kvantumelméletekben, ahol a differenciálgeometria, algebrai geometria, algebrai topológia mellett váratlan nagy hatása lett a csomóelméletnek. Konkrét alkalmazások is felmerülnek például a biológián keresztül. A természettudományokban számos komoly elméleti probléma van, amelynek megoldásához matematikai úton juthatnak el, sokszor kombinatorikai vagy valószínűségi megközelítésekkel.

Ön szerint csakugyan korán észrevehető-e a matematikai tehetség?

Biztos vagyok benne! Csodálatos, ha egy országban felkutatják a tehetségeket és minden eszközzel segítik őket kibontakozni. Fontos azonban, hogy a lehető legszélesebb körből válogassanak és a vidéken élő tehetséges fiatalokra is ráleljenek.

Ön első generációs matematikus?

Igen. „Mens sana in corpore sano” volt édesapám jelszava, s nagyon is úgy próbált bennünket felnevelni, hogy ennek eleget tegyünk. Mindig azt szerette volna, ha orvos lettem volna, mint ő. Az elején minden ment jól: csináltattam nekem miniatűr műtős asz-

talt, kis székekkel, voltak szikéim, s boldogan operáltam élő békákon. Most ez, joggal, szörnyűnek hangzik, de mások voltak azok az idők. Nem tudni, miért, de egy-két évvel később teljesen megundorodtam a békáktól, s még a vértől is. Ez azóta is tart: a békák közelében fizikailag rosszul vagyok.

Sok angol nagyon büszke arra, hogy milyen jó iskolába járt: Eton, Winchester, St. Paul's, Rugby és több más iskola híres arról, milyen jó tanárok foglalkoznak a diákokkal. Ilyenkor mindig büszkén gondolok arra, hogy nekem mennyivel jobb volt. Mert otthon laktam, de a legjobb tanárok foglalkoztak velem. 1956-ig nemcsak Dunaharasztin laktunk, hanem ott is voltam iskolás. 1956 tavaszától már Budapestre jártam, először az Irányi utcai általános iskolába, utána meg az Apáczai Csere János gimnáziumba. Édesapám gyerekkorában nagyon sokat tanított gazdag és nem túl okos gyerekeket, ezért korán elhatározta, hogy gyerekeit jó magántanárok tanítják majd. Ez így is lett. Már ötéves koromtól sok mindenből — a sporttól a nyelveken át a zenéig — foglalkoztak velem és lánytestvéreimmel különórán, de soha nem az iskolai tananyagból. Oktatásunkban édesanyám fő szerepe az volt, hogy verseket tanított nekünk: Arany János, Vörösmarty, Petőfi, Ady, Kosztolányi és Babits volt kedvence: tőlük tanultunk hosszú részeket. Mindig ünnepnap volt, amikor édesapám ifjúkori jó barátja, Greguss Zoltán jött át hozzánk, aki kora reggelig ivott és szavalt Adyt, Villont és másokat.

A legfontosabb persze a matematika volt. Amikor úgy kilencéves koromban komolyabban kezdtem érdeklődni a számtan iránt, először édesapám próbált segíteni eléggé unalmas régi gimnáziumi könyveiből, s amikor már nehezen ment neki, tizenegyéves koromban bement az ELTE-re, s talált egy fiatalembert, Splényi Gábort, hogy engem tanítson. Szinte állandóan csak példákat oldottunk meg. Azóta is imádom mindenfajta matematikai problémát. Időnként valami elméletet is tanulunk, egy kis differenciál- és integrálszámítást. Persze sok geometria volt: azt különösen élveztem. Minden példatárból kifutottunk: még a legunalmasabb problémákat is örömmel csináltam meg. Talán érdemes megjegyezni, hogy magánóráim sosem 60 percesek voltak, hanem tartottak ameddig tartottak; a matematikai foglalkozás például nagyjából három órán át. Splényi Gábor ismertetett meg a MatLapokkal, s attól kezdve állandóan nagy izgalommal vártam a lap megjelenését, természetesen az érdekes példái miatt. Alig vártam, hogy én is gimnazista legyek, és be tudjam küldhessem megoldásaimat. Az valahogy eszembe sem jutott, hogy meg lehet szegni a szabályokat, és korábban is be lehet küldeni a megoldásokat. Érdekes, hogy Splényi Gábor Dunaharasztra ment tanárnak, ott nősült, s szegény ott is halt meg, túl fiatalon.

A gimnázium alatt Reiman Pista bácsihoz jártam magánórákra. Természetesen tőle tanultam a legtöbbet: geometriai axiomatikát, projektív geometriát, egy kis csoportelméletet (azt nem nagyon szerettem, mert egy nem túl könnyen olvasható német nyelvű könyvből tanultuk), még gráfelméletet is (akkor dolgozott a négyszög nélküli gráfokon, melyekről híres tétele van) és persze sok mást. Rettentő jó volt vele lenni, a matematika szeretete áradt belőle. Ezért örökre hálás leszek neki.

Úgy hallottam, hogy igen komolyan sportolt is.

Ötéves koromban kezdtem a vívás alapjainak elsajátításával és később is főleg vívtam, másik nagyon korai sportom a műugrás volt; öt-hat éves koromban én voltam a legfiatalabb műugró Magyarországon. De sosem voltam benne jó. Évtizedekkel később, Baton Rouge-ban, azért még boldogan ugráltam a trambulínról, míg ki nem ficamítottam a vállamat. Sokat futballoztam, öttusáztam. Elég sokáig versenyeztem is, amikor elmentem Cambridge-be, Oxfordba, még angol válogatottnak is voltam. Angliáért vívtam Németország, Franciaország, Lengyelország ellen. Egy párizsi, nagy párbajtörversenyen is indultam, amelyiken én lettem a legjobb angol versenyző.

Hogyan találkozott Erdős Pállal?

Amikor 1957-ben megnyertem az Arany Dániel versenyt, Pali bácsi éppen itthon járt és miután mindig kíváncsian érdeklődött a matematikusok iránt, elhívott magához. Persze meg voltam döbbenve ettől. Akkor kezdődött hosszú kapcsolatom Erdős professzor úrral. Lenyűgöző előadásokat tartott. Jó problémákat tudott adni, amit egy gyerek is megérthe-

tett, érdekesnek tarthatott és nem is volt reménytelen megoldania. Az első cikk után — amelyben egy problémájára adott megoldásom leköszölte a saját megoldása mellé —, haláláig kapcsolatban maradtunk. Hatvanöt éves korától kezdve pedig tiszteletére a cambridge-i egyetemen ötévente konferenciát rendeztünk. Abban is Pali bácsi játszott szerepet, hogy a Trinity College-ba eljutottam. Egyetemista koromban irt érdekekben a neves angol matematikusnak, Harold Davenportnak, akihez aztán 1962-ben, még az ELTE matematika szakos diájkaként, kimehettem egy évre Cambridge-be. Ott felajánlották, hogy az egyetem után térjek vissza PhD-ösztöndíjasként. Később Párizsba és Oxfordba is hívtak, de előbb egy tanévet a moszkvai egyetemen töltöttem, ahol a nemzetközi hírű orosz matematikussal, Gelfanddal dolgoztam együtt. 1969-ben engedtek ki újra nyugatra. Először Oxfordba, majd rövidesen Cambridge-be, a Trinity College-ba kerültem. Akkor már velem volt feleségem, Farkas Gabi színésznő is, aki itthon a Madáchban és Pécssett játszott, gitározott. Tanítottam a kollégiumban, meg az egyetemen is és folytattam gráfelméleti és funkcionálanalízissel kapcsolatos kutatásaimat. Rengeteg diákom volt, sokkal több, mint bárkinek ott. Szerettem a tehetséges hallgatókat, Cambridge ebből a szempontból is kivételes lehetőséget nyújt. Egyik volt diákom a brazil akadémia tagja, de legbüszkébb Tim Gowersre vagyok, aki nemrégiben nyerte el az egyik legnagyobb presztízsu matematikai díjat, a Fields-érmét. Ő is eljött az Erdős-konferenciára.

Hogyan látja a közeli tanítvány Erdős Pál jelentőségét?

Elmondom azt a három dolgot, amit Pali bácsi maga is fontosnak tartott saját munkásságából. Az első az *elemi módszerek hatásosságának bizonyítása* és terjesztése, amikor egy matematikai problémát a lehető legegyszerűbb eszközökkel, eredeti ötletek segítségével próbálunk megoldani. A másik a *valószínűségi módszer*, amelynek jelentősége igazán a számítógépek használatával teljesedett ki. Segítségével addig hozzáférhetetlen problémákat is meg tudnak oldani, melyek például számítógépek vagy információs hálózatok tervezésénél kerülnek elő. A harmadik *matematikai problémái*. Ifjúkorától híres volt arról, hogy az általános elméletek gyártása helyett konkrét problémákkal foglalkozott. Ezek megoldása azonban sokszor teljesen új matematikai diszciplínák kialakulásához vezetett. Több ezer problémát fogalmazott meg, amelyek közül jó néhányat megoldottak azóta, másokkal a következő generációk próbálkozhatnak majd.

Őn hogyan szokott dolgozni?

Valójában majdnem mindig papíron dolgozom, a csendet és nyugalmat szeretem. Szívesen dolgozom együtt másokkal is. Ahogy mondtam, nagyon sok jó diákom volt, akik közül többekkel mindmáig szoros szakmai kapcsolatban állok, közösen publikálunk. Például az utóbbi három évben öt fiatal, de nagyon sikeres angol matematikus látogatott meg azért, hogy együtt dolgozzunk. Érdekes élmény volt az is, amikor évekig eljártunk egy csapat cambridge-i tanítványommal az amerikai Baton Rouge város egyetemére egy-egy zemeszterre, ahol én őket oktattam, ők pedig az ottani diákokat. Különleges lehetőség volt mindnyájunk számára. Többben közülük bevallásuk szerint ott jöttek bele az előadás-tartás technikájába és jókat kutattunk ott is együtt.

Mit tart legjellemzőbb emberi tulajdonságának?

Nem szeretem a lustaságot és a felhőkben járást. Úgy tartom, hogy sem a matematikában, sem az életben nem jöhet ki értékes dolog komoly munka befektetése nélkül. Rettentő hálás vagyok a sorsnak azért, és nagyon szerencsésnek tartom magam, mert olyan tévékenységért fizetnek, amiért valójában én fizetnék, hogy csinálhassam. Ha nagyon gazdag lennék, az egyetlen dolog, ami változna, hogy lenne talán egy vagy két titkárom. Matematikai titkár, aki a papírjaimat eltenné, és tudná mindennek a helyét, hogy ne kelljen keresgélnem egy cikket. Különben az életstílusom egyáltalán nem változna, csak több segítséget használnék. Az a lényeg, hogy érdekes matematikával tudjam tölteni az egész időmet.

Hogyan kapcsolódik ki a munkából?

Nagyon szeretem a sportot, de Cambridge-ben a hosszú évek alatt soha nem volt egy perc időm arra, hogy a testemmel törődjek. Ez nincs ott benne a levegőben. Tavasszal a

tenisz elegáns dolog, de a futás már furcsaságnak számít. Most Memphisben feleségemmel majdnem minden nap lemegyünk egy nagyon jó kis sportklubba. Csak az a baj, hogy mind a két vállam megoperálták, mert műugrás közben többször kifecamítottam. Emiatt nem tudok rendesen szerválni a teniszben, de azért még mindig szeretek úszni, futni, sülyt emelni.

Úgy hallottam, hogy a memphisi egyetemen külön az Ön számára létrehoztak egy tiszteletbeli megbízatást: Chair of Excellence-t. Mit csinál Memphisben?

Meghívtak az ottani egyetemre. Nem kell oktatnom, és nem kell semmi adminisztrációt végeznem; ráadásul egy nagyon jó titkárnőm van. Az a feladatomban, hogy a matematikai életet felpezsdítsem és észrevetessem a világgal, hogy Memphis matematikából is jó hely. Azzal a reménnyel mentem oda, hogy kedvem szerint kutathatok és befejezhetem megkezdett munkáimat. A Trinity College-ba bármikor visszatérhetek, örökös tag vagyok.

Milyen a kapcsolata Magyarországgal?

Örömmel mondhatom, hogy kapcsolataim igen jók. Nagyon örültem, amikor vagy tíz éve az Akadémia külső tagjának választott, mert ezzel megint lett „hivatalos” kapcsolatom Magyarországgal. Mostanában többet járok Pesten, s a Matematikai Kutató Intézetben, vagyis új nevén, a Rényi Intézetben szinte tagnak tekintenek, ami nagyon kedves tőlük. Sok jó barátom és matematikai kollégám van ott, többek között Katona Gyuszi, az igazgató, Sós Vera, aki Erdős Pálnak igen közeli munkatársa volt, Győri Ervin, aki tavaly látogatott meg Memphisben fél évre, Simonovits Miklós, aki most jön fél évre, s akivel sokat szeretnénk dolgozni Erdős Pál hagyatékán, főleg problémáinak összegyűjtésén, és Csiszár Imre, aki nemsokára remélhetőleg szintén jön Memphisbe egy szemeszterre. Cambridge-be sok kiváló magyar diákot vittem ösztöndíjasként, s nagyon fáj, hogy egyelőre még egy sem tért vissza Magyarországra. De nem adom fel a reményt, hogy idővel néhány közülük hazatér dolgozni. Most van két kedves magyar doktori diákom Memphisben, úgy tűnik, ők visszatérnek majd.

Nagyon fontos személyes szálak is kötnek Budapesthez: édesanyám itt él, és három húgom is, családotól. Fiúnkon kívül csak Magyarországon van rokonunk. Ezt a magyar „intelligencia” nem túl sok tagja mondhatja el magáról. Ezen felül még fiúnk, Márk is Pesten van: bár évekkkel ezelőtt fiziológiából kapott diplomát Londonban, most elkezdte Pesten az angol nyelvű orvosi egyetemet. Nincs túl sok kapcsolata magyarokkal (csoportjában 14 izraeli van és három indiai), mégis nagyon élvezzi az ittlétet.

Mit tart fontosnak az életben?

Erre borzasztó nehéz válaszolni. Lényegében egyetértek Pali bácsival, aki azt tartotta, az élet célja, hogy az ember ne tegyen rosszat, s ne mulasszon el jót tenni, ha van rá lehetősége. (Ezt persze ő viccesen szerette kifejezni.) Konkrétabban azt mondanám, hogy szeretnék nagyon jó matematikát csinálni, és mindenben segíteni az igazán jó, tehetséges, szorgalmas és becsületes fiatalokat.

Mik a tervei?

Most, hogy Pestre is járunk, nemcsak Memphisben töltünk hosszú időt, hanem Cambridge-ben, Princetonban, és Magyarországon is. Ez elég nagy rohanással jár, mert ezeken kívül még sok-sok más helyre is megyünk. Ennek ellenére nagyon szeretnék olyan erővel kutatni, mint mostanában, s szinte évenként szeretnék befejezni egy könyvet a következő öt évben.

Strehó Mária