Lasaulx hajlandó azon aranyhegyi Szabóit kristálykákat, melyek négy $P$ lapban végződnek, ikerképződéseknek tartani, megfelelőknek az Augit közönséges ikerösszszenövésének; a mit én sem tartok ugyan lehetetlennek, de a mit a jelenlegi anyagon kétségtelenül kimutatni nem bírok.

Egyéb tulajdonságokban tökéletes megegyezés mutatkozik az eredeti és a biancavillai Szabóit kristálykák között.

2. A Szaboitnak egy második előfordulás-helye Riveau grand a Mont Dore-ban, hol azt Gonnard F. Lyonban fölfedezte, kitől Lasaulx kapott egy példányt. A kristálykák külleme ugyanaz, mint a biancavillaiaké; a kristálykák igen parányiak, csak kevés éri el az 1 m.-m. hoszszúságot. A kristályok körzetének szögei górcső alatt mérve ugyanazon értékeket adták; azonban egyetlen egy kristályka sem áttetsző, mind tökéletesen átlátszatlanok. A függélyesen állított kristályokon górcső alatt tett mérések eredményei v. Lasaulx szerint:

$$\infty{}'P \ : \infty P' = 92^0—93^0$$
$$\infty \breve{P} \infty : \infty P = 47^0—48^0$$
$$\infty \breve{P} \infty : \infty{}'P = 46^0—47^0$$

A forraszcsői viselkedés is jól egyezik a Szabóitéval s igy a legnagyobb valósziniiséggel ezek is Szabóitnak tarthatók.

Feltűnő a mont-dorei kőzetnek megegyezése az aranyhegyivel. A kőzet kétségen kivül egy v. Lasaulx által Rigolet haut és Plateau Durbize helyekről leirt*) augitandesitek sorába tartozik. Szürke alapanyagában Plagioklas és Sanidin, Augit és Biotit (Rubellan) rozsdaveres pikkelyei kiválnak. Az apró üregekben vascsillám tábláeskákkal társaságban a Szabóit parányi barnasárga kristálykái mindenütt feltünnek.

---

## A HYDRODYNAMIKAI NYOMÁS KÉPLETE LAPRA ÉS ÉKRE LEVEZETVE KIRCHHOFF MÓDSZERE SZERINT.

*Réthy Mór egyet. tanártól.*

Azon nyomás nagyságának kiszámítását tűztem ki feladatomúl, melyet a folyó gyakorol valamely beléállított lapra avagy ékre. E feladatot még nem végeztem be teljesen, de megoldottam azon ab-

*) Jahrb. f. Min. u. Geol. . . 1872. p. 368.

stract esetben, ha 1) a folyam szélessége végtelennek vehető a lapéhoz avagy ékéhez képest, 2) a folyadékban sehol forgó mozgás nincs és a folyás párhuzamos lapokban tökéletesen megegyező, (a mi közelítve igaz, ha pl. a szilárd test szélessége a hoszszához képest kicsiny s ha a szilárd test azonfölűl hoszszusági irányával vertikális); 3) a folyam olyan sebes, hogy a lap avagy ék mögött vízsúgár képződik; végezetűl a folyadék belső és külső surlódása elhanyagolható. Az ék problemájánál ezeken kivül még azt a megszoritást is kellett tennem, hogy az ék egyenlő oldalú és hogy szöge a folyás iránya által feleztetik. Az elméleti számítás eredményeit öszszehasonlítám azon kisérleti adatokkal, melyeket Simon Ferencz múlt évi méréseiből nyert s melyeket a Kolozsvár városi pályadíj-alapból jutalmazott munkájában „A folyadékok kifolyása elméleti és kisérleti alapon" irt volt le. A megegyezés teljesen kielégítő; az eltérések a kisérleti hibák határán belül esnek.

Bátor vagyok röviden öszszefoglalni az eredményeket.

I.) A folyóban áll egy keskeny lap, melynek hoszszusági iránya vertikalis, s melynek szélességi iránya a folyásával $\alpha$ szöget zár be. A lap területe $f$, a folyás sebessége $v$, a folyadék sürűsége $\mu$, végezetül a nehézségi acceleratió $g$. Akkor a lapra gyakorolt nyomás kilogramm egységekben kifejezve az elmélet szerint

$$= \frac{\pi \sin\alpha}{4 + \pi \sin\alpha} f . \mu . \frac{v^2}{g},$$

hol $\pi = 3.14159 \cdots$.

Ha ezen nyomás $P$-vel jelöltetik, $Q$-val pedig az $\alpha = 90^0$-hoz tartozó, akkor a kettő aránya

$$\frac{P}{Q} = \frac{(4 + \pi) \sin\alpha}{4 + \pi \sin\alpha}.$$

A kétféle nyomás arányát Simon úr mérleg segélyével a Szamos egyik ágában, helyesebben egy szünetelő malom árkában meghatározta az $\alpha$ szögnek 0—75-nyi értékei között 5—5 fokonkint. Az I. táblázatban össze vannak állítva az elméleti és kisérleti értékek; a kettő közötti különbség oly kicsiny, hogy tekintve, hogy Simon úr a dolog természetéhez képest finom mérleget nem használhatott és nem is használt, hogy a lap hoszsza valamivel kisebb volt mint a szélessége, az elmélet és kisérlet közötti megegyezés valóban meglepő. A táblázat utolsó rovata mutatja egyúttal a mérnököktől használt sinus törvény és a kisérlet közötti különbségeket is: ezek 20°-ig kisebbek, azon fölül jóval nagyobbak az elmélet és kisérlet közöttieknél.

*I. Táblázat.*

| $90^0 - \alpha^0$ szög | Az arány elmélet szerint | Az arány kisérlot szerint | A kettő különbsége. | A kisérlet cos. törvény közötti különbség |
|---|---|---|---|---|
| 5° | 0.996 | 0.983 | +0.013 | +0.009 |
| 10° | 0.991 | 0 959 | 0.032 | 0.011 |
| 15° | 0.978 | 0.937 | 0.041 | —0.004 |
| 20° | 0.965 | 0.919 | 0.046 | 0.036 |
| 25° | 0.943 | 0.905 | 0.038 | 0.084 |
| 30° | 0.920 | 0.897 | 0.023 | 0.147 |
| 35° | 0.887 | 0.876 | 0.011 | 0.205 |
| 40° | 0.854 | 0.852 | 0.002 | 0.265 |
| 45° | 0.809 | 0.834 | —0.025 | 0.334 |
| 50° | 0.763 | 0.810 | 0.047 | 0.397 |
| 55° | 0.702 | 0.793 | 0.091 | 0.464 |
| 60° | 0.641 | 0.768 | 0.127 | 0 518 |
| 65° | 0.561 | 0.713 | 0.152 | 0.53 |
| 70° | 0.481 | 0.687 | 0.206 | 0.57 |
| 75° | 0.401 | 0.610 | 0.199 | 0.54 |

*II. Táblázat.*

| $\frac{\pi}{2} - \alpha\pi$ szög. | Az arány elmélet szerint | Az arány kisérleti adatokból. | A kettő különbsége. | A kisérlet és a cosinus törv. közti különbs. |
|---|---|---|---|---|
| 5° | 0.979 | 0.986 | —0.007 | +0.006 |
| 10° | 0·959 | 0.966 | 0.007 | 0.004 |
| 15° | 0.934 | 0.910 | +0 024 | 0 023 |
| 20° | 0 909 | 0.830 | 0.079 | 0.053 |
| 25° | 0 877 | 0.771 | 0.106 | 0.050 |
| 30° | 0.846 | 0.774 | 0.072 | —0 024 |
| 35° | 0.806 | 0.767 | 0.039 | 0.096 |
| 40° | 0.770 | 0.752 | 0.018 | 0.166 |
| 45° | 0.722 | 0.721 | 0.001 | 0.221 |
| 50° | 0.674 | 0.644 | 0,030 | 0.231 |
| 55° | 0.614 | 0 650 | —0.036 | 0 321 |
| 60° | 0.555 | 0.576 | 0.021 | 0.326 |
| 65° | 0.480 | 0.488 | 0.008 | 0.31 |
| 70° | 0.405 | 0.386 | +0.019 | 0.27 |

II. A folyóban áll egy ékalakban meghajlított lap: az ék éle vertikális vonal: a folyás iránya felezi a lapok közötti ($\beta$) szöget. Akkor az ék egy-egy oldalán gyakorolt normalis nyomás

$$= \frac{f.\mu.v^2}{g} \cdot \frac{\alpha^2\pi}{2\ \alpha^2\pi + (0.5 - 2\ \alpha\ J)\ \sin\alpha\pi}$$

hol $\alpha = \frac{\beta}{2\ \pi}$ (a $\beta$ ivmértékben kifejezve), továbbá

$$J = \int_1^\infty \frac{x^{-\alpha}\,dx}{(1+x)^2} = \frac{1}{2} - \alpha\left(\frac{1}{1+\alpha} - \frac{1}{2+\alpha} + \frac{1}{3+\alpha} - \ldots \text{ in infin.}\right).$$

E sor ismert módon nagyon convergenssé változtatható át. A zárjelben levő sor ugyanis szorozva $\alpha$-val

$$A = \frac{\alpha}{(1+\alpha)(2+\alpha)} + a_1\,\alpha - a_2\,\alpha^2 + a_3\,\alpha^3 - \ldots \text{ in infin.}$$

$$a_n = \frac{1}{3^n} - \frac{1}{4^n} + \frac{1}{5^n} - \ldots \text{ in infin.}$$

E tétel segélyével a nyomás értéke gyanánt kijő

$$\frac{f.\mu\,v^2}{g} \cdot \frac{2\ \alpha^2\pi}{4\ \alpha^2\pi + (\frac{1}{2} - \alpha + 2\ \alpha A)\ \sin\alpha\pi}$$

Ha ezen nyomás ismét $P$-vel jelöltetik és $Q$-val a nyomás azon esetben, ha az ék szöge $\beta = \pi$, akkor tekintve, hogy

$$Q = \frac{f.\mu.v^2}{g} \frac{\pi}{4+\pi}$$

ered

$$\frac{P}{Q} = \frac{2+\frac{\pi}{2}}{\pi + B \sin \alpha\pi}$$

hol

$$B = \frac{1-2\alpha}{4\alpha^2} + \frac{1}{(1+\alpha)(2+\alpha)} + a_1 - a_2\alpha + a_3\alpha^2 - \ldots \text{ in inf.}$$

A nyomások aránya e képlet segélyével könnyen ki volt számítható; ugyanis az $a_1, a_2, a_3, \ldots$ koefficiensek értékei a következők:

$a_1 = 0{,}1931 \cdots$
$a_2 = 0{,}0725$
$a_3 = 0{,}0265$
$a_4 = 0{,}0095$

s azért addig, mig az ék szöge nem viszszafelé hajtott (a folyás irányához képest) és igy $\alpha < \frac{1}{2}$ — s csak ilyenekre lévén kisérleti adataink, e határok között maradtunk — az $a_4$ $\alpha^3$ tagon nem kellett túlmenni. Más részről könnyen kiszámítható az arány értéke 0°—75°-ig 5—5 fokonkint ugyancsak Simon úr méréseiből. Ugyanis a nevezett megmérte a $P$ nyomásoknak a folyás irányába eső komponensét s a $Q$-t; úgy hogy csak $\sin\alpha\pi$-vel kell osztani e mérésekből nyert arányokat és kijőnek a $P : Q$ aránynak kisérleti értékei. A II. Táblázatban öszsze vannak allítva az elmélet alapján álló értékek a kisérletekből nyertekkel; a negyedik rovat a kettő közötti különbséget, az ötödik rovat a kisérlet eltérését mutatta a mérnököktől széltiben használt u. n. cosinus törvénytől. Látni való, hogy az utóbbi törvény a 30°-ú hajláson túl mind kevésbbé egyez meg a kisérlettel, mig az elméleti képletünk igen jól megegyez vele; az eltérések bizonyára a kisérleti hibákon belül esnek, mit legjobban bizonyít a 25° és a 30°-hoz tartozó kisérletek öszszehasonlítása. Eddigelé nem juthattam pontosabb kisérleti adatok birtokába, noha ilyenek létezhetnek már; ilyeneknek vélem azon kisérleti adatokat, melyeket Bidone 1838-ban a turini Akadémia kiadványaiban közzétett. Reménylem azonban, hogy e nyár folyamában kézhez fogom keríthetni a tárgy eddigi litteraturájának jelesebb termékeit s főleg reménylem, hogy Simon úr észleleteit ez idén is folytatva pontosabb adatokat fog nyerhetni.

III. Végezetűl bátor vagyok a probléma megoldásának történetét főbb mozzanatokban közölni.

Azon törvényt, hogy a folyadék nyomása a benne levő szilárd testre a folyás sebessége négyzetével arányos, általánosan Newton törvényének tartják. Robison szerint e törvény fölfedezője Pardies, ki azt 1673-ban (tehát a Principia Phil. Nat. megjelenése előtt) közölte Oeuvres de Mathemathiques-jában; szerinte a nyomás, melyet a folyó egy benne levő lapra gyakorol $= \frac{f.\mu.v^2}{g} sin^2\alpha$: ugyanaz a törvény, melylyel a mérnökök mind e mai napig élnek, noha helytelensége régóta be van bizonyítva (L. Gehler, Phys. Wörterbuch 1842 pag. 1815). Robison 1822-ben megjelent „System of mechanical phil." munkájában egy empirikus képletet állíta fel az ékre gyakorolt nyomást illetőleg a párisi Akadémia egy bizottsága altal nyert adatok alapján. Azóta többen állítottak fel ilyen empirikus képleteket, igy Joung, Tredgold s legujabban Bidone kisérletei alapján Duchemin. Az utóbbi szerint a lapra gyakorolt normális nyomás $= Q \frac{2 \ sin \ \alpha}{1 + sin^2\alpha}$, hol $Q$ a nyomás akkor, ha $\alpha = o$; e képlet elég közel jár az elméletileg helyeshez. A probléma megoldásához vezető helyes módszert Kirchhoff fejté ki 1874. megjelent „Vorlesungen über Mechanik" czimű munkájában, de csak általános vonásokban. E módszer segélyével kisérté meg mult évben Simon úr ösztönzésemre a lap és ékre gyakorolt nyomás kiszámítását s miután e kisérlet csak félig sikerült, a mennyiben a nevezett a lap nyomására épen nem jött rá s az ék nyomására igen bonyolódott és fáradalmas numerikus számításokat igénylő képletet nyert, e módszerrel oldám meg magam. További vizsgálataimról erre vonatkozólag csak teljes befejezések után leszek bátor jelentést tenni.