E-CONOM

Online tudományos folyóirat
Online Scientific Journal

Tanulmányok a gazdaság- és társadalomtudományok területéről
Studies on the Economic and Social Sciences

ISSN 2063-644X

http://www.e-conom.hu

II./2.
2013

E-CONOM

Online tudományos folyóirat I Online Scientific Journal

Főszerkesztő I Editor-in-Chief
JUHÁSZ Lajos

Kiadja I Publisher
Nyugat-magyarországi Egyetem Kiadó I
University of West Hungary Press

A szerkesztőség címe I Address
9400 Sopron, Erzsébet u. 9., Hungary
e-conom@nyme.hu

A kiadó címe I Publisher's Address
9400 Sopron, Bajcsy-Zs. u. 4., Hungary

Szerkesztőbizottság I Editorial Board
CZEGLÉDY Tamás
JANKÓ Ferenc
KOLOSZÁR László
SZÓKA Károly

Tanácsadó Testület | Advisory Board
BÁGER Gusztáv
BLAHÓ András
FÁBIÁN Attila
FARKAS Péter
GILÁNYI Zsolt
KOVÁCS Árpád
LIGETI Zsombor
POGÁTSA Zoltán
SZÉKELY Csaba

Technikai szerkesztő I Technical Editor
TARRÓ Adrienn

A szerkesztőség munkatársa I Editorial Assistant
TARRÓ Adrienn

ISSN 2063-644X

Tartalomjegyzék I Table of Contents

CSUGÁNY Julianna
Az intézmények szerepe a technológiai haladás gazdasági növekedésre gyakorolt hatásának érvényesülésében
The Role of Institutions in Realising the Effects of Technological Progress on Economic Growth 1

ÚR Norbert
B2B kapcsolatok az üzleti hálózatban
B2B Relationship in Business Network 12

GYÖRKÖS Rita
Gyártósor-konfigurációk elemzése gyártósor-kiegyenlítési modellekkel egy alkatrész összeszerelő üzem példáján
Analysis of Assembly Line Configurations with Assembly Line Balancing Models in Case of a Part Manufacturer 22

KATONA Attila Imre
A beavatkozási határok módosítása a mérési bizonytalanság, valamint a termékparaméterek megváltozásának figyelembevételével a statisztikai folyamatszabályozásban
Modification of the Control Lines Considering the Measurement Uncertainty and the Product Characteristic Change in Statistical Process Control 35

KATONA Attila Imre
Ellenőrző kártya-illesztési folyamat kidolgozása a mérési bizonytalanság figyelembevételével a statisztikai folyamatszabályozásban
Construction and Implementation of Control Charts Considering Measurement-Uncertainty in Statistical Process Control 46

KURBUCZ Marcell
Emberi erőforrások optimális kiválasztásának vizsgálata a projekttervezésben
Impacts of Human Resources on Project Planning 58

NÉMETH Anikó
Berendezések karbantartásának mátrixos projekttervezése
Matrix-Based Planning of Maintenance Projects 79

NÉMETH Kristóf
GARCH modellek a pénzügyi kockázatok észlelésében
GARCH Models in the Perception of Financial Risks 99

KISS Ágota
A valós értékelés létjogosultsága a tőzsdei vállalatok éves és a konszolidált beszámolóiban
The Role of Fair Value in Annual and Consolidated Report of Stock Firms 116

CZELLENG Ádám
Flexibilitás hatása a tőkeszerkezetre
The Impact of Flexibility on the Capital Structure 128

ÉKES Szeverin Kristóf
A vállalati szektor csődelőrejelzésének „relativitás elmélete”
The Theory of Relativity of the Bankruptcy Forecast in the Company Sector..... 141

DURKÓ Emília
Földgáz- és megújuló energia alapú fűtési rendszerek beruházás gazdaságossági vizsgálata egy 100 m2-es családi ház példáján keresztül
Examining the Investment Economy of Heating System Using Natural Gas and Renewable Energy Resources through the Example of a 100 m2 Detached House..... 156

GARCH modellek a pénzügyi kockázatok észlelésében[1]

NÉMETH Kristóf[2]

Dolgozatunkban a 2008. őszi részvénypiaci válság visszatekintő, retrospektív elemzésével foglalkozunk. Célunk olyan jellemző piaci körülmény azonosítása, melynek a 2008. őszi eseményeket megelőző változása a strukturális törés előjeleként értelmezhető. A pénzügyi idősorok tipikus statisztikai tulajdonságainak ismeretében, vagyis tisztán elméleti alapon döntünk az időben változó volatilitású modellek alkalmazása mellett. Olyan ökonometriai modell illesztésére teszünk kísérletet, melynek becsült paraméterei felhasználásával alkalmas, intuitív kockázati mértékhez jutunk. A gördülő GARCH[3] regresszióra alapozott technikai elemzésünkben kimutatjuk a kockázati szint, mint alapvető piaci körülmény, 2008 őszét megelőző fokozatos növekedését. 2008 nyarán pedig a strukturális törés egyértelmű jeleként a variancia nem-stacionaritás jelenségét tapasztaljuk. Megállapítjuk, hogy a GARCH modellben keletkezett feltétel nélküli varianciák idősorát vizsgálva, legalábbis néhány hónappal a drasztikus áresést megelőzően, érzékelhetővé vált a kockázati szint számottevő növekedése.

Kulcsszavak: piaci körülmény, időben változó volatilitás, GARCH modell, strukturális törés
JEL-kódok: C01, C22, C58

GARCH Models in the Perception of Financial Risks

In our paper we will focus on the retrospective analysis of the share market crisis dating back to the autumn of 2008. We aim to identify the distinctive market environmental feature the change of which could have indicated the appearance of the dramatic fall in prices. Having been aware of the typical statistical characteristics of financial timelines that is based purely on theoretical grounds we have decided on the application of time-varying volatility models. We attempt to fit such an econometric model using the parameters estimated which will lead to the appropriate, intuitive risk measure. In our technical analysis based on the rolling GARCH regression we have regarded the gradual increase in the risk level as a basic market environmental component before the autumn of 2008. In fact, in the summer of 2008 we experienced the phenomenon of non-stationary variance as an evident sign of structural break. While observing the timeline of unconditional variances occurring in the GARCH model we claimed that a massive increase in the risk level could be felt at least a couple of months before the massive fall in the rate of exchanges.

Keywords: market condition, time-varying volatility, GARCH model, structural break
JEL Codes: C01, C22, C58

[1] A tanulmány a XXXI. Országos Tudományos Diákköri Konferencia Közgazdaságtudományi Szekciójának Módszertan II. – Makrogazdasági jelenségek modellezése Tagozatában első helyezést elért dolgozat alapján készült. Az OTDK-pályamunka konzulense Dr. Rappai Gábor egyetemi docens.

[2] A szerző a Pécsi Tudományegyetem Közgazdaságtudományi Karának PhD hallgatója (manzotta AT gmail.com).

[3] A mozaikszó az általánosított autoregresszív heteroszkedaszticitású modell eredeti angol elnevezéséből származik (Generalised Autoregressive Conditional Heteroscedasticity).

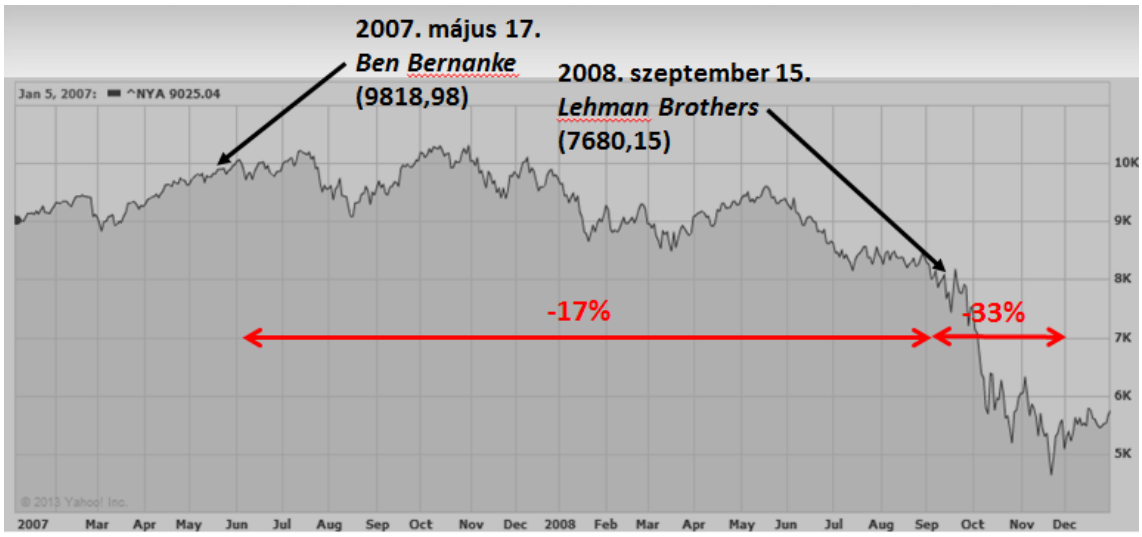
Bevezetés

2007 nyarán a másodrendű (subprime) amerikai jelzáloghitel-piacon kialakult válság ellenére Ben Bernanke, a Fed elnöke, még optimistán nyilatkozott a növekedési kilátásokat illetően. Kijelentette, hogy nem számít komolyabb gazdasági visszaesésre a jelzáloghitelek bedőlése nyomán *(Bernanke, 2007)*. Jóllehet az ingatlanpiaci buborék a túlkínálat hatására gyorsan kidurrant, a jelzáloghitel-piaci válság jelentősége még kérdéses volt. Más piacok ugyanis, így a részvénypiac is, még tartották magukat az erősen pesszimista válsághangulat ellenére. Azóta már tudjuk, hogy a jelzálogpiaci hitelek bedőlése az utóbbi évtizedek legsúlyosabb gazdasági recesszióját vetítette előre *(Király et al., 2008)*.

A rég nem látott mértékű visszaesés okairól, csakúgy, mint az azóta is aktuális válságkezelés lehetséges módozatairól erősen megoszlik a közgazdász szakma véleménye. Egyesek a piaci koordináció tökéletlenségeit, míg mások az állam túlburjánzott gazdasági szerepvállalását kárhoztatják *(Mellár, 2010)*. Voltak, akik 2008 őszén már a piaci rendszer kudarcát vizionálták apokaliptikus jövendöléseikben, míg mások csupán a Schumpeter-féle „építő rombolás" természetszerű működését vélték felfedezni a történtek *hátterében (Blanchard, 2009, Kovács, 2009)*. Jóllehet dolgozatunkban alapvetően tartózkodunk az effajta állásfoglalásoktól, inkább ez utóbbi konzervatív, kvázi evolucionista megközelítést tartjuk helyénvalónak. Úgy gondoljuk, a 90-es évek végére kiteljesedő internetes konjunktúra a 2000-es évek végére beérett. Legalábbis egyelőre nem látjuk, hogy a technológiai szektor képes lenne még egy, vagy több olyan forradalmi innovációt kitermelni, mint amilyen a PC, vagy az internet volt korábban. Ezek ugyanis egy viszonylag nehézkes adaptációs, betanítási fázis ellenére is érdemben tudták növelni a reálgazdaság termelékenységét. A válság tehát elsősorban azt üzeni számunkra, hogy a piac olyan beruházási lehetőséget keres, mely a tőkepiaci kereslet tartós növelése által a hosszú távú kamatszint emelkedését eredményezheti. A tőkepiaci kamatlábak emelkedése azért is volna különösen üdvözlendő, mivel az általunk látott fundamentalista válságelemzések egyik fő tanulsága szerint éppen a tőkepiaci kamatok kórosan alacsony szintje vezetett a részvénypiaci válság kialakulásához *(Greenspan, 2009 pp. 428-460, Király et al. 2008, Mayer-Foulkes, 2009 pp. 1-14)*.

A szocialista blokk felbomlását követően erős verseny indult a fejlődő gazdaságok olcsó termelési tényezőiért (cheap-factor-seeking FDI). Ezek a nagyrészt zöldmezős beruházások formájában megvalósuló tőkebefektetések a fejlett gazdaságok technológiáját a fejlődő gazdaságok olcsó termelési tényezőivel, mindenekelőtt azok munkaerejével, párosították. Ez által, minden különösebb innovációs erőfeszítés nélkül tartós extraprofit vált elérhetővé *(Mayer-Foulkes, 2009 pp. 1-14)*. Miután pedig a tőkeakkumuláció rátája tartósan felülmúlta a gazdaság innovációs szintjét, a tőkepiaci kamatláb csökkenése elkerülhetetlen volt. Az elégtelen tőkepiaci kereslet hiányában az így felhalmozott pénztömeg egy jelentős része a részvénypiacon jelent meg, felhajtva ezzel a részvényárfolyamokat *(Greenspan, 2009 pp. 593-621, Király et al. 2008)*. Technikai elemzésünkben ezek után kizárólag a részvénypiaci történésekre koncentrálunk, a válság egyéb aspektusaival nem foglalkozunk.

Megjegyezzük továbbá, hogy a részvénypiac vizsgálatában döntően a(z) NYSE Composite indexre támaszkodunk. A világ legnagyobb piaci kapitalizációjával bíró tőzsdéjének kompozit indexe 1867 vállalat részvényeit tartalmazza. Bár e vállalatok túlnyomó többsége (1518) amerikai illetőségű, azonban az európai részvények, magas kapitalizációjuknál fogva, ugyancsak jelentős szerepet játszanak az index alakulásában. Ezek szerint tehát nem tévedünk nagyot, ha a részvénypiac általános állapotát a(z) NYSE Co. index alapján jellemezük. Ennek megfelelően az alábbi ábrán az index értékének alakulását láthatjuk a subprime válság kezdetétől a kritikus 2008-as év végéig *(NYSE Euronext, 2013)*.



1. ábra: A(z) NYSE Co. index értékének alakulása (2007. január 3. – 2008. december 31.)

Forrás: Saját szerkesztés Yahoo! Finance (2012a) alapján.

Az 1. ábra tanúsága szerint a részvénypiaci árfolyamok már 2007 nyarától kezdődően lassú csökkenésnek indultak. A befektetők többségét tehát nem nyugtatták meg a Fed elnökének optimista szavai. Ezek után azonban a részvénypiac még tartotta magát. Egészen addig, amíg nem nyilvánvalóvá vált, hogy a hitelezési válságot egy az egész világra kiterjedő reálgazdasági krízis fogja követni. 2008 őszén a részvénypiaci buborék látványosan kidurrant: Az index mindössze három hónap leforgása alatt közel 2700 pontot veszített értékéből, ezzel mintegy 33%-os zuhanást produkált. Összevetésképpen: Az index értéke 2007 júniusától 2008 őszéig, vagyis egy és negyed év alatt 1660 ponttal csökkent, ami 17%-os esést jelentett *(Yahoo! Finance, 2012b)*. Elemzésünk célja tehát olyan jellemző piaci körülmény változását kimutatni, mely a részvényárfolyamok, illetve az árfolyamhozamok[4] ilyen mértékű változását vetíthette volna előre.

Módszertani alkalmazást bemutató dolgozatunkban előbb áttekintjük a pénzügyi idősorok jellemző karakterisztikáit, majd ismertetjük a hozamok sztochasztikus volatilitásában auto-regresszivitást (autokorrelációt) feltételező GARCH modellt. Ezek után megalkotjuk a technikai elemzésünk ökonometriai hátterét biztosító modellünket. Eközben a rezsimváltó modellek alapgondolatára is igyekszünk reflektálni.

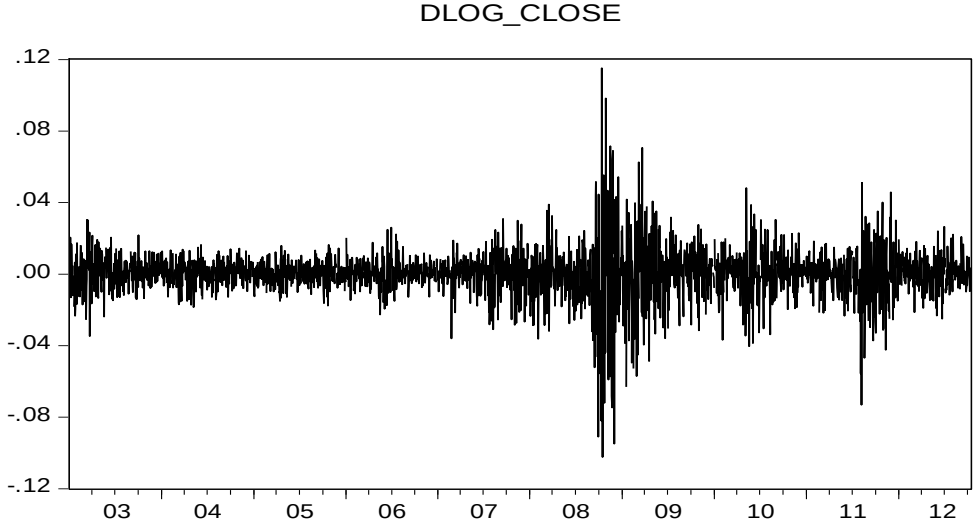
Módszertan

A tőzsdei árfolyamok modellezése több szempontból kulcsfontosságú: Az árfolyamok, illetve árfolyamhozamok mozgását leíró ökonometriai modellek kulcsszerepet játszanak a modern pénzügyi elméletekben, így például az opciós ár meghatározásában, vagy más derivatívák értékelésében. A bankok a kereskedési könyvükben szereplő pénzügyi eszközeit, valamint az azokat érintő piaci kockázatokat is ilyen módszerekkel értékelik. A pénzügyi ökonometria módszertanára támaszkodunk továbbá az optimális befektetési portfoliók kialakításakor, az eszközértékelés során *(Varga, 2001)*. Látnunk kell ugyanakkor, hogy a jelenleg alkalmazott sztochasztikus modellek és a rájuk épülő elméletek pontatlanok. A piaci válságok egyrészt annak tulajdoníthatók, hogy a piaci szereplők az elterjedt modellek alapján rosszul mérik fel a

[4] Bár a részvényindex értékét pontban mérjük, az a tőzsdén forgó részvények árfolyamának átlagos változását tükrözi. Ilyen összefüggésben beszélhetünk árfolyamhozamokról. Miután a(z) NYSE kompozit index közkézhányad (free float) alapú súlyozást használ, így sokkal inkább beszélhetünk átlagos árfolyamhozamokról, mint például az ár alapú súlyozást alkalmazó Dow Jones Ipari Átlag esetében.

befektetéseik kockázatát, és hibás befektetési döntéseket hoznak. Másrészt az ökonometriai modellek ez idáig képtelenek voltak megragadni a befektetői lélektan olyan irracionális vonásait, melyek azonban olykor szisztematikusak, s így akár modellezhetők lehetnének. Ennek fényében nem meglepő, hogy bár a széles körben elterjedt pontatlan modellek helyett az utóbbi időben számos újabb modell született, azonban az új modellek közül egyik sem írja le lényegesen jobban az adatokat, mint a korábbiak. Mindez sajnos annak ellenére is igaz, hogy e modern regressziós technikák a hozam idősorok eddig megismert tipikus statisztikai tulajdonságait (stylized facts) lényegesen jobban képesek szimulálni, mint a korábbi statikus modellek. A hozam idősorok tán legfontosabb karakterisztikáit az alábbiakban láthatjuk *(Palágyi, 2003, Rappai, 2004 pp. 153).*[5]

1. Az empirikus hozameloszlások széle a sok kiugró, outlier érték miatt vastagabb, mint a referencia (normális) elméleti eloszlás esetében. Az eloszlás lehet aszimmetrikus.
2. A hozamok rövid távú autokorrelációja, a hatékony piacok elméletével összhangban, általában elhanyagolható *(Fama, 1970)*. Előfordul azonban, hogy az autokorrelációs függvény olyan lassan tart nullához, hogy az autokorrelációk összege nem konvergál. Ez esetben azt mondjuk, hogy a hozamok idősora hosszú távú memóriával rendelkezik.[6]
3. A hozamok abszolút értékeiből, vagy hatványaiból, mindenekelőtt négyzeteiből álló idősorok autokorrelációi nagyon lassan szűnnek meg.
4. A volatilitás időbeli csoportosulása (volatiltiy culstering), miszerint a hasonló abszolút értékű hozamok időben közel vannak egymáshoz. E nevesített tulajdonság különösen nagy relevanciával bír modellalkotásunk szempontjából, így volatilitás klasztereződését a részvényhozamok esetében az alábbi 2. ábrán szemléltetjük.



2 ábra: A(z) NYSE Co. index alapján számított napi árfolyamhozamok értékének alakulása 2003. január 2. és 2012. október 12. között

Forrás: Saját szerkesztés Yahoo! Finance (2012b) alapján.

5. A tőkeáttétel-hatás (leverage effect) lényege a nem várt hozamváltozásra adott aszimmetrikus volatilitás válasz. Megfigyelhető, hogy a volatilitás általában nagyobb mértékben nő egy negatív sokk hatására, mint egy azonos abszolút értékű, ám pozitív előjelű sokkot követően. Mindez egyben alátámasztani látszik a híres magyar szár-

[5] A pénzügyi idősorok két legalapvetőbb tulajdonsága a nagy frekvencia (gyakoriság) és a nagy volatilitás (szóródás, változékonyság). Ezeket azonban, mint eleve adott körülményeket tekintjük.

[6] Ezt a jellegzetességet igyekszik a modellspecifikációban leképezni az ún. frakcionál (tört) integrált GARCH (Fractionally Integrated, FIGARCH) modell *(Baillie et al. 1996).*

mazású tőzsdeguru, André Kostolany azon tézisét, miszerint a piacon a félelem a legnagyobb erő *(Kostolany, 2006).*

A korábbi regressziós módszerek a hozamokat független, azonos eloszlásúnak tekintik, és az eloszlást valamely közismert eloszlás segítségével közelítik. Ezek közül most csupán a normális eloszlású, és a Lévy-eloszlást alkalmazó stabil Pareto-modellt említjük. Az utóbbi az előző általánosításának tekinthető, mivel a normális eloszlás is a stabil eloszlások családjának tagja. E modellek felépítése mögött valójában az a feltevés áll, hogy a hozamokat számos, egymástól független véletlen hatás eredőinek tekintjük. Ebben a megközelítésben, az általánosított központi határeloszlás-tétel értelmében a hozamokat stabil, így akár normális, eloszlásokkal közelíthetjük *(Palágyi, 2003).* E modellek többsége (a normális eloszlást feltételező például nem) a fentebb említett tulajdonságok közül az első leírására képes, a többiére viszont nem.

A hozam idősorok pontosabb szimulációjához ugyanis a hozamok alakulásának dinamikus viselkedését is figyelembe kell vennünk. E dinamikus modellek különösen fontos csoportját alkotják az ún. sztochasztikus volatilitás modellek, amik részben már a volatilitás[7] dinamikáját is képesek leírni *(Palágyi, 2003).* Elemzésünk szempontjából az ún. autoregresszív feltételes heteroszke-daszticitású modell (ARCH), illetve annak általánosított változata (GARCH) bír a legnagyobb relevanciával. Olyan jellemző piaci körülmény megváltozását szeretnék kimutatni 2008 őszét megelőzően, mely akár előre jelezhette volna a drasztikus árfolyamesés bekövetkezését. Intuíciónk szerint ilyen körülmény lehet mindenekelőtt a piaci kockázat mértéke, aminek mérésekor azonban számos konceptuális problémával szembesülünk *(Holton, 2004).*[8] Ezek után technikai elemzésünkben egy általunk önkényesen választott kockázati mérték segítségével igyekszünk ábrázolni a piaci kockázat 2008 őszét megelőző növekedését. Miután az említett GARCH modell második egyenletében a hozamváltozó varianciájára utaló összefüggés szerepel, így elemzésünkben a hozamváltozó varianciájával igyekszünk érzékeltetni a pénzügyi kockázatok nagyságát. Megjegyezzük továbbá, hogy az alap GARCH modell a hozam idősorok előbb látott statisztikai jellemzői közül az első, a harmadik és a negyedik tulajdonság szimulációjára képes, illetve bizonyos módosítások, kiterjesztések elvégzése után a másik két jellemző leírására is *(Bollerslev et al.1994).*

Az autoregresszív feltételes heteroszkedaszticitású modell

Az autoregresszív feltételes heteroszkedaszticitású modellek (a továbbiakban: ARCH[9]) térnyerése előtt a volatilitás modellezése jellemzően úgy történt, mintha az egy önálló változó lenne, melynek értéke független az árfolyammozgástól, így a hozamok alakulásától. Ezzel a hallgatólagos feltevéssel élünk például akkor is, amikor a *t+1* időpontra vonatkozó volatilitás becslésekor a historikus volatilitásra támaszkodunk. Ugyanakkor nem feledkezhetünk meg Markowitz a pénzügy elméletet (*finance*) forradalmasító felismeréséről, miszerint a befektetők az egyes pénzügyi eszközök értékelésekor, azok várható hozamát, *és* jó esetben azok kockázatosságát is figyelembe veszik.[10] Amennyiben pedig az egyes pénzügyi eszközök kockázatát azok várható hozamának varianciájával azonosítjuk (’proxyzzuk’), akkor beláthatjuk: a

[7] A volatilitás (volatility) a hozam mellett a pénzügyi ökonometria másik alapváltozója, ami alapesetben az áradatok szóródására utal. Mi a továbbiakban a volatilitás fogalmát a hozamok szóródására vonatkoztatjuk, amit hozamok varianciájával (szórásával) közelítünk.

[8] A kockázatot egy bizonytalan kimenetelű eseménynek való kitettség alapján értelmezzük, így annak definiálása szubjektív alapokat nyer. A „kitettség” fogalma ugyanis az egyén személyes értékítéletében határozódik meg *(Holton, 2004).*

[9] A mozaikszó az autoregresszív feltételes heteroszkedaszticitású modell eredeti angol elnevezéséből származik (Autoregressive Conditional Heteroscedasticity*).*

[10] Eredeti megfogalmazásban: ’We next consider the rule that the investor does (or should) consider expected return a desirable thing and variance of return an undesirable thing.’ *(Markowitz, 1952 pp. 77].)*

volatiltiás meghatározása nem lehet független a hozamtól, így a sztochasztikus folyamat várható értékétől *(Markowitz, 1952; Szegö, 2004 pp. 1-9).*

Tulajdonképpen az iménti megállapítás modellbe foglalását jelenti az ARCH modell, amit 1982-ben Robert Fry Engle mutatott be elsőként *(Engle, 1982).*[11] Engle az ARCH specifikáció leírásával az ökonometriai elemzés fókuszát is új irányba terelte. Miután a sztochasztikus folyamat feltételes várható értéknek meghatározása egyre inkább megoldhatatlan feladatnak látszott, Engle újszerű specifikációja még inkább a sztochasztikus tag vizsgálatára irányította az idősorelemzés fókuszát *(Darvas, 2004).* A rendkívül gyorsan népszerűvé váló ARCH modell és annak különböző kiterjesztései (lásd később), olyan *nemlineáris* adatgeneráló folyamatok, melyekben az eredményváltozó szóródása endogén módon, vagyis a modellen belül határozódik meg. Az ARCH modellek becsléséhez az szükséges, hogy feladjuk a klaszszikus legkisebb négyzetek (Ordinary Least Squares) módszerének alkalmazását. Könnyen beláthatjuk ugyanis, hogy amennyiben az eredményváltozó szórását a modellbecslés során minden időpontra újra becsüljük, akkor értéke korántsem lesz állandó, vagyis modellünk heteroszkedasztikus lesz *(Hunyadi, 2001 pp. 161-164; Mills, 1999 pp. 130-133).*

Az ARCH modell széles körű alkalmazását kétség kívül elősegítette, hogy a pénzügyi idősorok számos előbb látott jellegzetességére képes reflektálni. Mint ahogy azt a fenti 2. ábrán is láthattuk, a hozam idősorok esetén meglehetősen gyakori a volatilitás klasztereződése, vagyis a kiugró értékek sűrűsödése. Mindez azt sugallja, hogy a mai kockázatosság függ a tegnapitól, vagyis pusztán a hozamok szóródását vizsgálva „lázas" periódusok, illetve nyugodt időszakok követik egymást. Ez az empirikus felismerés felvetett egy olyan modellspecifikációt, melyben a volatilitás nagysága függ a korábbi változékonyságtól. A következőkben tehát röviden áttekintjük, hogy milyen modellspecifikációt takar az ARCH összefüggés, valamint annak általánosított változata, a GARCH modell. Ennek érdekében induljunk ki a regressziós modell véletlen változójának[12] feltételes varianciájából *(Varga, 2001).*

$$\sigma_{\varepsilon\ t}^{\ 2} = Var\ \varepsilon_t\ \varepsilon_{t-1}, \varepsilon_{t-2}, \ldots\ = E\quad \varepsilon_t - E\ \varepsilon_t\ ^2\ \varepsilon_{t-1}, \varepsilon_{t-2}, \ldots$$

Miután $E\ \varepsilon_t\ = 0$, így:

$$\sigma_{\varepsilon\ t}^{\ 2} = Var\ \varepsilon_t\ \varepsilon_{t-1}, \varepsilon_{t-2}, \ldots\ = E\ \varepsilon_t^2\ \varepsilon_{t-1}, \varepsilon_{t-2}, \ldots\ .$$

Mivel az autoregresszív feltételes heteroszkedaszticitású modellben azt feltételezzük, hogy a véletlen változó alakulásában autoregresszivitás, van[13], ezért felírhatjuk, hogy:

$$\varepsilon_t^2 = \alpha_0 + \alpha_1 \varepsilon_{t-1}^2,$$

vagyis:

$$\sigma_{\varepsilon\ t}^{\ 2} = \alpha_0 + \alpha_1 \varepsilon_{t-1}^2 + u_t,$$

ahol u_t a szokásos független és azonos eloszlású fehér zaj *(Bera – Higgins, 1993).* Az imént látott modellt ARCH(1) modellnek nevezzük, tekintve, hogy mindössze elsőrendű késleltetést tartalmaz. Ne feledkezzünk meg eközben arról, hogy az előbbi egyenlet a becsülendő modellünknek csak egy részét képezi, hiszen a teljes modellünk tartalmazza az eredményváltozó becslésére szolgáló egyenletet is, vagyis a teljes ARCH(1) modell a következőképpen írhatjuk le *(Varga, 2001)*:

[11] Engle az Egyesült Királyság inflációjának változékonyságát elemezve jutott el az ARCH specifikációhoz, vagyis az ARCH modell első alkalmazása nem klasszikus értelemben vett pénzügyi idősoron, így nem kockázat előrejelzés érdekében történt.

[12] A feltételes, illetve feltétel nélküli variancia közötti különbség azonos módon értelmezhető, mint a feltételes, illetve feltétel nélküli várható érték.

[13] Ugyancsak $E\ \varepsilon_t\ = 0$ miatt, akár azt is mondhatjuk, hogy a volatilitásban autokorreláció van.

$$y_t = \beta_0 + \beta_1 x_{1t} + \beta_2 x_{2t} + \cdots + \beta_k x_{kt} + \varepsilon_t,$$
$$\varepsilon_t \sim N\ 0,\ \sigma_{\varepsilon\ t}^{\ 2},$$
$$\sigma_{\varepsilon\ t}^{\ 2} = \alpha_0 + \alpha_1 \varepsilon_{t-1}^2 + u_t,$$

ahol y az eredményváltozó, és $x_1, x_2, \ldots, x_k$ a modell magyarázó változói. A fenti modell második egyenlete egy „technikai" összefüggést fogalmaz meg, ahol a véletlen változó varianciájához rendelt index mutatja, hogy $\sigma_{\varepsilon\ t}^{\ 2}$ értéke időben változó sztochasztikus folyamatot követ. Az imént látott ARCH(1) modell természetesen kiterjeszthető magasabb rendű késleltetésekkel is, vagyis:

$$\sigma_{\varepsilon\ t}^{\ 2} = \alpha_0 + \alpha_1 \varepsilon_{t-1}^2 + \alpha_2 \varepsilon_{t-2}^2 + \cdots + \alpha_q \varepsilon_{t-q}^2 + u_t,$$

aminek felhasználásával felírható az *ARCH(q)* modell *(Mills, 1999)*:

$$y_t = \beta_0 + \beta_1 x_{1t} + \beta_2 x_{2t} + \cdots + \beta_k x_{kt} + \varepsilon_t$$
$$\varepsilon_t \sim N\ 0,\ \sigma_{\varepsilon\ t}^{\ 2}$$
$$\sigma_{\varepsilon\ t}^{\ 2} = \alpha_0 + \alpha_1 \varepsilon_{t-1}^2 + \alpha_2 \varepsilon_{t-2}^2 + \cdots + \alpha_q \varepsilon_{t-q}^2 + u_t$$

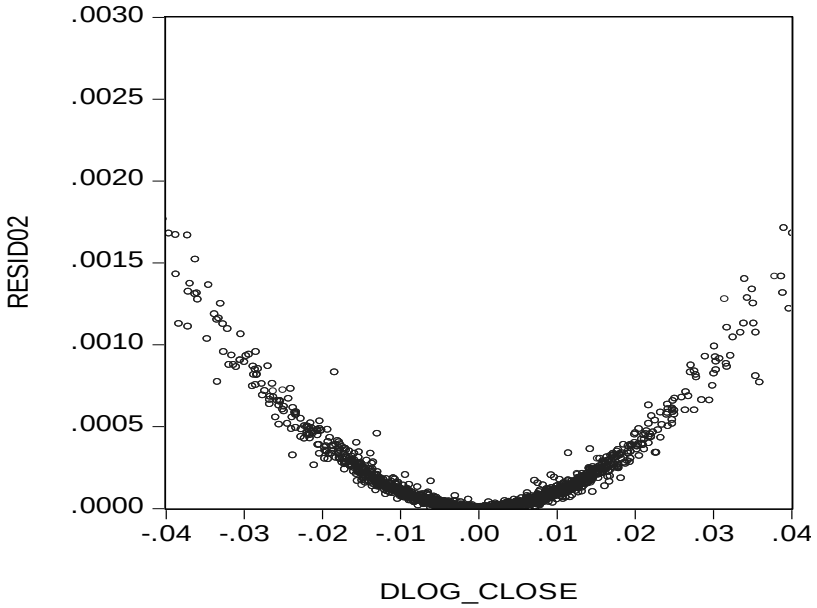
Az ARCH(q) modell még általánosabb, a szimuláció szempontjából előnyösebb formában is felírható. Egyszerűsítjük továbbá a viszonylag nehézkes $\sigma_{\varepsilon\ t}^{\ 2}$ kifejezést is, azonban a szakirodalomban gyakran használt h_t helyett az eredetire jobban emlékeztető σ_t^2 jelölést alkalmazzuk. Ezek szerint az ARCH(q) modell megfelelően módosított, a fenti formával ekvivalens alakja az alábbiak szerint írható le *(Palágyi, 2003)*.

$$y_t = \varphi_0 + \varphi_1 x_{1t} + \varphi_2 x_{2t} + \cdots + \varphi_k x_{kt} + \varepsilon_t$$
$$\varepsilon_t = v_t \overline{\sigma_t^2}, \qquad v_t \sim N\ 0,1$$
$$\sigma_t^2 = \alpha_0 + \alpha_1 \varepsilon_{t-1}^2 + \alpha_2 \varepsilon_{t-2}^2 + \cdots + \alpha_q \varepsilon_{t-q}^2 + u_t$$

Ezen a ponton felmerül a kérdés, hogy vajon az általunk vizsgált idősorra teljesül-e a modell alapvető feltevése: Vajon a napi részvényárfolyamokból képzett logaritmikus hozamok idősorában ténylegesen fellelhetőek-e az ARCH hatások?

E kérdés megválaszolása érdekében röviden bemutatjuk az ARCH hatások tesztelésének két alapvető módszerét. Érdekes lehet, hogy ezek egyikéhez sem szükséges a modell ARCH folyamatként való becslése, csupán egy várható értékre vonatkozó regresszió becsült hibatagjait kell vizsgálnunk. Az empirikus vizsgálat során ugyanakkor figyelembe kell vennünk, hogy az ARCH hatások tesztelése előtt a hibatagokban ne legyen autokorreláció, vagyis ennek megfelelő modellt kell felállítani a várható értékre. Ezek után amennyiben az idősorban jelen vannak az ARCH hatások, akkor a lineáris modellben (ARMA) becsült regresszió hibatagjainak négyzete autokorrelált. A jelenség felismerése tehát egyszerűen, grafikus úton is megoldható, hiszen homoszkedaszticitás esetén a véletlen változóra vonatkozó empirikus megfigyelések a 0 környékén, egy jól körülhatárolható vízszintes sávban szóródnak. Ellenkező esetben, vagyis heteroszkedasztikus modellben azonban a lenti 3. ábrához hasonló reziduum-eloszlást is láthatunk *(Rappai, 2013 pp. 33)*. [14]

[14] A hibatagok négyzetének korrelogramjára pillantva, ugyancsak következtethetünk az elméleti idősorban lévő ARCH hatásokra.



3. ábra: Az ARMA (1,1) modellben becsült NYSE Co. napi árfolyamhozamok heteroszkedasztikus reziduuma

Forrás: Saját szerkesztés Yahoo! Finance (2012b) alapján.

Az imént látott eljárásnál némileg egzaktabb, és mindenképpen könnyebben algoritmizálható módszer az ún. ARCH-LM teszt. Az ARCH-LM teszt lényege, hogy az ugyancsak lineáris modellben becsült regressziós egyenlet hibatagjainak négyzetére (ε_t^2) egy AR(p) modellt illesztünk *(Brooks, 2002 pp. 389-391)*:

$$\varepsilon_t^2 = c + \phi_1 \varepsilon_{t-1}^2 + \phi_2 \varepsilon_{t-2}^2 + \cdots + \phi_p \varepsilon_{t-p}^2 + u_t,$$

ahol $T \cdot R^2$, vagyis az idősori megfigyelések számának és a determinációs együtthatónak a szorzata, egy $\chi^2(p)$ eloszláshoz tart azon nullhipotézis mellett, hogy: $\varepsilon_t \sim FAE\ N\ 0, \sigma^2$.

Az ARCH hatások empirikus teszteléséhez tehát a(z) NYSE kompozit index alapján számított napi logaritmikus árfolyamhozamokat ARMA(1,1) lineáris modellben becsültük 2003. január 2. és 2012. október 12. között. Az alábbi 1. táblázat ugyancsak a lineáris modellben keletkezett reziduumok heteroszkedaszticitását mutatja.

1. táblázat: ARCH-LM teszt eredménye

Heteroskedasticity Test: ARCH			
F-statistic	223.1138	Prob. F(6,3256)	0.0000
Obs*R-squared	950.6907	Prob. Chi-Square(6)	0.0000

Forrás: Saját szerkesztés Yahoo! Finance (2012b) alapján.

Miután meggyőződtünk arról, hogy az ARCH modell adekvát módszere lehet elemzésünknek, fontos felfigyelnünk a modell alkalmazhatóságának egy erőteljes korlátjára. Ezek szerint, mivel σ_t^2 feltételes variancia definíció szerint mindig nemnegatív, továbbá $\varepsilon_{t-1}^2, \varepsilon_{t-2}^2 \ldots \varepsilon_{t-q}^2$ szintén nemnegatív értékek, így az előbb látott ARCH modellek csak akkor értelmezhetők, ha teljesül az ún. nemnegativitási feltétel, azaz *(Rappai, 2013 pp. 116)*:

$$\forall \alpha_j \geq 0 \quad j = 0, 1, 2, \ldots, q.$$

Megjegyezzük, hogy a fenti reláció teljesülése elégséges, de nem szükséges a nemnegativitás biztosításához, ez által a modell értelmezhetőségéhez. Bár tanulmányunkban az ennél gyengébb, tehát szükséges és elégséges feltétel megfogalmazásával nem foglalkozunk, azt ezek alapján is könnyen beláthatjuk, hogy a késleltetések számának (q) növelése veszélyezteti a nemnegativitási feltétel teljesülését. Egyéb specifikációs valamint identifikáci-

ós problémákat is figyelembe véve általánosságban elmondható, hogy az ARCH modelleket annál nehezebb kezelni, minél magasabb a késleltetés rendje. E problémák kiküszöbölésében, valamint a hozam idősorok fentebb említett harmadik sajátosságának leírásában jelentett nagy előrelépést az ARCH modell általánosított változata *(Bollerslev et al. 1994).*

Az általánosított autoregresszív heteroszedaszticitású modell

Az általánosított autoregresszív heteroszedaszticitású modellt (a továbbiakban: GARCH) egymástól függetlenül, ám szinte egy időben mutatta be Bollerslev és Taylor 1986-ban. A modellben szereplő általánosítás lényege, hogy a véletlen változó nem konstans varianciáját magyarázó második egyenletben a t-edik időpontra vonatkozó volatilitás mellett, a becsült variancia késleltetett értéke is megjelenik. Alapesetben a modell alakja a következő *(Bollerslev, 1986; Taylor, 1986)*:

$$y_t = \beta_0 + \beta_1 x_{1t} + \beta_2 x_{2t} + \cdots + \beta_k x_{kt} + \varepsilon_t,$$

$$\varepsilon_t = v_t \quad \sigma_t^2, \qquad v_t \sim N\ 0,1$$

$$\sigma_t^2 = \alpha_0 + \alpha_1 \varepsilon_{t-1}^2 + \gamma_1 \sigma_{t-1}^2 + u_t.$$

A fenti modellt GARCH(1,1) modellnek nevezzük, mivel a volatilitást magyarázó második egyenletben mind a véletlen változó, mind a becsült variancia elsőrendű késleltetéssel szerepel.

A modellben endogén változóként szereplő σ_t^2 feltételes variancia ez esetben három tényezőtől függ: egy hosszú távon érvényes átlagos értéktől, az előző időszaki volatilitástól, vagyis az eredményváltozó becslési hibájára vonatkozó információnktól, továbbá magának a varianciának az elsőrendű késleltetésétől. A rekurzív visszahelyettesítés módszerével belátható, hogy már a fenti GARCH(1,1) modell esetében is végtelen számú késleltetett hibatagnégyzet határozza meg a feltételes variancia értékét *(Brooks, 2002 pp. 393).*

Ezzel együtt természetesen a GARCH modell is kiterjeszthető magasabb rendű késleltetésekkel is, amit ha megteszünk, akkor eljutunk a GARCH(p,q) modellekhez *(Bollerslev, 1986; Taylor, 1986)*:

$$y_t = \beta_0 + \beta_1 x_{1t} + \beta_2 x_{2t} + \cdots + \beta_k x_{kt} + \varepsilon_t,$$

$$\varepsilon_t = v_t \quad \sigma_t^2, \qquad v_t \sim N\ 0,1$$

$$\sigma_t^2 = \alpha_0 + \alpha_1 \varepsilon_{t-1}^2 + \alpha_2 \varepsilon_{t-2}^2 + \cdots + \alpha_q \varepsilon_{t-q}^2 + \gamma_1 \sigma_{t-1}^2 + \gamma_2 \sigma_{t-2}^2 + \cdots + \gamma_p \sigma_{t-p}^2 + u_t,$$

ahol q a késleltetett négyzetes hibát, p pedig a késleltetett becsült variancia értéket jelöli. Figyelembe véve továbbá, hogy $u_t = \varepsilon_t^2 - \sigma_t^2$, vagyis a variancia előrejelzésének hibája, a megfelelő átrendezéseket és behelyettesítéseket elvégezve az alábbi fontos összefüggéshez jutunk *(Darvas, 2004)*. Az általános GARCH (p,q) modellspecifikáció mellett ugyanis

$$\varepsilon_t^2 = \alpha_0 + \ \alpha_1 + \gamma_1\ \varepsilon_{t-1}^2 + \ \ldots + \ \alpha_{max\ p,q}\ + \gamma_{max\ p,q}\ \ \varepsilon_{t-max\ p,q}^2 - \gamma_1 u_{t-1} - \ \ldots - \gamma_p u_{t-p} + u_t$$

adódik, amelynél értelemszerűen $\alpha_i = 0, \forall i > q$ és $\gamma_j = 0, \forall j > p$, vagyis ε_t^2 felfogható egy olyan sztochasztikus folyamatként, amely ARMA[*max*(p,q),p] modellben határozódik meg. Ez, a volatilitás négyzetére vonatkozó, lényegében ARMA egyenlet szolgál egyrészt a négyzetes hozamok autokorrelációinak kiszűrésére, másrészt pedig az ún. feltétel nélküli volatilitás (Unconditional error variance) meghatározására *(Darvas, 2004)*.

Pénzügyi idősorok modellezéskor ugyanis gyakran merül fel az igény, hogy ne egy időről időre változó, hanem egy időben állandó értékkel jellemezzük egy adott időszak volatilitását, illetve kockázatosságát. Ez az érték ugyanis egyformán releváns az empirikus

idősor minden időpontjában. Az ökonometria nyelvén mindez azt jelenti, hogy a feltételes variancia mellett szükséges egy konstans, feltétel nélküli variancia becslése is. A feltétel nélküli variancia meghatározásához, a GARCH modell második egyenletében szereplő ARMA[*max*(p,q),p] folyamat feltétel nélküli várható értékét képezzük az alábbi formula szerint *(Bera – Higgins, 1993)*.

$$UEV = Var\ \varepsilon_t\ = \frac{\alpha_0}{1 - \sum_{i=1}^{q} \alpha_i + \sum_{j=1}^{p} \gamma_j}$$

Ennek megfelelően a fenti folyamat szigorú stacionaritásának elégséges feltétele az alábbi, perzisztenciára vonatkozó összefüggés teljesülése *(Bougerol – Picard, 1992)*:

$$V = \sum_{i=1}^{q} \alpha_i + \sum_{j=1}^{p} \gamma_j < 1.$$

A fenti reláció teljesülése mellett a múltbeli sokkok hatása idővel csillapodik, a feltétel nélküli variancia véges pozitív érték. Az empirikus kutatások ugyanakkor azt mutatják, hogy a pénzügyi idősorokra illesztett GARCH(p,q) modellek esetében a becsült V értékekre általában nem teljesül az előbbi feltétel. Ekkor a feltétel nélküli variancia képletében a nevező előjele negatív, így sérül a modell értelmezhetősége. Ezért aztán csakúgy, mint a pénzügyi modellezés során általában, dolgozatunkban is megelégszünk az egyszerűbb GARCH(1,1) specifikáció vizsgálatával.[15] A feltétel nélküli variancia ez esetben az alábbi egyszerű formában írható le *(Bera – Higgins, 1993)*.

$$UEV = Var\ \varepsilon_t\ = \frac{\alpha_0}{1 - \alpha_1 + \gamma_1}$$

Az előzőekkel összhangban $\alpha_1 + \beta_1 \geq 1$ esetén az ún. variancia nem-stacionaritás jelenségével állunk szemben.[16] A variancia nem-stacionaritás sokkal kevésbé interpretálható, mint akár a várható érték nem konstans volta. Annak feltételezése ugyanis, hogy a kockázati szint minden határon túl nő, nem túl szerencsés a pénzügyi modellekben. Ugyanakkor, ahogy azt még a későbbiekben is látni fogjuk, egyáltalán nem kizárt, hogy találkozunk az említett jelenséggel.

Azt látjuk, hogy a fenti képlet jobb oldalán álló kifejezés az idő múlásától független. Ez a fajta állandóság azonban nem téveszthet meg bennünket. A feltétel nélküli variancia, $Var\ \varepsilon_t$ éppúgy valószínűségi változó a minta (empirikus idősor) kiválasztása előtt, mint a feltételes variancia, $Var\ \varepsilon_t\ \varepsilon_{t-1}, \varepsilon_{t-2}, \ldots$ a minta alapsokaságból (elméleti idősorból) való kiválasztása után. Ezek után erre az észrevételre alapozva alkotjuk meg ökonometriai modellünket, amiben különböző, egymást követő időszakok kockázatosságát igyekszünk összehasonlítani *(Hunyadi, 2001 pp. 83-101)*.

Modellalkotás

A módszertani részben áttekintettük a hozam idősorok legfontosabb statisztikai jellemzőit, továbbá meggyőződtünk arról, hogy a GARCH modell megfelelő ökonometriai-elméleti alapot nyújthat technikai elemzésünk elkészítéséhez. Elérkeztünk tehát a modellalkotás fázisához: Lássuk, mennyiben segíthette volna a 2008 őszén bekövetkezett részvénypiaci árzuhanás előre jelzését egy GARCH regresszióra alapozott technikai elemzés?

[15] Az előző összefüggésből $V = 1$ megszorítás bevezetésével kapjuk az ún. integrált GARCH, vagyis IGARCH modelleket *(Mills, 1999)*.

[16] A variancia nem-stacionaritás értelmében tehát a feltételes varianciák idősora nem stacioner, következésképpen a GARCH modell alapjául szolgáló hozam idősor sem az. Előbbi esetben a folyamat véges várható értéke, utóbbi esetben pedig a folyamat véges varianciája nem képezhető.

A korábbiaknak megfelelően modellalkotásunk célja a kockázati szint, mint alapvető piaci körülmény, 2008 őszét megelőző növekedésének kimutatása. Ez ugyanis a hozam idősor viselkedésének közelgő megváltozását jelezhette volna előre. Ökonometriai szóhasználattal élve a strukturális törés lehetséges előzményét, előjelét keressük az idősorban. Az imént tett megfontolások tükrében látnunk kell, hogy az általunk vizsgált probléma jellegét tekintve a rezsimváltó modellek irányába terel minket *(Brooks, 2002 pp. 451-453; Rappai, 2013 pp. 126)*. E modellek alapvető koncepcióját az által igyekszünk beépíteni modellünkbe, hogy az ún. gördülő regresszió (rolling regression) technikáját alkalmazzuk a futtatások közben. Ezek szerint 2003 januárjától kezdve újabb és újabb éves idősori mintákat (éves ablakokat) vizsgálunk oly módon, hogy a kezdő hónapot minden esetben egyel tovább „gördítjük". Így jutunk el végül 88 lépést[17] követően a 2011 októberével kezdődő, tehát 2012 októberével végződő, utolsó éves mintához. Ez által egy megfelelően specifikált GARCH modellben minden időszakhoz hozzárendelhetjük a feltétel nélküli variancia (volatilitás) értékét. Korábban beláttuk, hogy ez az érték egyformán releváns az éves minta egészére nézve. Ez alapján tehát kvázi összemérhetővé válik az egymást átfedéssel követő időszakok volatilitása, vagyis az azokat jellemző kockázati szintek nagysága. Ehhez a továbbiakban csupán az alábbi GARCH(1,1) modellspecifikációra van szükségünk:

$$r_t = c + \varepsilon_t,$$

$$\varepsilon_t = v_t \sqrt{\sigma_t^2}, \qquad v_t \sim N(0,1)$$

$$\sigma_t^2 = \alpha_0 + \alpha_1 \varepsilon_{t-1}^2 + \gamma_1 \sigma_{t-1}^2 + u_t,$$

ahol az első egyenlet eredményváltozója a(z) NYSE Co. index alapján kalkulált napi árfolyamhozamot jelöli, $r_t = ln\ \frac{p_t^{NYSE}}{p_{t-1}^{NYSE}}$ .Láthatjuk, hogy az eredményváltozó becsléséhez csupán egy konstans tagot használtunk fel. Hipotézisünk ellenőrzése szempontjából ugyanis a folyamat várható értékének becslése csupán másodlagos. Az elemzésünk szempontjából elsődleges feltétel nélküli variancia ugyanakkor egyszerűen meghatározható a modellspecifikáció alapján, az ismert formula szerint.

$$UEV = \sigma_t^2 = \frac{\alpha_0}{1 - (\alpha_1 + \gamma_1)}$$

Ez az érték tehát egy adott éves minta kockázatosságát hivatott jellemezni. A gördülő regresszió által valójában újabb és újabb empirikus idősorokat rendelünk hozzá adott modellspecifikációhoz. Az egymást követő futtatatások ennek megfelelően különböző paraméterértékeket, végső soron eltérő feltétel nélküli variancia (Unconditional error variance, a továbbiakban UEV) értékeket eredményeznek. Miután a gördülő regresszióban havi léptetést alkalmazunk, ezért az egyes minták kockázatossága elvileg csupán első és utolsó hónapuk kockázatosságát tekintve különbözik egymástól. Ez alapján az UEV értékek kismértékű változásából is a kockázatosság viszonylag jelentős növekedésére/csökkenésére következtetünk.

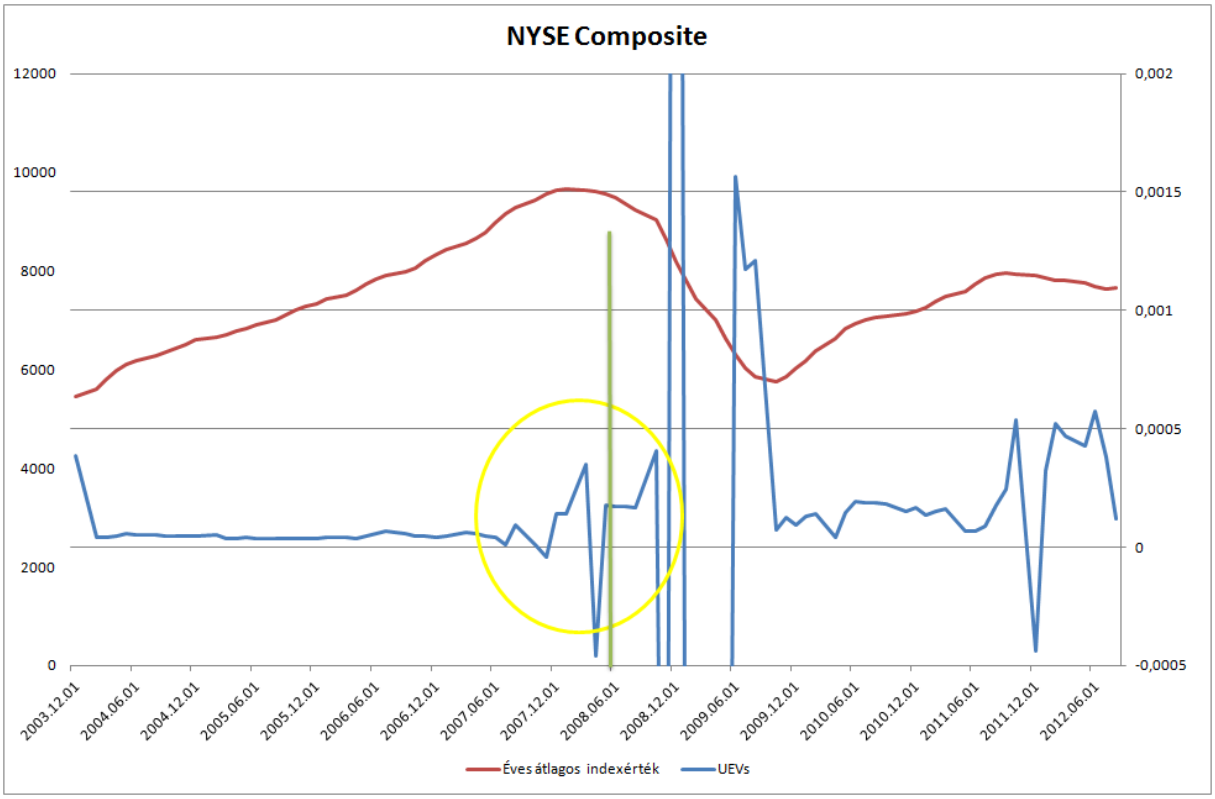
Előzőleg láttuk, hogy a pénzügyi idősorokat a variancia csoportosulása jellemzi. Ezek szerint megkülönböztethetünk relatíve kockázatos és viszonylag nyugodt periódusokat az idősoron belül. Technikai elemzésünkben ennek megfelelően a részvénypiac 2008 őszét megelőző fokozatos „belázasodását" szeretnénk kimutatni. Empirikus ismereteink alapján azt is tudni véljük, hogy a hosszantartó, markáns árfolyamtrendek egyre inkább mérlegelik a trendfordulót *(Brooks, 2002 pp. 404-409; Mills, 1999 pp. 136-139; Rappai, 2013 pp. 111)*. Mindezek alapján valószínűsítjük, hogy a részvényárfolyamoknak létezik egyfajta „természetes" növe-

[17] 2003. január 2. és 2012. október 12. között valójában 117 teljes hónap telt el, ám tőzsdei kereskedés csak hétköznapokon zajlott, és akkor sem mindig (munkaszüneti napok, különleges események, kereskedés felfüggesztése). Az eltérést tehát az idősor nem ekvidisztáns jellege okozza.

kedési rátája, ami a szisztematikus kockázat kvázi állandó, kellően alacsony szintjét feltételezi. A részvénypiaci buborék kidurranása előtt következésképpen az UEV értékek növekedésére, valamint egyre növekvő mértékű változására számítunk. Sőt, a részvénypiac nagymértékű visszaesését látva azt sem zárjuk ki, hogy találkozunk a variancia nem-stacionaritás jelenségével. Dolgozatunkban ezek után a technikai elemzés lényegi részét képező grafikonelemzés módszerével igyekszünk meggyőződni előzetes feltevéseink igazságtartalmáról.

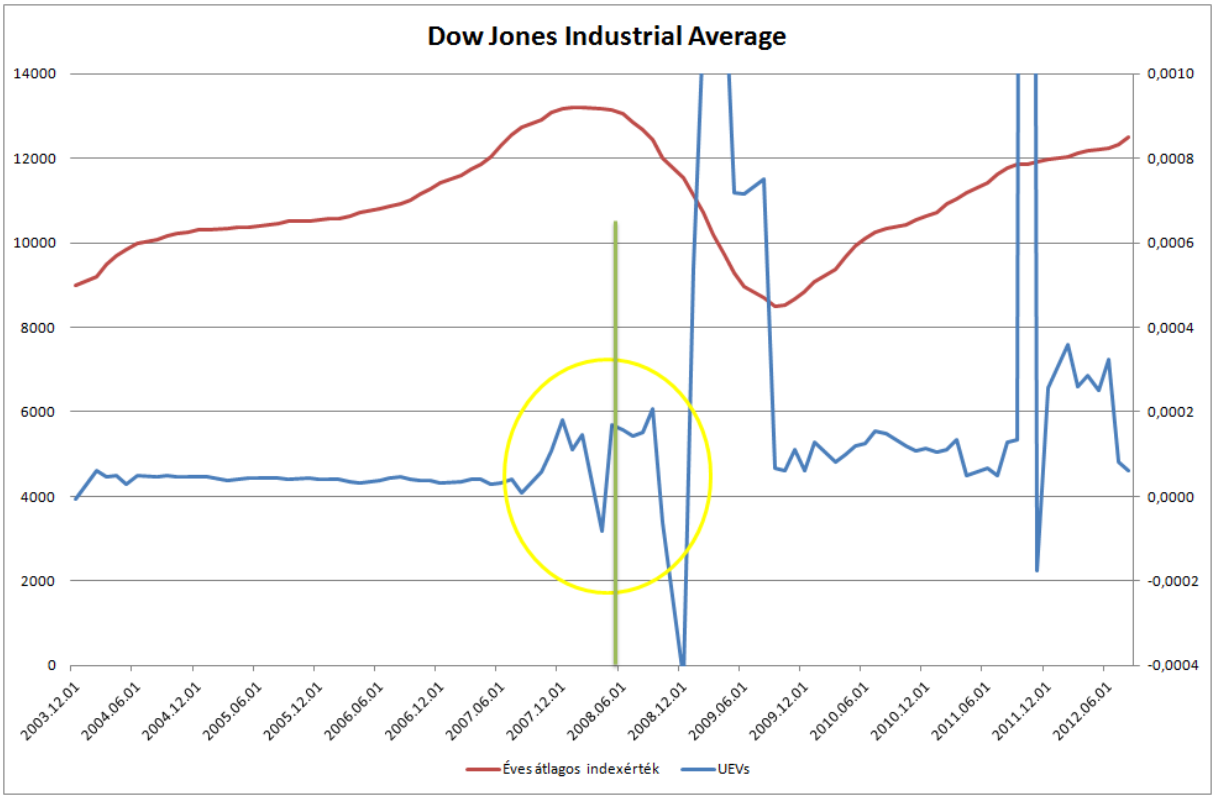
Bár az eddigiekben a részvénypiac jellemzésekor kizárólag a(z) NYSE Co. indexre hagyatkoztunk, a későbbiekben elemzésünk érvényességét kiterjesztendő további négy egyaránt meghatározó tőzsdeindexet is figyelembe veszünk. Megjegyezzük továbbá, hogy az általunk némiképp önkényesen kiválasztott indexek értékének számítása nem feltétlenül azonos metodológia alapján történik. Ezzel együtt azonban az összes lentebb látott index megegyezik abban, hogy valamilyen súlyozási módszer alapján az indexkosár tartalmát adó részvények átlagos árfolyamát tükrözi. Ez által lehetőségünk nyílik egyfajta napi átlagos részvényhozam megállapítására – tekintve, hogy az említett indexek értékét naponta közlik. Technikai elemzésünk eredményét ezek után az alábbiakban láthatjuk.

A technikai elemzés eredménye



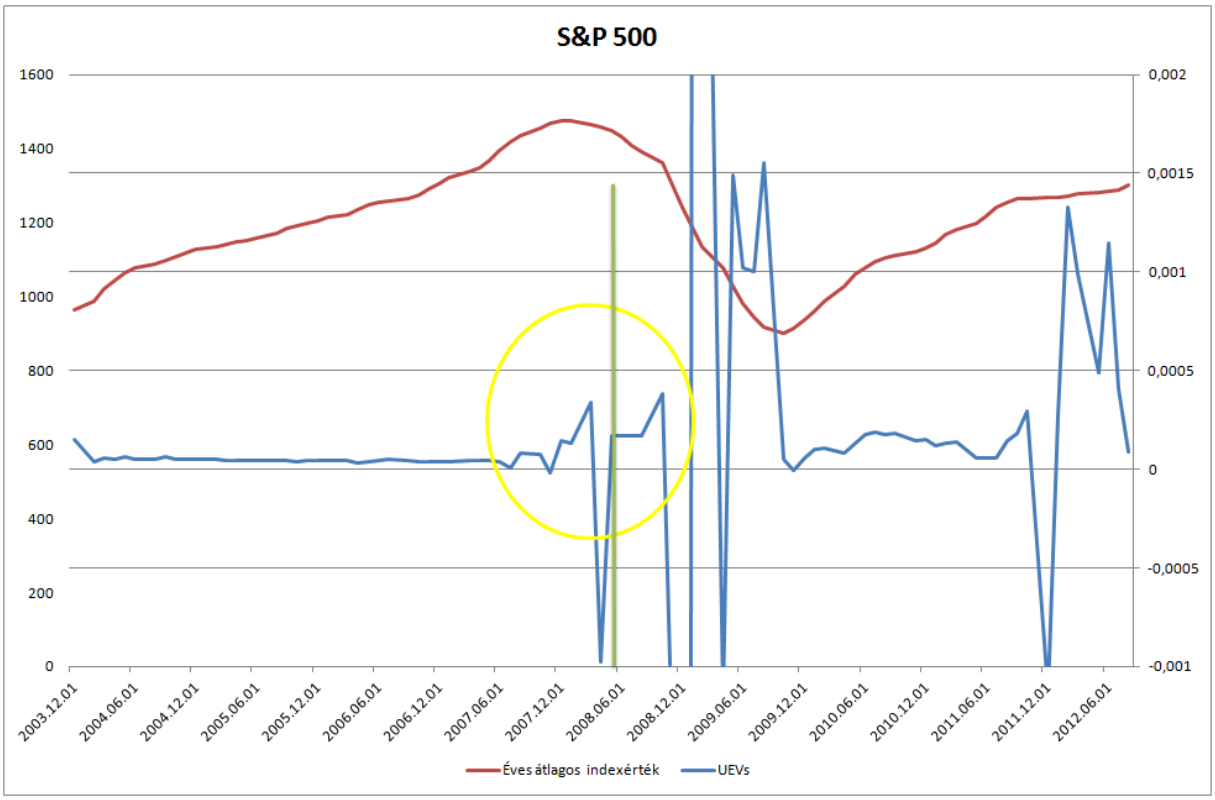
4. ábra: A feltétel nélküli variancia (UEV) értékének alakulása a(z) NYSE Co. index alapján

Forrás: Saját szerkesztés Yahoo! Finance (2012b) alapján.



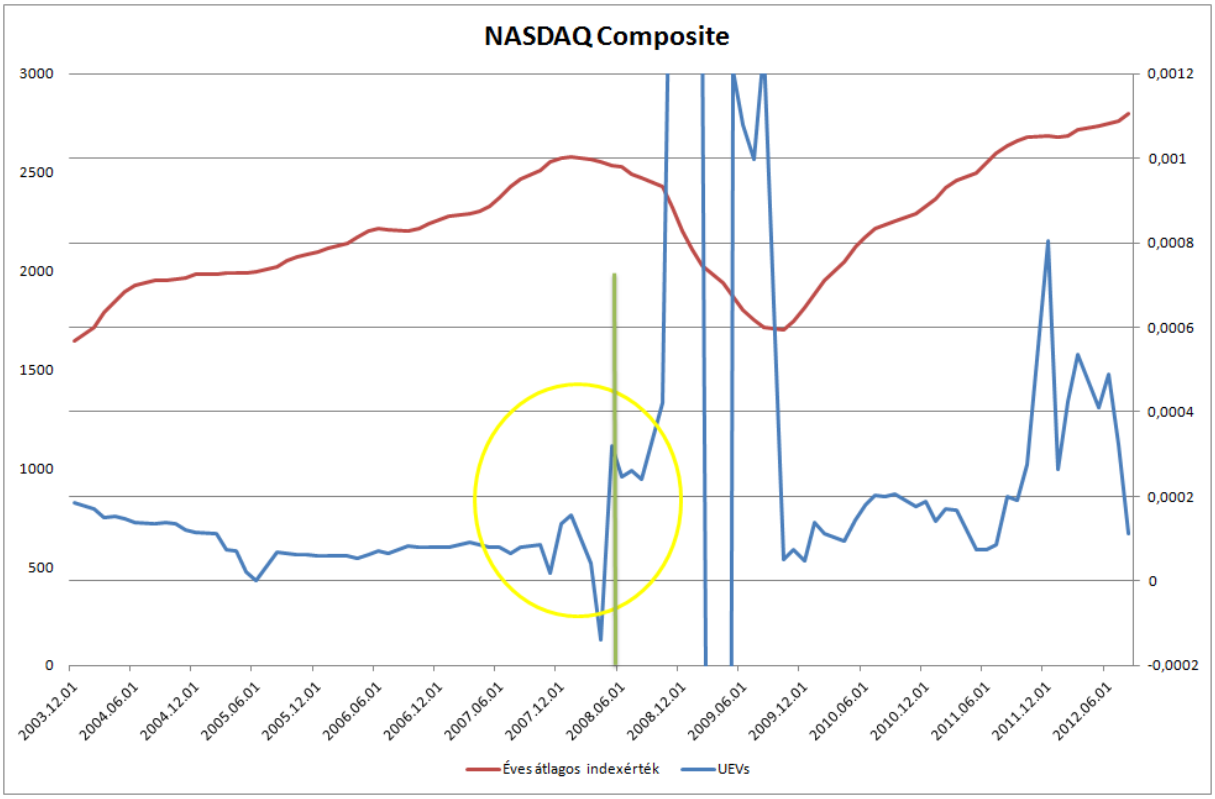
5. ábra: A feltétel nélküli variancia (UEV) értékének alakulása a(z) DJIA index alapján

Forrás: Saját szerkesztés Yahoo! Finance (2012b) alapján.



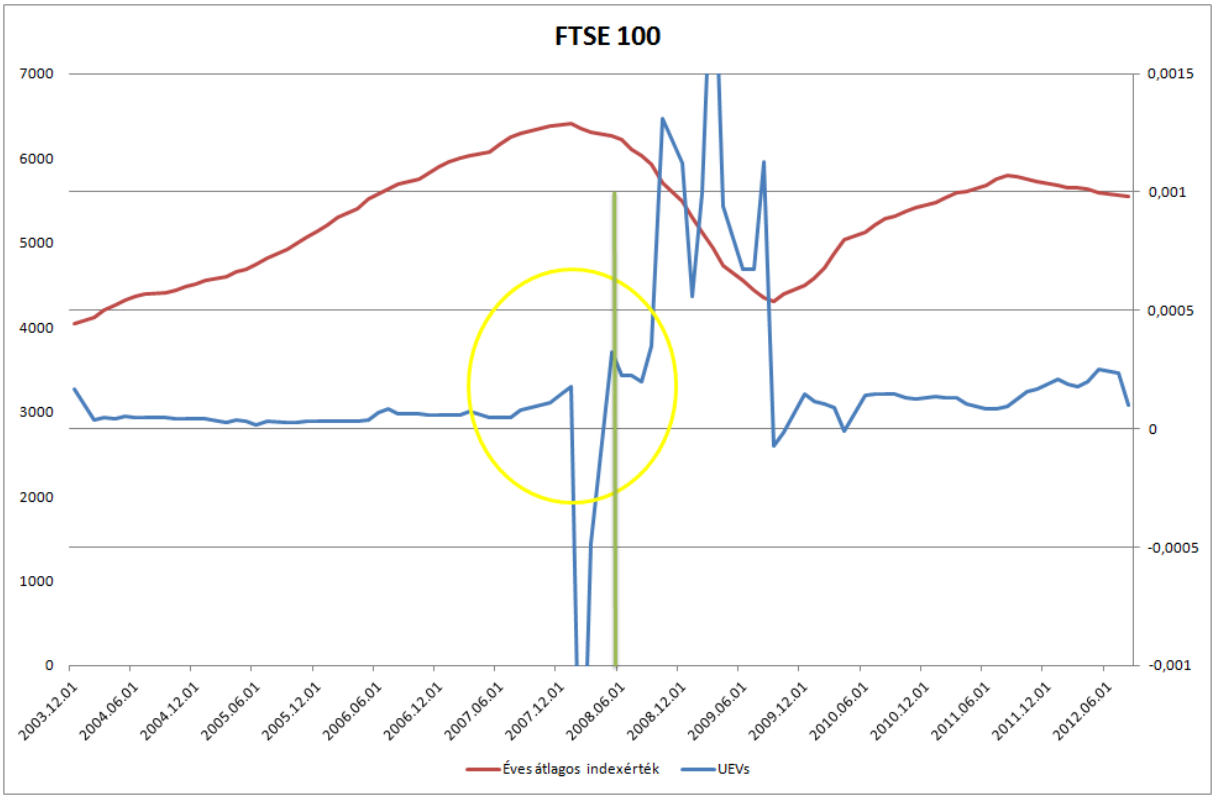
6. ábra: A feltétel nélküli variancia (UEV) értékének alakulása a(z) S&P 500 index alapján

Forrás: Saját szerkesztés Yahoo! Finance (2012b) alapján.



7. ábra: A feltétel nélküli variancia (UEV) értékének alakulása a(z) NASDAQ Co. index alapján

Forrás: Saját szerkesztés Yahoo! Finance (2012b) alapján.



8. ábra: A feltétel nélküli variancia (UEV) értékének alakulása a(z) FTSE 100 index alapján

Forrás: Saját szerkesztés Yahoo! Finance (2012b) alapján.

A fenti saját szerkesztésű ábrákon kék vonallal jelöltük az UEV értékek alakulását, míg a piros vonallal az adott éves minták átlagos árfolyamértékét kívántuk szemléltetni. Tekintve, hogy az általunk vizsgált folyamat diszkrét paraméterterű, a vonaldiagram alkalmazása kissé félrevezető lehet. Az egyes éves ablakokhoz tartozó UEV- és árfolyamértékek erős átfedése miatt ugyanakkor ezt az ábrázolási formát találtuk a leginkább helyénvalónak. [18] A vízszintes tengelyen szereplő dátumok ennek megfelelően az egymást követő éves periódusok végét jelölik.

Az ábrák tanúsága szerint az UEV értékek alakulása már 2007 őszétől kezdve jelentős változást mutatott az előzetes trendhez képest. 2007 nyaráig ugyanis az UEV értékek kvázi állandóságát figyelhetjük meg. Innentől kezdve azonban a variancia értéke időszakról időszakra egyre növekvő mértékben változott. Azt mondhatjuk tehát, hogy 2007 őszétől tartós és egyértelmű eltérés figyelhető meg az UEV értékek alakulásában. Jóllehet egy-egy időszakot érintő kisebb eltérések ezt megelőzően is észlelhetők, ezek a változások pusztán átmenetiek: az UEV értékek néhány „gördítést" követően visszatérnek a korábbi állandó szintre. Az egyetlen komolyabb eltérés a vizsgált időszak elején látható, ami vélhetően a dotcom válság lecsengéséhez köthető. Ezt a magyarázatot alátámasztani látszik, hogy a NASDAQ Co. index esetében, a többi indexhez viszonyítva jóval lassabb ütemben ment végbe a kockázati szint csökkenése. Ebből a szempontból különösen érdekes az 5. és a 7. ábra összevetése, mivel a DJIA indexkosarában az előbbihez képest jóval alacsonyabb a technológiai iparágban érdekelt vállalatok papírjainak az aránya. Az UEV értékeknek a vizsgált időszak elejét érintő csökkenése tehát jól láthatóan a kvázi állandó kockázati szint újbóli eléréséhez vezet. Ezzel szemben, 2007 őszétől a variancia értékek hektikusan és folyamatosan növekvő mértékben váltakoznak. A hónapról hónapra növekvő amplitúdójú kilengéseket követően 2008 tavaszán már a variancia nem-stacionaritás jelenségét tapasztaljuk. A fenti ábrák alapján megállapíthatjuk, hogy a variancia már 2008 júniusát (az ábrákon zöld vonallal jelölve) megelőzően elvesztette stacionárius jellegét. Ez alapján tehát az elemzésünk tárgyát képező hozam idősorok viselkedésének strukturális változására készülhettünk volna. A perzisztencia egységnyinél nagyobb értéke mindenestre a kockázati szint minden határon túli növekedésére figyelmeztetett.

Konklúzió

A kockázati szint előbb látott alakulása alapján a részvénypiac már 2007 őszétől kezdve egy súlyos krónikus fertőzés tüneteit mutatta. Az előző ábrák mindegyikén jól látható a kezdeti lappangó „láz" fokozatos növekedése. 2008 tavaszának végén, a negatív UEV értékek által jelzett strukturális törés pedig már hónapokkal a Lehman Brothers bukása előtt figyelmeztetett bennünket a minden eddiginél nagyobb (minden határon túl növekvő) kockázat veszélyére. Technikai elemzésünk tehát megerősíteni látszik a döntően elméleti megfontolásokra alapozott előzetes feltevésünket. Megállapíthatjuk, hogy egy ilyenfajta, ökonometriai megalapozottságú technikai elemzés segíthetett volna a 2008 őszén történt drasztikus részvénypiaci árfolyamesés előrejelzésében. Ezt megelőzően kimutattuk ugyanis egyrészt a részvénypiacot jellemző szisztematikus kockázat növekedését, másrészt a hozam idősor stracioner jellegének megváltozását.

Dolgozatunk módszertani részében azt láttuk, hogy a GARCH modell az eredeti ARCH összefüggés általánosítását jelentette. A GARCH modell első publikálása óta azonban már ezen általánosított formának is számos módosítása született. Azt mondhatjuk, hogy a különböző módosított GARCH folyamatok nem egyszer szignifikánsan javítják a modell in-sample,

[18] Az UEV értékekhez hasonlóan, az egymást követő időszakok átlagos indexértékei (átlagárfolyamai) is csupán első és utolsó hónapukban különböznek egymástól. Ez által gyakorlatilag az indexértékek 12 tagú mozgóátlag-simítása adódik. Ezzel szemben az UEV értékek változását a fenti UEV képletben szereplő paraméterek módosulása okozza.

vagyis mintán belüli illeszkedését. Ez által a miénkhez hasonló retrospektív jellegű elemzések minősége is növelhető *(Bollerslev et al 1994; Varga, 2001)*. További kutatás tárgyát képezheti tehát a módosított GARCH folyamatokra épülő hasonló témájú technikai elemzések készítése. Csakúgy, mint az alap GARCH modellünk első egyenletének pontosabb specifikációja.

A strukturális törés kimutatásának léteznek továbbá a grafikus ábrázolásnál megbízhatóbb, formalizált módszerei is *(Brooks, 2002 pp. 180-184; Rappai, 2013 pp. 41-43)*. Az előző ábrákon 2007 nyarát megelőzően a variancia értékek kvázi állandóságát figyelhettük meg. Ezek szerint az oda vonatkozó UEV értékek becslésekor akár egy mindössze konstans tagot szerepeltető regresszió is jól teljesíthetne. Érdekes lehet tehát megfigyelni egy ilyen primitív modell esetében az illeszkedést jellemző mutatók alakulását. Ez esetben a gördülő regresszió által a vizsgált időszak hosszát növelhetnénk. Egy az UEV értékekre vonatkozó alternatív regresszió mellett pedig a modellilleszkedésen alapuló próbák *(Likelihood ratio, Wald-teszt, Lagrange-multiplikátor)* is segíthetnének a strukturális törés azonosításában *(Hunyadi, 2001 pp. 344-384)*.

Köszönetnyilvánítás

A tanulmányban szereplő táblázat és az ábrák egyaránt EViews futtatások eredményét tükrözik. A szoftver rendelkezésemre bocsátásáért, továbbá e dolgozat megírásában nyújtott segítségéért köszönet a PTE KTK Gazdaságmódszertani Intézetének. Külön köszönet Dr. Rappai Gábornak, OTDK dolgozatom témavezetőjének, aki mind hozzáállásával mind számos szakmai észrevételével nagyban segítette munkámat. Köszönet illeti továbbá Oroszvári Dávidot, a Magyar Nemzeti Bank munkatársát, aki ugyancsak növelte e dolgozat tartalmi értékét.

Irodalomjegyzék

Baillie, R. T. – Bollerslev, T. – Mikkelsen, H. O. (1996): Fractionally integrated generalized autoregressive conditional heteroskedasticity. *Journal of Econometrics*, Vol. 74, Iss. 1, pp. 3-30.

Bera, A. K. – Higgins M. L. (1993): ARCH models: Properties, estimation and testing. Journal of Economic Surveys, Vol. 7, No.4, pp. 305 -362.

Bernanke, B. (2007): Reflections on a Year of Crisis (Remark). Federal Reserve Bank of Kansas City's Annual Economic Symposium. Letöltve: http://www.federalreserve.gov/newsevents/speech/bernanke20070517a.htm 2013.szeptember 5.

Blanchard, O. (2009): The State of Macro. *Annual Review of Economics*, Vol.1, No. 1, pp. 1-20.

Bollerslev, T. (1986): Generalised Autoregressive Conditional Heteroscedasticity. *Journal of Econometrics*, Vol. 31, No. 3, pp. 307-327.

Bollerslev, T. – Engle, R. F. – Nelson, D. B. (1994): ARCH models. In: *Handbook of econometrics*, Vol. 4, North-Holland. pp. 2959-3038.

Bougerol, P. – Picard, N. (1992):Strict Stationarity of Generalized Autoregressive Processes. Annals of Probability, Vol. 20, No. 4, pp. 1714-1730.

Brooks, C. (2002): Introductory econometrics for finance. Cambridge University Press.

Darvas Zsolt (2004): Robert F. Engle és Clive W. J. Granger, a 2003. évi közgazdasági Nobel-díjasok. *Statisztikai Szemle*, 82. évf. 3. sz., 296-319. old.

Engle, R. F. (1982): Autoregressive Conditional Heteroskedasticity with Estimates of the Variance of United Kingdom Inflation. *Econometrica*, Vol. 50, No. 4, pp. 987-1007.

Fama, E. F. (1970): Efficient Capital Markets: A Review of Theory and Empirical Work. *Journal of Finance*, Vol. 25, No. 2, pp. 383-417.

Greenspan, A. (2009): A zűrzavar kora. Kalandozások az új világban. Budapest, HVG Kiadó.

Holton, G. A. (2004): Defining Risk. *Financial Analysts Journal*, Vol. 60, No. 6, pp. 19-25.

Hunyadi László (2001): Statisztikai következtetéselmélet közgazdászoknak. Budapest, KSH.

Király Júlia – Nagy Márton – Szabó E. Viktor (2008): Egy különleges eseménysorozat elemzése – a másodrendű jelzáloghitel-piaci válság és (hazai) következményei. *Közgazdasági Szemle*, LV. évf. 2008. július–augusztus, 573–621. o.
Kostolany, A. (2006): Több mint pénz és mohó vágy. Győr, Lexecon Kiadó.
Kovács János Mátyás (2009) Ex occidente flux. Vita a makroökonómia hasznáról és a közgazdaságtan felelősségéről. *Közgazdasági Szemle*, LVI. évf. 10. sz. 881–912. o.
Markowitz, H.M. (1952): Portfolio Selection. The Journal of Finance, Vol. 7, No. 1, pp. 77-91.
Mayer-Foulkes, D. A. (2009): Long-Term Fundamentals of the 2008 Economic Crisis. *Global Economy Journal*, Vol. 9. Iss. 4, Art. 6.
Mellár Tamás (2010): Válaszút előtt a makroökonómia? *Közgazdasági Szemle*, LVII. évf., 2010. július–augusztus, 591–611. o.
Mills, T. (1999): The econometric modelling of financial time series. Cambridge University Press.
NYSE Euronext (2013): NYSE Composite Index. Letöltve: http://www.nyse.com/about/listed/nya_characteristics.shtml 2013. szeptember 27.
Palágyi Zoltán (2003): Pénzügyi idősorok elemzése a Lévy-hatvány GARCH-modellel. Statisztikai Szemle, 81. évf., 7. sz., 571-587. o.
Rappai Gábor (2004): A hozam-idősorok természetéről. In: Vita L. (szerk.): *Egy reneszánsz statisztikus*. Budapest, KSH, 153-165. o.
Rappai Gábor (2013): Bevezető pénzügyi ökonometria. Harlow, Pearson Education.
Szegö, G. (2004): On the (Non)Acceptance of Innovations. In: Szegö, G. (ed.): *Risk Measures for the 21st Century*. John Wiley & Sons, pp. 1-9.
Taylor, S. J. (1986): Forecasting the Volatility of Currency Exchange Rates. *International Journal of Forecasting*, Vol. 3. No. 1., 159-170. pp.
Varga József (2001): Pénz- és tőkepiaci idősorok sztochasztikus volatilitási modelljei. *Szigma*, 32. évf. 1-2. sz., 69-84. old.
Yahoo! Finance (2012a): Interactive Charts. Letöltve: http://finance.yahoo.com/echarts?s=%5EDJA+Interactive#symbol=%5Edja;range=1y;compare=;indicator=volume;charttype=area;crosshair=on;ohlcvalues=0;logscale=off;source=undefined; 2012. november 4.
Yahoo! Finance (2012b): Historical Prices. Letöltve: http://finance.yahoo.com/q/hp?s=%5EDJA+Historical+Prices 2012. október 19.