

A sík- és hegyvidéki erdei fenyő főbb fizikai paramétereinek többváltozós regressziója

Csanády Viktória *

Multivariate regression of the main physical parameters of Scots pine grown on lowlands and highlands

The research described in this paper was aimed at finding an appropriate regression model to characterise the relationship between density, earlywood/latewood proportion and compression strength of Scots pine grown on different sites. The multivariate regression has been preceded by the one variate regression. This has been at the same time a verification of the suitability of the applied hyperbolic tangent function. By means of that function the differences of the main anatomical parts can be revealed with respect to the relationship between density and compressive strength. The multivariate regression that follows analyses the compressive strength as a function of the density and the latewood-earlywood proportion. In the case of the Scotch pine on lowlands and highlands the received regression coefficients characterize the differences between the materials. They describe at an adequate tightness the relationship of the examined physical coefficients.

Key words: mechanical properties, compression strength, multivariate regression

Bevezetés

Mint ismeretes, az ország területének 19 százalékát borítja erdő, melynek további megoszlása: lombos- 85, fenyőerdő pedig 15 százalék (Molnár 1999). Fafaj szerint a tölgy vezet a teljes erdőterület 21,9 százalékával, majd az akác következik 20,2 százalékkal, a harmadik helyen pedig a fenyő áll. A fenyő-erdők egyharmada síkvidéken, az Alföldön található, állományalkotói 98 százalékában erdei- és feketefenyő. Mivel a síkvidéki fenyő mostoha körülmények között növekszik, így szerkezetében, illetve fizikai-mechanikai tulajdonságaiban eltér a hegyvidéki termőhelyűtől. A nagy tömegben kitermelhető anyagmennyiség miatt így feltétlenül szükséges, hogy ismert legyen az eltérések mértéke, valamint az anyag anizotrópiája miatt az egyes jellemzők kapcsolatának változása. Fontos továbbá, hogy az egyes vizsgált tulajdonságok egymásra hatása jellemezhető legyen megfelelő matematikai módon.

A vizsgálat módszere

Első lépésként egy kismintás kísérletre került sor, melynek tárgya a síkvidéki erdei fenyő makroszkópos szerkezeti részei esetén – geszt, szíjács és juvenilis fa – a sűrűség-nyomószilárdság függvénykapcsolat újszerű és nem lineáris meghatározása volt. Ezt követte egy 200-200 mintaelemű fővizsgálat a síkvidéki és hegyvidéki erdei fenyőre, melynek során egy

nem lineáris többváltozós regresszió alkalmazására került sor. A vizsgálati jellemzőként a sűrűség (ρ), mint univerzális anyagjellemző, a pászta arány (K), mint az évgyűrű szerkezet fő jellemzője (Wimmer 1991) és a nyomószilárdság (σ), mint a vizsgált faanyag legfontosabb szilárdsági tulajdonsága került kiválasztásra. A fizikai értelemben is alkalmas többváltozós függvény a $\sigma(\rho; K)$. A függvényillesztés mindkét különböző származású fenyő esetén megtörtént, az eredmények így összevethetővé váltak. Továbbá elemezhető még a független változók hatása a függő változóra, illetve ezek domináns szerepe a függvénykapcsolatban.

A kismintás elővizsgálat követelményei, eredményei

Mindhárom makroszkópikus részre vonatkozóan a sűrűség-nyomószilárdság kapcsolatának vizsgálatára egy alkalmas regressziós modell igénye merült fel. Ennek a modellnek a lehetőségekhez mérten jól kell követnie a mérési adatok pontthalmazát. Jellemezze továbbá a függvényt aszimptotikussága, korlátossága, ami révén a függő változó értékei, jelen esetben a nyomószilárdság még fizikailag értelmezhető határok között marad. Fontos továbbá, hogy rendelkezzen a függvény egy olyan jellegzetes ponttal, melynek koordinátái, mint átlagértékek összevethetők az egyes illesztések során. A felsorolt igények miatt elutasítható a

* Dr. Csanády Viktória, egy. adjunktus, NYME Matematika Intézet

1. táblázat – Az elővizsgálat regressziós eredményei (síkvideki erdeifenyő)

	<i>a</i>	<i>b</i>	<i>c</i>	<i>d</i>	<i>r</i>
EF_{geszt}	8,793	477,5	36,199	0,1489	0,8056
EF_{szijács}	12,687	546,6	53,457	0,0247	0,7486
EF_{juvenilis}	12,397	494,4	46,283	0,0149	0,7571

gyakorlatban eddig előforduló lineáris függvény illesztése (Kollmann 1951), és a még ritkábban alkalmazott polinomiális függvényeké, melyek valójában fizikailag nem értelmezhetők és nem jellemzik a két változó, nevezetesen a sűrűség és nyomószilárdság kapcsolatát helyesen, bár lehet, hogy tisztán statisztikai szemszögből nézve szoros korreláció mutatható ki a változók között. Mérlegelve ezen tényeket, keresni kellett egy olyan fizikailag is és statisztikailag is megfelelő függvényt, amely az említett feltételeknek eleget tesz. Kedvezőnek bizonyult az alábbi modell (Csanádi 1993):

$$\sigma = a \cdot \text{th}(d(\rho - b)) + c, \quad [1]$$

melynek inflexiós pontja alkalmasnak bizonyult a ponthalmazok jellemzésére. Az eredményeket az **1. táblázat** tartalmazza.

A kismintás elővizsgálatok eredményeiből röviden a következőket lehet összefoglalni: Az illesztett függvény nemcsak hogy jól leírja illetve követi a sűrűség függvényében változó nyomószilárdságot megfelelő illeszkedés mellett, hanem ugyanekkor inflexiós pontjával kimutatható a három anatómiai rész különbözősége. Az eltérések, illetve a szijács és a juvenilis fa esetén mutatkozó labilitás azt indokolja, hogy mind a fővizsgálat során, mind pedig a felhasználás szempontjából célszerű az anyag gesztből történő vétele a juvenilis rész kihagyásával.

A sík- és hegyvidéki erdei fenyő vizsgálata (nagy mintás vizsgálat)

A regressziós függvény kiválasztása nehéz és időigényes feladat, mivel egy fizikai értelemben is alkalmas $(\rho; K) \mapsto \sigma(\rho; K)$ modell kell, hogy jellemezze a változók kapcsolatát. Mindemellett az illesztett függvénnyel szembeni követelmények a következők:

- Az illesztett függvény adjon meg egy átlag adatpárt a ρ és σ vonatkozásában mindkét anyagra.

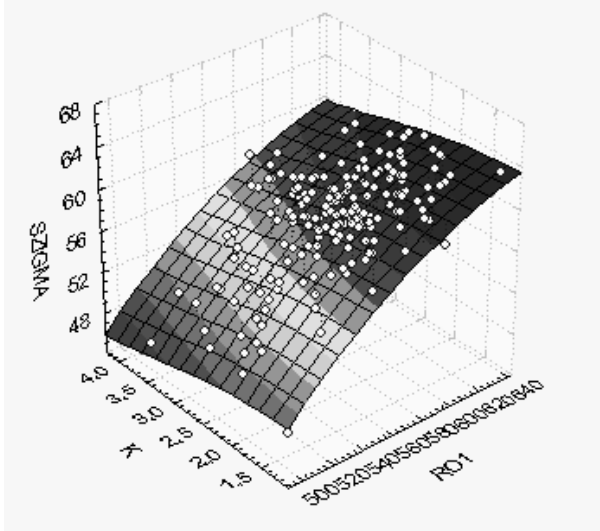
- Az illesztett függvény adjon meg egy átlag adatpárt a K és σ vonatkozásában mindkét anyagra.
- Az illesztett függvény adja meg az egységnyi ρ változására eső σ változás értékét (növekedési mérték) az átlag adatpárhoz tartozó helyen mindkét anyagra.
- Az illesztett függvény adja meg az egységnyi K változásra eső σ változás értékét (csökkenési mérték) az átlag adatpárhoz tartozó helyen mindkét anyagra.
- Az illesztett függvény adja meg a σ technológiailag elfogadható legalsó és legfelső értékét, valamint az intervallum nagyságát mindkét anyagra nézve.
- Az illesztett függvény deriváltjai segítségével legyen meghatározható, hogy a növekedési mérték értékéhez milyen σ határértékek ($\sigma_{min}; \sigma_{max}$) tartoznak (technikailag értelmezhető σ intervallum).
- Az illesztett függvény deriváltjai segítségével legyen meghatározható, hogy a csökkenési mérték értékéhez milyen K határértékek ($K_{min}; K_{max}$) tartoznak (technikailag értelmezhető K intervallum).
- Az illesztett függvényben előforduló együtthatók fizikailag és technológiailag értelmezhetők és megfelelően dimenzionálhatók legyenek.
- Az illesztett függvény maximum két nevezetlen együtthatót tartalmazhat.
- Egymagában a magas korreláció nem elegendő, e mellett az illesztett modellnek eleget kell tennie a fent felsorolt kilenc feltételnek is együttesen.

Az előző vizsgálatnál a sűrűség és nyomószilárdság vonzatában megfelelő modellnek bizonyult a tangens hiperbolikus függvény, melynek kiválasztását aszimptotikus mivolta, valamint korlátossága indokolta. Ezt figyelembe véve, ha a kétváltozós $(\rho; K) \mapsto \sigma(\rho; K)$ regressziós függvény parciális függvényekből, illetve azok összevonásából kialakítható, így a $\rho \mapsto \sigma(\rho; K_0)$ kapcsolatban használható ismét a tangens hiperbolikus függvény, melynek alkalmazását a vetületi ponthalmaz is alátámasztotta. A $K \mapsto \sigma(\rho_0; K)$ parciális függvény meg-

2. táblázat – A sík és hegyvidéki erdei fenyő regressziós eredményei

	a_1	a_3	a_5	a_6	a_7	R
Síkvidéki erdei fenyő	29,7093	419,4039*	0,65208	3,1328*	34,969*	0,8449
Hegyvidéki erdei fenyő	18,9087	483,9016*	2,24991	17,451*	46,443*	0,8906

Megjegyzés: A jelölt értékek (*) egyúttal a felület úgynevezett síkpontjának koordinátái $S(\rho; K; \sigma(\rho; K))$.



1. ábra – A síkvidéki erdei fenyőre illesztett felület

határozásában is a korlátosság valamint az aszimptotikusság vezérelt. A vetületi pontthalmaz itt nem ad segítséget a jelentős szórtsága miatt, feltételezni kell tehát, hogy a K értékének mérési pontossága kedvezőtlenebb volt. Ez nyilvánvalóan bizonytalanságot okozhat, amit a vetületi pontthalmazban több szélsőséges helyzetű mérés is alátámaszt. Mindezek ellenére a $K \mapsto \sigma(\rho_0; K)$ esetben is a már említett tangens hiperbolikus bizonyult kedvezőnek a felsorolt tulajdonságai miatt. Így tehát a fentiek figyelembevételével az illesztendő kétváltozós függvény két tangens hiperbolikus függvényből lett kialakítva megfelelő transzformációk felhasználásával.

Az illesztésnél felhasznált regressziós függvény alakja:

$$\sigma = a_1 \operatorname{th}(0,00627(\rho - a_3)) - 2,565 \operatorname{th}(a_5(K - a_6)) + a_7, \quad [2]$$

Az illesztés eredményeinek közlése előtt bizonyítható, hogy a modell eleget tesz a követelményrendszernek is így:

- Megad egy átlag adatpárt a ρ és σ vonatkozásában mindkét anyagra: $\bar{\rho}^* = a_3$; $\bar{\sigma}^* = a_7$

- Megad egy átlag adatpárt a K és σ vonatkozásában mindkét anyagra: $\bar{K}^* = a_6$; $\bar{\sigma}^* = a_7$
- Az illesztett függvény megadja az egységnyi ρ változására eső σ változás értékét (növekedési mérték) az átlag adatpárhoz tartozó helyen mindkét anyagra: $N_m = a_1 a_2$
- Az illesztett függvény megadja az egységnyi K változásra eső ρ változás értékét (csökkenési mérték) az átlag adatpárhoz tartozó helyen mindkét anyagra: $C_m = a_4 a_5$
- Az illesztett függvény megadja a σ technológiailag elfogadható legalsó és legfelső értékét, valamint az intervallum nagyságát mindkét anyagra nézve:

$$\begin{aligned} \sigma_{\min} &= a_7 - a_1 - a_4; \\ \sigma_{\max} &= a_7 + a_1 + a_4; \\ \sigma_{\text{int}} &= 2(a_1 + a_4) \end{aligned} \quad [3], [4]$$

- Az illesztett függvény deriváltjai segítségével meghatározható, hogy a növekedési mérték értékéhez milyen ρ határértékek ($\rho_{\min}; \rho_{\max}$) tartoznak (technikailag értelmezhető ρ intervallum). Az $N_m/10$ értékhez az alábbi összefüggéssel számíthatók az értékek:

$$10 = ch^2(a_2(\rho - a_3)), \quad [5]$$

- Az illesztett függvény deriváltjai segítségével meghatározható hogy a csökkenési mérték értékéhez milyen K határértékek ($K_{\min}; K_{\max}$) tartoznak (technikailag értelmezhető K intervallum). A $N_m/10$ értékhez az alábbi összefüggéssel számíthatók az értékek:

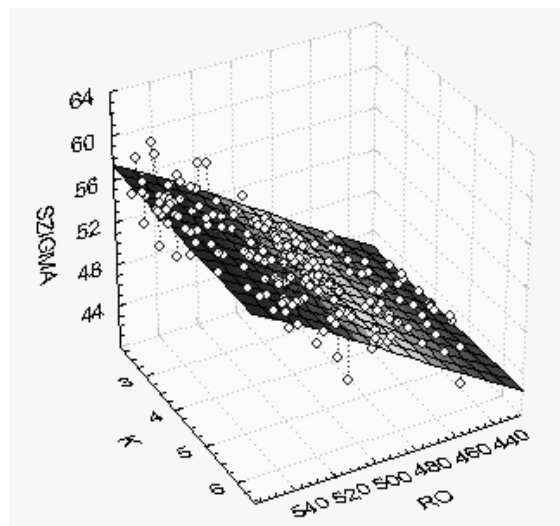
$$10 = ch^2(a_5(K - a_6)), \quad [6]$$

- Az illesztett függvényben előforduló együttműködők fizikailag és technológiailag értelmezhetők és megfelelően dimenzionálhatók.
- Az illesztett függvényben két nevezetlen együttműködő van.

- A felírt kilenc feltétel teljesül, a magas korrelációt pedig a számítások igazolják.

Mind a síkvidéki, mind pedig a hegyvidéki erdei fenyő vizsgálata esetén így az előzőekben felírt modell került alkalmazásra. Az eredményeket a **2. táblázat** tartalmazza. A felületeket a ponthalmazokkal a síkvidéki fenyőnél az **1. ábra** a hegyvidéki fenyő esetén a **2. ábra** demonstrálja.

Az illesztésnél adódó korrelációs együtt-hatók ($R_{\text{síkvidéki}}=0,8449$, $R_{\text{hegyvidéki}}=0,8906$) kielégítők, annál is inkább, hiszen itt már egy felületről van szó. A parciális korrelációs együtt-hatók vizsgálatából (Orbay 1990, Pelz 1989), melyet itt nem részleteztem, egyértelműen kimutatható mindkét faanyagra, hogy a kapcsolatban a sűrűség a domináló tulajdonság, a pásztaarány befolyása kisebb, de a síkvidéki anyag esetén jelentős mértékű, így nem hagyható figyelmen kívül a szerepe. A felületek különbözősége arra utal, hogy jelentős az eltérés a két származáshelyi anyag között. Ezt alátámasztják az úgynevezett síkpont koordináták, melyek fizikailag értelmezhető jellemző adatát adják a sűrűségnek, valamint a nyomószilárdságnak. A pásztaarány a hegyvidéki erdei fenyő esetén túl magas értéket mutat, ami egyben azt jelzi, hogy itt rendkívül jelentős az eltérés a síkvidéki anyaghoz képest. Különbég mutatkozik a sűrűség és a nyomószilárdság esetén is, ami természetesen a hegyvidéki erdei fenyő javára írható. Az egységnyi ρ változásra eső σ változás értéke (növekedési mérték) a síkpontban arra utal, hogy a hegyvidéki erdei fenyő szilárdsági szempontból kedvezőbb, a változás mértéke kisebb. Az egységnyi K változásra eső σ változás mértéke (csökkenési mérték) a síkpontban vizsgálva ismét csak a jelentős különbségre utal a két faanyag között, de ez nem mértékadó érték. A követelményekben felsoroltaknak megfelelően számíthatók továbbá az intervallumok, a vizsgált jellemzők határértékei, melyek részletezésétől itt eltekintek, számításuk a leírtaknak megfelelően történhet.



2. ábra – A hegyvidéki erdei fenyőre illesztett felület

Összefoglalás

A kapott eredményeket figyelembe véve, javasolható az eddigi irodalmakban előforduló regressziós modellek helyett az itt bemutatott összetettebb modell használata. A nyomószilárdság-sűrűség kapcsolatából nem célszerű eliminálni a pásztaarányt, így szükséges tehát a kétváltozós tangens hiperbolikus függvényt alkalmazni. Ennek segítségével megadhatók a különböző technológiai intervallumok a sűrűség és nyomószilárdság esetében, valamint az illesztett felület síkpont koordinátái egy újszerű átlaggal, nem aritmetikai átlaggal jellemzik a vizsgált anyagi tulajdonságokat. Ismeretet kapunk továbbá az adott pontban történő egységre jutó fizikai jellemző változási sebességéről, ami felhasználás szempontjából fontos tényező lehet.

Irodalomjegyzék

1. Csanády V. 1993. *Számítógépekre konvertált nem hagyományos regressziós eljárások faipari – erdészeti kutatási és műszaki problémákhoz.* Műszaki doktori értekezés, Sopron, EFE, 1993.
2. Kollmann, F.: 1951. *Technologie des Holzes und der Holzwerkstoffe.* Springer Verlag, Berlin,
3. Molnár S. 1999. *Faanyagismerettan.* Mezőgazdasági Szaktudás Kiadó, Budapest,
4. Orbay L. 1990. *A többváltozós regressziószámítások alapja és fagazdasági alkalmazása.* EFE, Sopron,
5. Pelz, D. R.:1989. *Einführung in die biologische Statistik für Forststudenten.* Teil II.Freiburg,
6. Wimmer, R. 1991. Beziehungen zwischen Jahrringparametern und Rohdichte von Kiefernholz. *Holzforschung und Holzverwertung*, Nr.4.