

Tönkremeneteli elméletek alkalmazhatóságának vizsgálata térbeli feszültségállapot esetén*

GARAB József¹

¹ NymE FMK Műszaki Mechanika és Tartószerkezetek Intézet, PhD jelölt

Kivonat

Kutatásunkban a von Mises-, a Tsai-Wu-, és az Ashkenazi-féle tönkremeneteli elméleteket vizsgáltuk meg alkalmazhatóságuk szempontjából térbeli feszültségállapot esetén. Ezért triaxiális nyomóvizsgálatokat hajtottunk végre lucfenyő (*Picea abies*) faanyagon. Mivel a tönkremeneteli elméletek úgy működnek, hogy a feszültségi állapotot a faanyag anatómiai főirány-rendszerében kell megadni, a tönkremenetel pillanatában uralkodó feszültségállapotokat transzformáltuk a faanyag anatómiai főirányainak rendszerébe. Az átszámítást a rostlefutás és az évgűrűállítás segítségével végeztük el. Továbbá meghatároztuk az egyes szilárdsági kritériumok tenzorkomponenseit, majd kiszámoltuk a tönkremeneteli viszonyszámokat. A tönkremeneteli viszonyszám segítségével következtethetünk arra, hogy melyik elmélet írja le helyesebben a tönkremenetel fellépését. A tönkremeneteli viszonyszámok kiértékelése alapján megállapítottuk, hogy térbeli feszültségállapot esetén a von Mises-, a Tsai-Wu- és az Ashkenazi-elméletek közül egyedül az Ashkenazi-féle írja le megfelelően a faanyag tönkremenetelét.

Kulcsszavak: tönkremeneteli elméletek, triaxiális nyomóvizsgálat, térbeli feszültségállapot, tönkremeneteli viszonyszám, von Mises-, Tsai-Wu-, Ashkenazi-elmélet

Investigation the usability of the strength criteria in triaxial stress state

Abstract

In frame of our research, the usability of the von Mises, the Tsai-Wu, and the Ashkenazi strength criteria was investigated in case of triaxial stress state. Thus, triaxial compression tests were performed on spruce (*Picea abies*) samples. The anisotropic strength criteria can be applied only when the stress state is given in the coordinate system of the anatomical main directions of wood. Therefore, the experimental stress states were transformed into this coordinate system. The calculation was executed based on the surface angles (grain angle, growth ring angle). The anisotropic strength criteria can be validated with the failure prediction numbers. Therefore, the failure prediction numbers were also determined. The evaluation of the failure prediction numbers show that, among the three anisotropic strength criteria only the Ashkenazi strength criterion describes well the failure of wood.

Key words: strength criteria, triaxial compression experiments, transformation of the stress states, failure prediction number, strength criteria of von Mises, Tsai-Wu and Ashkenazi

*A kutatás a Talentum – Hallgatói tehetséggondozás feltételrendszerének fejlesztése a Nyugat-magyarországi Egyetemen c. TÁMOP 4.2.2.B-10/1-2010-0018 számú projekt keretében, az Európai Unió támogatásával, az Európai Szociális Alap társfinanszírozásával valósult meg.

This research - as a part of the Development of Student Talent Fostering at WHU, TAMOP 4.2.2. B-10/1-2010-0018 project - was sponsored by the EU/European Social Foundation. The financial support is gratefully acknowledged.

Bevezetés

A faanyag szilárdsági viselkedésének leírására a napjainkban leginkább alkalmazott anizotrop tönkrementeli elméletek a von Mises-, a Tsai-Wu-, valamint az Ashkenazi-féle elméletek. A tönkrementeli elméletek alkalmazhatóságát különböző szempontok szerint kell értékelni. Szalai (1992, 2008) a három tönkrementeli elmélet alkalmazhatóságát vizsgálta a normálszilárdságok irányfüggése szerint és energetikai alapon. Az elméleti vizsgálatok eredményei szerint a három tönkrementeli elmélet közül egyedül az Ashkenazi-féle az elfogadható.

Valamely elmélet helyességét végső soron mindig kísérletekkel kell igazolni. Korábbi munkánkban (Garab és Szalai 2010) a három tönkrementeli elmélet alkalmazhatóságát vizsgáltuk lucfenyő (*Picea abies*) faanyagon uralkodó síkbeli feszültségállapotok esetén. Az eredmények azt mutatták, hogy a három tönkrementeli elmélet közül az Ashkenazi-féle képes leírni a faanyagok tönkrementelét.

Folytatva a faanyag tönkrementeli viselkedésének vizsgálatát, triaxiális nyomóvizsgálatok segítségével térbeli feszültségállapotokat hoztunk létre lucfenyő faanyagon (Garab és tsai. 2012). Ebben a munkánkban a térbeli feszültségállapotok segítségével összehasonlítottuk a tönkrementeli elméletek alkalmazhatóságát a még bonyolultabb feszültségállapotokban. Az eredmények segítségével megvizsgáltuk, hogy összetett feszültségállapot esetén melyik tönkrementeli elmélet írja le helyesen a fa és faalapú anyagok tönkrementelét.

Elméleti ismertető

A faanyag szilárdsági viselkedésének leírására anizotrop tönkrementeli elméleteket alkalmaznak. Szalai (1994) levezette a von Mises-, a Tsai-Wu-, az Ashkenazi-féle tönkrementeli elméleteket. A tönkrementeli elméletek összehasonlíthatóságára meghatároztuk a tönkrementeli viszonyszámot. A tönkrementeli viszonyszám a kísérletben meghatározott tönkrementeli feszültségi állapot és az egyes szilárdsági elméletek által előre jelzett tönkrementeli feszültségi állapot összehasonlítására szolgál. A viszonyszámot az alábbi összefüggésekkel számíthatjuk ki az egyes szilárdsági elméleteknek megfelelően:

Von Mises-elmélet:

$$n_{\text{von Mises}} = a_{ijkl} \sigma_{ij} \sigma_{kl}$$

$$i, j, k, l = L, R, T \quad [1]$$

Tsai-Wu-elmélet:

$$n_{\text{Tsai-Wu}} = a_{ij} \sigma_{ij} + a_{ijkl} \sigma_{ij} \sigma_{kl}$$

$$i, j, k, l = L, R, T \quad [2]$$

Ashkenazi-elmélet:

$$n_{\text{Ashkenazi}} = \frac{a_{ijkl} \sigma^{ij} \sigma^{kl}}{\sqrt{I_1^2 - I_2}}$$

$$i, j, k, l = L, R, T \quad [3]$$

ahol,

$n_{\text{von Mises}}, n_{\text{Tsai-Wu}}, n_{\text{Ashkenazi}}$ – az egyes tönkrementeli elméleteknek megfelelő tönkrementeli viszonyszámok,

a_{ij}, a_{ijkl} – a tönkrementeli elméleteknek megfelelő szilárdsági tenzor,

σ_{ij} – a ható feszültségi állapot, ill. annak tenzora a faanyag anatómiai főirányainak megfelelő koordináta-rendszerben,

I_1 és I_2 – az első és második feszültségi invariáns.

Ha $n=1$, az anyag éppen a tönkrementel határhelyzetében van, ha $n < 1$, akkor az anyag az elmélet szerint még nem mehetett volna tönkre, ha $n > 1$, akkor az elmélet a mértnél előbb bekövetkező tönkrementel bekövetkezésére utal. Az n tönkrementeli viszonyzámmal tehát azonnal képet kaphatunk az elmélet tönkrementelre vonatkozó jóslatának helyességéről.

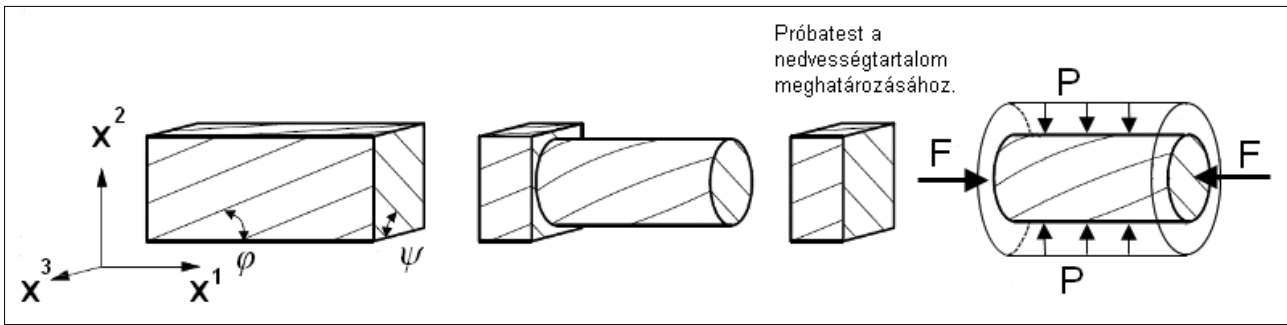
Kísérleti anyagok és módszerek

A triaxiális nyomóvizsgálatok eredményeként kapott térbeli feszültségállapotok segítségével ellenőriztük a von Mises-, a Tsai-Wu-, és az Ashkenazi-féle tönkrementeli elméletek helytállóságát. Meghatároztuk az egyes szilárdsági kritériumok tenzorkomponenseit, kiszámoltuk a tönkrementeli viszonyszámokat és kiértékelve az eredményeket összehasonlítottuk a tönkrementeli elméleteket alkalmazhatóságuk szempontjából.

Triaxiális nyomóvizsgálatok bemutatása

A Bécsi Műszaki Egyetem Mechanika Intézetében (TU Vienna, Institute for Materials and Structures) triaxiális törővizsgálatokat hajtottunk végre lucfenyő (*Picea abies*) faanyagon. A törőberendezés hidraulikus oldalnyomással működik, ezért a triaxiális nyomóvizsgálatokhoz hengeres próbatesteket készítettünk lucfenyő pallókból. A próbatest kialakított végső geometriája 50 mm-es átmérővel 100 mm-es magassággal rendelkező fahenger (1. ábra) volt, amelyet a tönkrementelig terheltük axiálisan és oldalnyomással.

A mért sűrűségi és nedvességtartalmi értékek átlaga $\rho = 0,39 \text{ g/cm}^3$ és $u = 13,9\%$ volt. Három különböző rost-



1. ábra A próbatetest elkészítése, orientációja valamint az alkalmazott terhelési irányok. Háromfajta rostirányú léceket vágunk ki a pallókból ($\phi=0^\circ[L], 22^\circ, 45^\circ$) és az évgyűrűállás (ψ) $0^\circ(T)-90^\circ(R)$ tartományon belül változott. A lécek keresztmetszete 60×60 mm volt. Ezután az 50 mm-es átmérőt esztergáltuk ki. Végül a hasáb alakú véget levágtuk, majd belőle meghatároztuk nedvességtartalmat. Az axiális terhelés iránya (F) az x^1 tengely, míg az oldalnyomás (P) az x^2-x^3 síkban ébredt.

Figure 1 Preparation, orientation of the samples and the applied loads. Slats in three different grain angles were cut from the lumbers ($\phi=0^\circ[L], 22^\circ, 45^\circ$). The ring angles were in range of the angles: $0^\circ(T)-90^\circ(R)$. The cross section of the slats were 60×60 mm. From the slats diameter of 50 mm was turned. Finally the prismatic part was cut which was used for the determination of the moisture content. The direction of the axial load (F) was the x^1 axis, the side pressure (P) was applied in the x^2-x^3 plane.

lefutást vágunk ki a pallókból: $\phi=0^\circ$ (L), 22° és 45° . Az évgyűrűállás (ψ) $0^\circ(T)-90^\circ(R)$ tartományon belül változott. Az esztergályozás előtt minden próbatetest rostlefutását, évgyűrűállását kamera és CAD-szoftver segítségével megmértük. Az alkalmazott oldalnyomások 5,10 és 15 bar között változtak. Minden oldalnyomás-orientáció kombináció során 6 próbatestet törtünk össze, azaz összesen 54 darabot vizsgáltunk. A kísérletek során 4 darab ferde rostlefutású próbatetest már az oldalnyomástól összetörtött, ezért végeredményül 50 darab térbeli feszültségi állapotot kaptunk, amelyek a tönkremenetel pillanatában ébredtek.

A szilárdsági tenzorok komponenseinek meghatározása

A szilárdsági tenzorok komponenseit Szalai (1994) alapján határoztuk meg. A tenzorkomponenseket lucfenyő faanyag technikai szilárdságaiból számoltuk ki (Szalai 2001), melyek $u=12\%$ -os nedvességtartalom és $\rho=0,46$ g/cm³ érvényesek. Az alkalmazott technikai szilárdságokat bemutatja az 1–3. táblázat. Az általunk végzett triaxiális nyomóvizsgálatok során összetört próbatestek sűrűségi, valamint nedvességtartalmi értékeinek átlaga jelentősen eltért Szalai (2001) által mért értékeitől. Ezért a technikai szilárdságokat módosítani kellett a tenzorkomponensek meghatározásához. A nyomószilárdság változása a nedvességtartalom függvényében lineáris kapcsolatot mutat, valamint a húzószilárdság változása 12–14% nedvességtartalom között szintén lineáris kapcsolatnak tekinthető (Kollmann 1951). A nyírószilárdság és a nedvességtartalom közötti kapcsolatra kevés az irodalmi adat.

1. táblázat Lucfenyő (Picea abies) húzószilárdságai az anatómiai főirányokban és a 45° -os irányokban (Szalai 2001)

Table 1 Tensile strength of spruce (Picea abies) in the anatomical main directions and in the 45° directions (Szalai 2001)

	f_L^+	$f_{LR}^{T(45)+}$	f_R^+	$f_{LT}^{R(45)+}$	f_T^+	$f_{RT}^{L(45)+}$
Elemszám [db]	315	292	302	294	330	311
Átlag [MPa]	63,52	9,15	5,92	6,06	3,47	4,01
CoV [%]	23,62	28,59	28,18	22,86	30,12	20,61

2. táblázat Lucfenyő (Picea abies) nyomószilárdságai az anatómiai főirányokban és a 45° -os irányokban (Szalai 2001)

Table 2 Compression strength of spruce (Picea abies) in the anatomical main directions and in the 45° directions (Szalai 2001)

	f_L^-	$f_{LR}^{T(45)-}$	f_R^-	$f_{LT}^{R(45)-}$	f_T^-	$f_{RT}^{L(45)-}$
Elemszám [db]	319	325	291	309	274	305
Átlag [MPa]	49,34	9,08	3,49	12,91	7,05	3,67
CoV [%]	17,98	25,54	22,37	16,85	20,47	20,75

3. táblázat Lucfenyő (Picea abies) közvetett módon meghatározott nyírószilárdságai az anatómiai fősíkokban (Szalai 2001)

Table 3 Shear strength of spruce (Picea abies) in the anatomical main planes (Szalai 2001). Values are determined by indirect method

	t_{LR}	t_{LT}	t_{RT}
Átlag [MPa]	8,93	8,31	2,02
CoV [%]	20,00	20,00	20,00

A 12%-os nedvességtartalmi értékhez tartozó technikai szilárdságok különböző fajtáit a mért nedvességtartalomhoz tartozó technikai szilárdságra Kollmann szerint a következőképpen határozzuk meg:

$$f_u = f_{12} \frac{32 - u}{20} \quad [4]$$

ahol,

f_{12} – technikai szilárdság 12%-os nedvességtartalmi értéken,

f_u – technikai szilárdság a mért nedvességtartalmi értéken.

Azonos fafajú, de különböző sűrűségű faanyagok technikai szilárdságai is eltérnek egymástól. Mivel a faanyag sűrűsége és a szilárdsági jellemzők között a kapcsolat szintén lineáris (pl. Kollmann 1951, Molnár 2004), ezért a következő összefüggést alkalmaztuk, hogy átszámítsuk a technikai szilárdságokat a sűrűség függvényében:

$$f_{\rho}' = f_{\rho} \frac{\rho'}{\rho} \quad [5]$$

ahol,

f_{ρ} – technikai szilárdság a Szalai (2001) által meghatározott sűrűségtartalmi értéken ($\rho=0,46 \text{ g/cm}^3$),

f_{ρ}' – technikai szilárdság a mért sűrűségtartalmi értéken.

A feszültségállapotok transzformációja a faanyag anatómiai főirányainak rendszerébe

A tönkrementeli elméletek úgy működnek, hogy bennük a ható feszültség állapotot az anyagok anatómiai vagy szerkezeti főtengely-rendszerében kell megadni. Tehát, ha a feszültségi állapot praktikus okokból a fa próbatest éleéhez kötött koordináta-rendszerben ismert, akkor azt át kell számítani a faanyag anatómiai főtengely-rendszerébe. Általános orientációjú faanyag mechanikai tulajdonságainak a transzformációval már sokan foglalkoztak (pl.: Bindzi és Samson 1995, Goodman és Bodig 1970, Hermanson és Tsai 1997). Szalai (1994) levezetett egy koordináta-transzformációs eljárást, amely segítségével három forgatási szög segítségével (ϑ , ϕ , ψ) eljuthatunk a próbatest élével párhuzamos koordináta-rendszerből a faanyag anatómiai főirányainak a koordináta-rendszerébe.

Szerencsére a rendelkezésünkre álló faanyag nem tette lehetővé a teljesen általános orientációjú próbatestek kivágását, s ezzel nem kellett alkalmaznunk a teljesen általános érvényű elméletet. A lucfenyő anyagból csak olyan deszkák, illetve pallók álltak rendelkezésre, amelyeknél az L irány egybeesett a fűrészáru hossz-

tengelyével. Ez esetben azonban a feszültségállapotok transzformációjához szükséges transzformációs szögek a próbatestek oldallapjain mérhető felületi szögek segítségével egyértelműen megadhatók. Ilyen orientáció mellett a ϕ forgatási szög megegyezik a rostirány és a palló hossz tengelye által bezárt szöggel, a ϑ szög mindig 0, a ψ transzformációs szög pedig az évgyűrűállás szögével egyezik meg (2. ábra), amit a próbatest végkeresztmetszetén mérhetünk.

A feszültségállapotok átszámításához szükséges transzformációs mátrix Szalai (1994) alapján:

$$\beta_i^{i'} = \begin{bmatrix} \cos \varphi & \sin \varphi \sin \psi & \sin \varphi \cos \psi \\ \sin \varphi \cos \vartheta & -\cos \varphi \sin \psi & -\cos \varphi \cos \psi \\ 0 & \cos \psi & -\sin \psi \end{bmatrix} \quad [6]$$

A transzformációs mátrix komponensei és a tenzorelmélet alkalmazásával a feszültségállapotokat a próbatest élének a koordináta-rendszeréből transzformálni lehet a faanyag anatómiai főirányainak a rendszerébe az alábbiak szerint:

$$\sigma^{i'j'} = \sigma^{ij} \beta_i^{i'} \beta_j^{j'}, \quad [7]$$

$i, j, k = 1, 2, 3$ és $i', j', k' = L, R, T$

ahol,

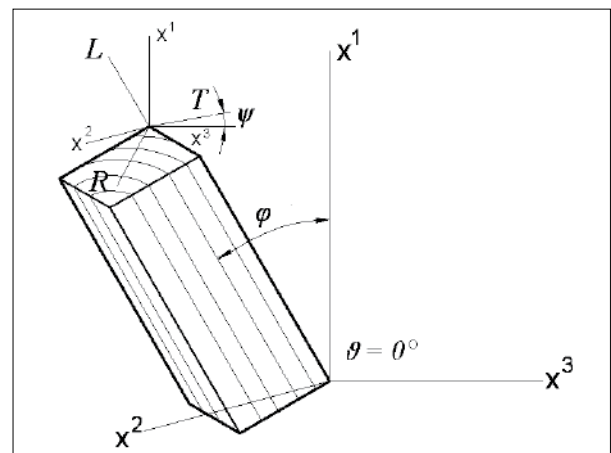
$\beta_i^{i'}$ és $\beta_j^{j'}$ – transzformációs mátrix [6] elemei,

$\sigma^{i'j'}$ – feszültségi állapot a faanyag anatómiai főirányainak koordináta-rendszerében (L, R, T),

σ^{ij} – feszültségi állapot a próbatest élének koordináta-rendszerében (x^1, x^2, x^3)

A tönkrementeli elméletek alkalmazhatóságának vizsgálata

Meghatároztuk a faanyag anatómiai főirány-rendszerébe átszámított térbeli feszültségállapotokra a tönkrementeli viszonyszámokat a von Mises-, a Tsai-Wu-,



2. ábra Transzformációs szögek (ϕ , ϑ és ψ) a próbatesten az esztergálás előtti állapotban

Figure 2 Transformation angles (ϕ , ϑ és ψ) on the specimen before turning

és az Ashkenazi-féle tönkrementeli elméleteknek megfelelően (1–3 képletek segítségével). A faanyag természetes szórása, és a kísérleti körülmények által megszabott véletlenszerű szórása miatt az n -ekre kapott statisztikai jellemzők már lehetővé teszik, hogy a tönkrementeli elméletek helyességét megítéljük.

A kiértékelések eredményei

A szilárdsági tenzorok számolt komponenseit bemutatja a 4. táblázat. A térbeli feszültségállapotokra a három tönkrementeli elmélettel kiszámolt tönkrementeli viszonyszámok leíró statisztikai jellemzőit grafikusán reprezentáló ún. dobozdiagramok láthatók a 3. ábrán. A dobozdiagramok jelölik az adott tönkrementeli elmélettel meghatározott tönkrementeli viszonyszámok statisztikai jellemzőit.

Fontos megemlíteni, hogy negatív értékeket is tapasztaltunk a von Mises- és a Tsai-Wu-elmélettel meghatározott tönkrementeli viszonyszámok között. Az 50 darab térbeli feszültségállapot esetén a von Mises-elmélettel meghatározott tönkrementeli viszonyszámok között 31 esetben tapasztaltunk negatív értéket. A Tsai-Wu-elmélet esetében ez a szám 38 volt. Ez síkbeli feszültségállapot esetén azt jelentené, hogy a normálfeszültségeknek megfelelő képpont kívül esik a szilárdsági felület alapsíkra eső vetületén, azaz a feszültségi képpont a teljes szilárdsági felületen kívül helyezkedik el. Az elméleti magyarázat térbeli feszültségállapot esetén is hasonló, azonban a magasabb dimenziószám miatt grafikus bemutatására nincs lehetőség. A negatív tönkrementeli viszonyszámok tehát azt jelentik, hogy az adott elmélet nem írja le helyesen a tönkrementelt, ezért az ennek a mérésnek megfelelő viszonyzá-

mot nulla értékkel vettük fel. A nulla viszonyszám ugyanis az illeszkedés teljes hiányát jelenti. Az Ashkenazi-elmélettel a viszonyszámra egyszer sem kaptunk negatív értéket.

Térbeli feszültségállapotok esetén a von Mises-elmélettel meghatározott tönkrementeli viszonyszámok átlaga 0,42 és a variációs koefficiens 170,2%. A Tsai-Wu-elmélettel meghatározott tönkrementeli viszonyszámok átlaga 0,11 és a variációs koefficiens pedig 259,3%. Azonban az Ashkenazi-elmélettel meghatározott tönkrementeli viszonyszámok átlaga 1,05 a hozzá tartozó variációs koefficiens pedig 16,1%.

Összefoglalás és következtetések

A tönkrementeli elméletek alkalmazhatóságának vizsgálatához mindhárom szilárdsági kritérium esetén ugyanazt a módszert használtuk. Meghatároztuk az elméletnek megfelelő szilárdsági tenzor komponenseit és felhasználva a tönkrementel pillanatában uralkodó feszültségállapotokat, kiszámoltuk a tönkrementeli viszonyszámokat. Összefoglalva az eredményeket, a von Mises-, a Tsai-Wu-, és az Ashkenazi-elmélet közül egyedül az Ashkenazi-elmélet írja le megfelelően a faanyagok tönkrementeli viselkedését. Az Ashkenazi-elmélet helyességét az elméleti megfontolások és a gyakorlati mérések segítségével, a következő indokok támasztják alá:

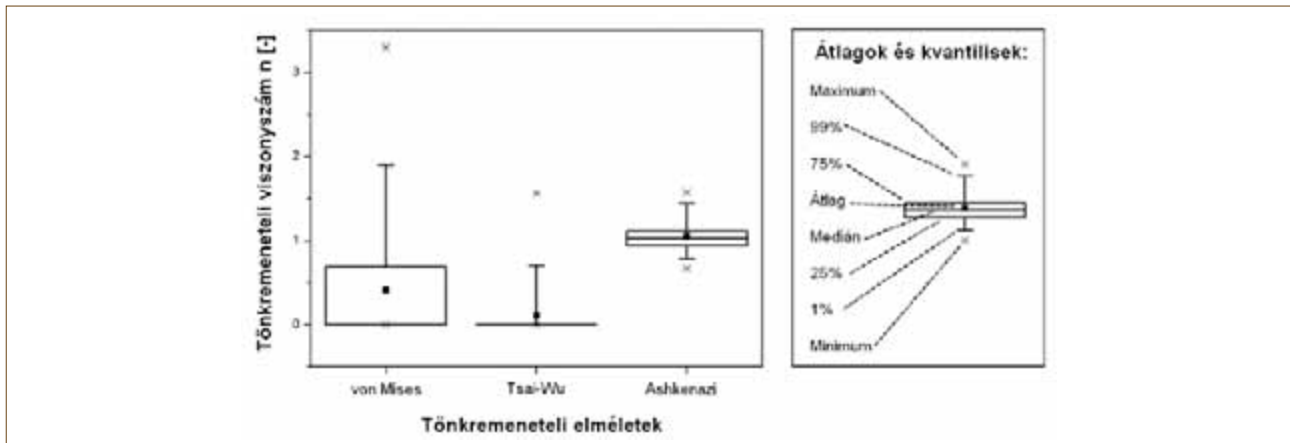
- Egytengelyű feszültségi állapotban a szilárdság orientációs változásának leírására az Ashkenazi-elmélet a legalkalmasabb (pl. Szalai 1994).
- Kéttengelyű feszültségállapotban a tönk-

4. táblázat A von Mises-, a Tsai-Wu-, és az Ashkenazi-elmélet alapján számolt tenzorkomponensek

Table 4 Calculated tensorcomponents for the von Mises, Tsai-Wu and for the Ashkenazi strength criteria

Tenzorkomponensek:	von Mises	Tsai-Wu	Ashkenazi
aLL	-	-0,00595**	-
aRR	-	-0,15471**	-
aTT	-	0,19250**	-
aLLLL	0,00072*	0,00056*	0,02666**
aRRRR	0,14312*	0,08438*	0,37691**
aTTTT	0,14478*	0,07126*	0,18658**
aRRLL+aLLRR	-0,07933*	-0,06732*	0,03470**
aLLTT+aTTLL	0,02054*	0,01234*	0,03957**
aRRTT+aTTRR	-0,18810*	-0,17419*	0,21901**
aLRLR+aLRRL+aRLLR+aLRLR	0,02007*	0,02007*	0,14114**
aLTTL+aLTLL+aTLLT+aLTLT	0,02413*	0,02413*	0,15476**
aRTRT+aRTTR+aTRRT+aTRTR	0,42722*	0,42722*	0,65112**

*Az átlagértékhez tartozó variációs koefficiens (17,3%), **Az átlagértékhez tartozó variációs koefficiens (8,7%)



3. ábra A tönkrementeli viszonyszámok ábrázolása dobozdiagramokkal a von Mises-, a Tsai-Wu-, és az Ashkenazi-elméleteknek megfelelően térbeli feszültségállapot esetén

Figure 3 Demonstration of the failure prediction numbers according the von Mises, Tsai-Wu, and the Ashkenazi strength criteria with box plots

remenetel leírására az Ashkenazi-elmélet a legalkalmasabb (Garab és Szalai 2010).

- Energetikai szempontokat figyelembe véve, anizotrop anyagok tönkrementelének leírására a von Mises- és a Tsai-Wu-elméletek elvileg helytelenek, mert azt mondják ki, hogy a tönkrementel minden orientációnál azonos energiaszinten megy végbe, ami ellentmond a mindennapi tapasztalatnak (pl. Szalai 2008).
- A térbeli feszültségállapotokra a von Mises- és a Tsai-Wu-elmélettel meghatározott tönkrementeli viszonyszámok közül jelentős számú negatív értéket kaptunk, ami azt jelenti, hogy a tönkrementeli elmélet nem írja le megfelelően a faanyag tönkrementelét.
- A három tönkrementeli elmélet közül a térbeli feszültségállapotokra egyedül csak az Ashkenazi-elmélettel meghatározott tönkrementeli viszonyszámok értéke volt 1-hez közeli, nem is beszélve a variációs tényezőkről, amelyek csak az Ashkenazi-elmélet esetén estek közel a faanyag természetes változékonyságának megfelelő szóráshoz.

Irodalomjegyzék

- Bindzi I., Samson M. (1995) New formula for influence of spiral grain on bending stiffness of wooden beams. *Journal of Structural Engineering* 121(11):1541-1546
- Garab J., Szalai J., (2010) Comparison of anisotropic strength criteria in the biaxial stress state, *Drewno Wood* 53(1):51-66
- Garab J., Reihnsner R., Eberhardsteiner J. (2012) Mechanical behaviour of spruce under triaxial

compression, *Wood Research*, elfogadva publikálásra

- Goodman J. R., Bodig J. (1970) Orthotropic elastic properties of wood. *Journal of Structural Division, ASCE* 96(11):2301-2319
- Hermanson J. C., Stahl D. C., Cramer S. M. (1997) Transformation of elastic properties for lumber with cross grain. *Journal of Structural Engineering* 123(10):1402-1408
- Kollmann F. (1951) *Technologie des Holzes und der Holzwerkstoffe*. Band 1: Anatomie und Pathologie, Chemie, Physik, Elastizität und Festigkeit, Springer-Verlag, Berlin-Heidelberg
- Molnár S. (2004) *Faanyagismeret*, Mezőgazdasági Szaktudás Kiadó
- Szalai J. (1992) Comparing of failure theories for orthotropic materials on the basis of theoretical criteria of their applicability. *Acta Facultatis Ligniensis* 1:15-31
- Szalai J. (1994) *A faanyag és faalapú anyagok anizotrop rugalmasságtana*. I. rész: A mechanikai tulajdonságok anizotrópiája, Hillebrand Nyomda, Sopron, 398 oldal
- Szalai J. (2001) Különböző fafajok technikai szilárdságai. In: Wittman G. (ed.): *Mérnöki fa-szerkezetek*. II. rész, Mezőgazdasági Szaktudás Kiadó, Budapest
- Szalai J. (2008) Festigkeitstheorien von anisotropen Stoffen mit sprödem Bruchverhalten, *Acta Sylvatica Lignaria Hungarica* 5:61-80