

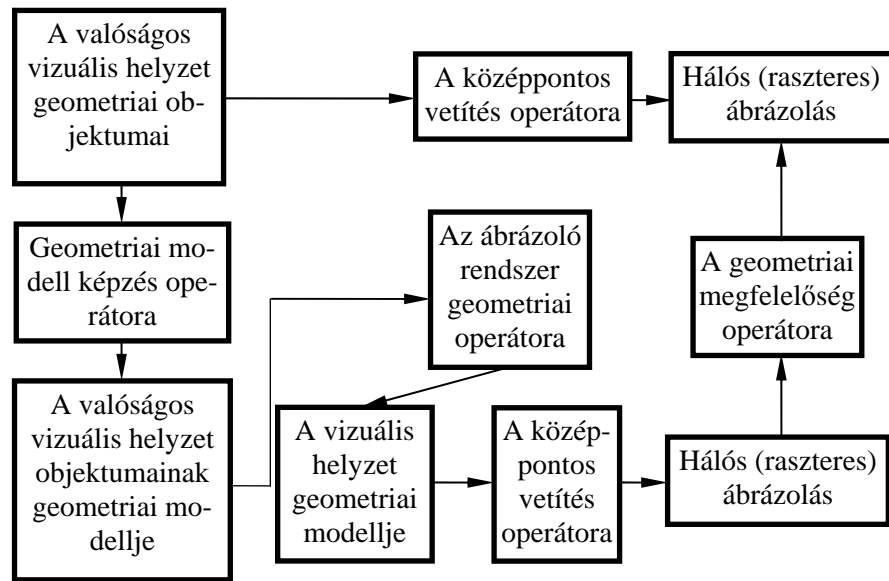
## **A REPÜLŐGÉP SZIMULÁTOROK ÉS TRENÁZS BERENDEZÉSEK MATEMATIKAI MODELLEZÉSÉNEK JELLEMZŐI**

**Békési László mk. ezredes    Dr. Szabó László mk. alezredes**  
**Egyetemi adjunktus                      egyetemi adjunktus**  
**Zrínyi Miklós Nemzetvédelmi Egyetem**  
**Vezetés- és Szervezéstudományi Kar**  
**Repülő sárkány-hajtómű tanszék**

*A Zrínyi Miklós Nemzetvédelmi Egyetem Vezetés- és Szervezéstudományi Kar Repülő sárkány-hajtómű tanszékén másfél évtizede kutatjuk a személyi számítógép felhasználását, ezen belül kb. 2 éve a multimédia és a virtuális valóság alkalmazásának lehetőségét a kiképzés folyamatában. Az utóbbi időben a repülőgépek tervezése és üzemeltetése, a repülőszemélyzet oktatása és más a repüléssel összefüggő sokrétű feladatok megoldásakor széles körben alkalmazzák a modellezést. Ennek során különböző modellező berendezést készítenek, amelyek segítségével földi viszonyok között — megfelelő pontossággal — előállítható a repülés teljes folyamata és a repülőszerkezet irányítása. Ehhez a csoporthoz tartoznak a repülőgépek szimulátorai és trenázs berendezései, valamint ezeken belül a szimulációt megvalósító repülőszerkezet vizuális helyzetimitátorai. Középtávú terveink között szerepel a repülőtestet képzést elősegítő kevésbé bonyolult szimulátor, illetve trenázs berendezés önerőből történő elkészítése és a kiképzés során minél szélesebb körben való alkalmazása. Ezen berendezések tervezéséhez nyújt segítséget cikksorozatunk 3. része.*

## **A VIZUÁLIS HELYZET MODELLEZÉSÉNEK MATEMATIKAI SAJÁTÓSÁGAI**

A matematikai modellezésnél a hasonlóság feltételeit az ún. izomorf egyenletekkel írhatjuk le. Ezek az egyenletek a valóságos és a modellezett vizuális helyzetet írják le. Ezért a matematikai modellezés egyik fő feladata a folyamatok matematikai leírása mind a valóságos, mind pedig a modellezett rendszerben. Az 1. ábrán a vizuális helyzet modellezésének geometriai jellemzőinek általánosított vázlatát látható.



1. ábra

A felső ág a valóságos vizuális helyzetészlelés, az alsó ág pedig a modellezett vizuális helyzet geometriai átalakításának felel meg. Ezen átalakítási vázlatból kiindulva a matematikai modellezés következő főbb szakaszai mutathatók be:

- a vizuális helyzet geometriai jellemzőinek matematikai leírása;
- a perspektivikus átalakítás matematikai leírása;
- a valós és a modellezett helyzet perspektivikus ábrázolás feltételeinek meghatározása;
- a vizuális helyzetimitátor paramétereinek és felépítésének meghatározása;
- a vizuális helyzet matematikai modellezésének technikai megvalósítása.

## A VIZUÁLIS HELYZET OBJEKTUMAINAK MATEMATIKAI LEÍRÁSA

A vizuális helyzet objektumai matematikai leírásának különféle módszerei lehetnek. Ugyanakkor egy összetett valós rendszer (repülőtér tárgyai, objektumai, terep, környezet stb.) megfelelően helyes és körültekintő matematikai leírása nehézségekbe ütközik. Gyakorlatilag a vizuális helyzet objektumainak matematikai

## A REPÜLŐGÉP SZIMULÁTOR ÉS TRENÁZS BERENDEZÉS VIZUÁLIS HELYZET MODELLEZÉS ELMÉLETÉNEK ÁLTALÁNOS KÉRDÉSEI

leírásakor bizonyos egyszerűsítéseket (idealizálásokat) hajtunk végre a következők szerint:

- az adott térben az objektum elemeinek teljes matematikai leírása helyett csak a tárgyak nem átlátszó palástfelületeit írjuk le;
- a vizuális helyzet objektumait (tárgyait) rangsoroljuk, azaz a kevésbé lényeges és másodrendű objektumokat figyelmen kívül hagyjuk;
- a vizuális helyzet objektumait leíró folytonos függvényeket diszkrét függvényekkel helyettesítjük;
- a folyamatokat szabályozható, illetve kvázi szabályozható függvényekkel írjuk le;
- a vizuális helyzet objektumainak matematikai leírását az objektumok részekre bontása után a részek matematikai leírásával helyettesítjük.

A vizuális helyzet matematikai modellezésénél a leggyakrabban az *analitikus*, az *elemenkénti* és a *szerkezeti leírást* alkalmazzuk.

Az *analitikus* módszer esetében a matematikai leírás a funkcionális összefüggések halmazát alkotja, amelyet jellemez az energia ( $W$ ) térbeni ( $x, y, z$ ) eloszlása, az idő ( $t$ ) és korlátozó feltételek rendszere. A függvények bonyolultságát alapvetően a vizuális helyzet objektumainak szerkezete határozza meg. Ezt a módszert akkor érdemes alkalmazni, ha a vizuális helyzet objektumai egyszerű szerkezetűek, vagy ha a vizuális helyzet objektumainak szerkezete lényegében szabályozható jelleget képviselnek. A terep például, mint összetett szerkezetű rendszer analitikai modellezése meglehetősen nehéz.

Az *elemenkénti* matematikai leírásnál a térbeli folytonos koordinátákat diszkrét lépésekkel helyettesítjük  $\Delta x$ ,  $\Delta y$ , és  $\Delta z$ , az általános teret pedig felosztjuk véges számú elemi objektumokra, amelyek határain az energiát ( $W$ ) állandónak tekintjük. Így a vizuális helyzet objektumainak matematikai leírása az elemi objektumok koordinátáinak és a hozzájuk tartozó energiák felsorolásával tehető meg, azaz:

$$(x_i, y_j, z_k) \rightarrow (W_{ijk}) \quad (1)$$

ahol:  $i = 1, 2, 3 \dots n_x$ ;  $j = 1, 2, 3 \dots n_y$ ;  $k = 1, 2, 3 \dots n_z$ ; — az elemi objektumok száma a koordináta tengelyek mentén.

A diszkrét  $\Delta x$ ,  $\Delta y$  és  $\Delta z$  lépések a szükséges felbontóképességgel határozható meg. Az egyes tengelyek mentén a diszkrét mennyiséggé való átalakítás foka:

$$n_x = \frac{Lx}{\Delta x}; \quad n_y = \frac{Ly}{\Delta x}; \quad n_z = \frac{Lz}{\Delta x}; \quad (2)$$

ahol:  $L_x, L_y, L_z$  a modellezendő tér kiterjedése az  $OX_0, OY_0$  és  $OZ_0$  tengelyek mentén.

Az elemenkénti matematikai modellezés egyik előnye a sokoldalúsága (univerzális), mivel közvetlenül nincs kapcsolatban a vizuális helyzet objektumainak szerkezetével és azok tartalmával. Hátránya az, hogy hatalmas mennyiségű elemi objektumot kell vizsgálni. Például a repülőgép le- és felszállásakor (a számítások szerint) az elemi objektumok száma  $10^9$ – $10^{12}$  között mozog.

Így az elemenkénti matematikai modellezést ott célszerű alkalmazni, ahol a vizuális helyzet objektumai pontszerű szerkezetűek, és ezek száma is behatárolható. A vizuális helyzet ilyen modellezésének tipikus esete az éjszakai repülőtér.

A *szerkezeti* leírás esetén a vizuális helyzet objektumait elemi szerkezeti részekre bontjuk: egyenes szakaszok, sokszögek, sokoldalú testek és más geometriai alakok, amelyek viszonylag egyszerűen leírhatók matematikailag. A matematikai leírás ebben az esetben az elemi szerkezeti rész típusának leírásából, az azt meghatározó pontok koordinátáinak meghatározásából és ezen szerkezeti elemek energetikai jellemzőinek leírásából tevődik össze. Például egy egyenes szakasz összes pontja helyett elegendő megadni az egyenes két pontjának, a végpontok koordinátáit, háromszög esetében pedig a csúcspontok koordinátáit stb. Ennek köszönhetően a vizuális helyzet bonyolult szerkezete jelentősen csökkentett számú objektummal írható le.

## A KÖZÉPPONTOS TÜKRÖZÉSEL TÖRTÉNŐ ÁTALAKÍTÁS MATEMATIKAI LEÍRÁSA

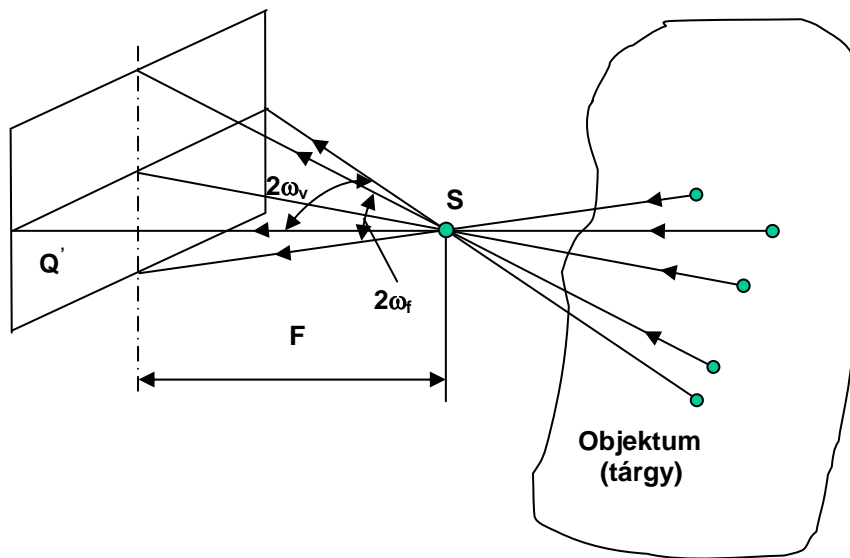
A középpontos tükrözést a 2. ábrán látjuk.

Az átalakítást a következő paraméterek határozzák meg:

- az adott vetület távolsága a tükrözés középpontjától ( $F$ );
- a tükrözés függőleges és vízszintes tükrözés  $2\omega_f$  és  $2\omega_v$  szögei;
- a tükrözés középpontjának a térben elfoglalt helyzete.

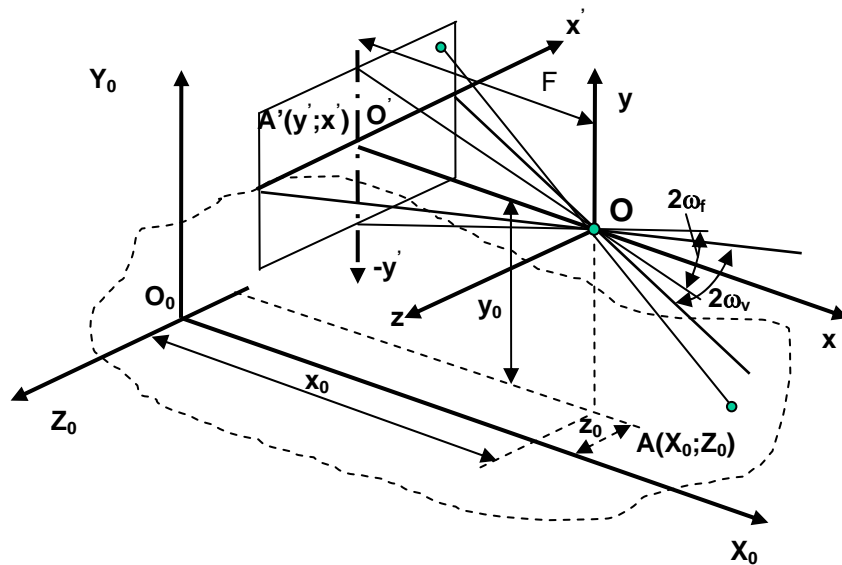
Tételezzük fel, hogy a kiválasztott hely egy sík a földhöz rögzített (lásd a 3. ábrát)  $OX_0Y_0Z_0$  koordináta-rendszerben, a tükrözés középpontja pedig a repülőgéphez kötött  $OX, Y, Z$ , koordináta-rendszer origójában foglal helyet. A földhöz rögzített koordináta-rendszerben a tükrözés középpontjának koordinátáit jelöljük  $x_0, y_0 (H_0), z_0$ -val, és ugyanezen pont szöghelyzetét a repülőgép irányszöge ( $\psi$ ), bólintási szöge ( $\vartheta$ ) és dőlésszöge ( $\gamma$ ) adja meg.

A REPÜLŐGÉP SZIMULÁTOR ÉS TRENÁZS BEREDEZÉS VIZUÁLIS  
HELYZET MODELLEZÉS ELMÉLETÉNEK ÁLTALÁNOS KÉRDÉSEI



2. ábra

A keletkező kép síkjába helyezük el az  $o', x', y'$  koordináta-rendszert. A középpontos tükrözés operátora  $g$  a hely adott  $A(X_0, Y_0)$  pontját a keletkező képi síkra képezi le és a  $A'(x', y')$  pontban fog helyet foglalni.



3. ábra

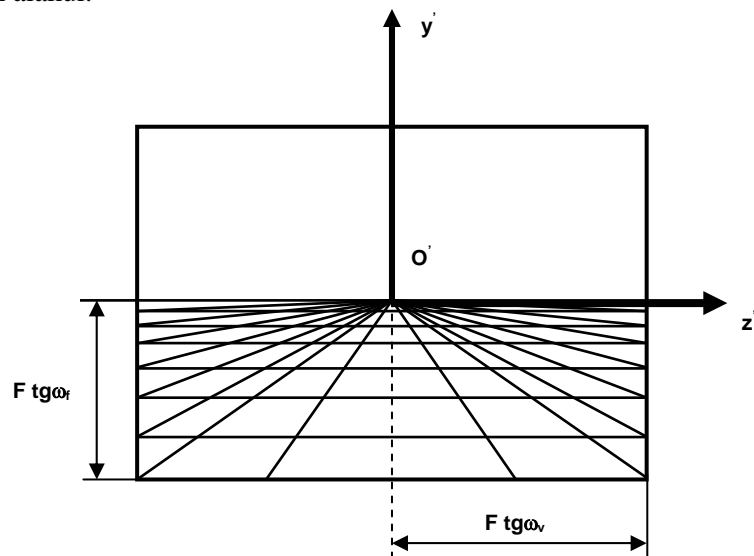
Így a középpontos tükrözés inhomogén koordinátákkal a következő alakban írható fel:

$$g = \begin{cases} x' = \frac{b_{10} + b_{11}x + b_{13}z}{b_{00} + b_{01}x + b_{03}z} \\ y' = \frac{b_{20} + b_{21}x + b_{23}z}{b_{00} + b_{01}x + b_{03}z} \end{cases}$$

ahol:  $b_{ij}$  ( $i = 0, 1, 2; j = 0, 1, 3$ ) – az átalakítás tényezői, melyek meghatározott kapcsolatban vannak a középpontos tükrözés  $F$ ,  $x_0$ ,  $H$ ,  $z_0$ ,  $\psi$ ,  $\vartheta$ ,  $\gamma$  jellemzőivel.

A repülőgép térbeli helyzetének változásakor az átalakítás tényezőit a 1. táblázatban foglaltuk össze. Feltételes kiinduló helyzetnek vettük a repülőgép mozdulatlan vízszintes helyzetét.

A modellezés objektumainak (tárgyainak) struktúrájától függ a képsíkban a perspektivikus átalakítás, valamint az átalakítás operátorának ( $g$ ) jellege. Amennyiben a terepet (helyet) az  $O_0X_0$  tengely mentén  $\Delta X$ , az  $O_0 Z_0$  tengely mentén pedig  $\Delta Z$  léptékű derékszögű rácsként fogjuk fel és feltételezzük, hogy  $g=g_0$  (lásd a 2. táblázatot), akkor a perspektivikus ábrázolás a 4. ábrán látható módon alakul.



4. ábra

Az adott hely keresztirányú egyeneseit a vízszintes vonalak, a hosszirányúakat pedig a változó  $\delta$ -szög alatt az  $O'$  középpontból kiinduló ferde vonalak ábrázolják.

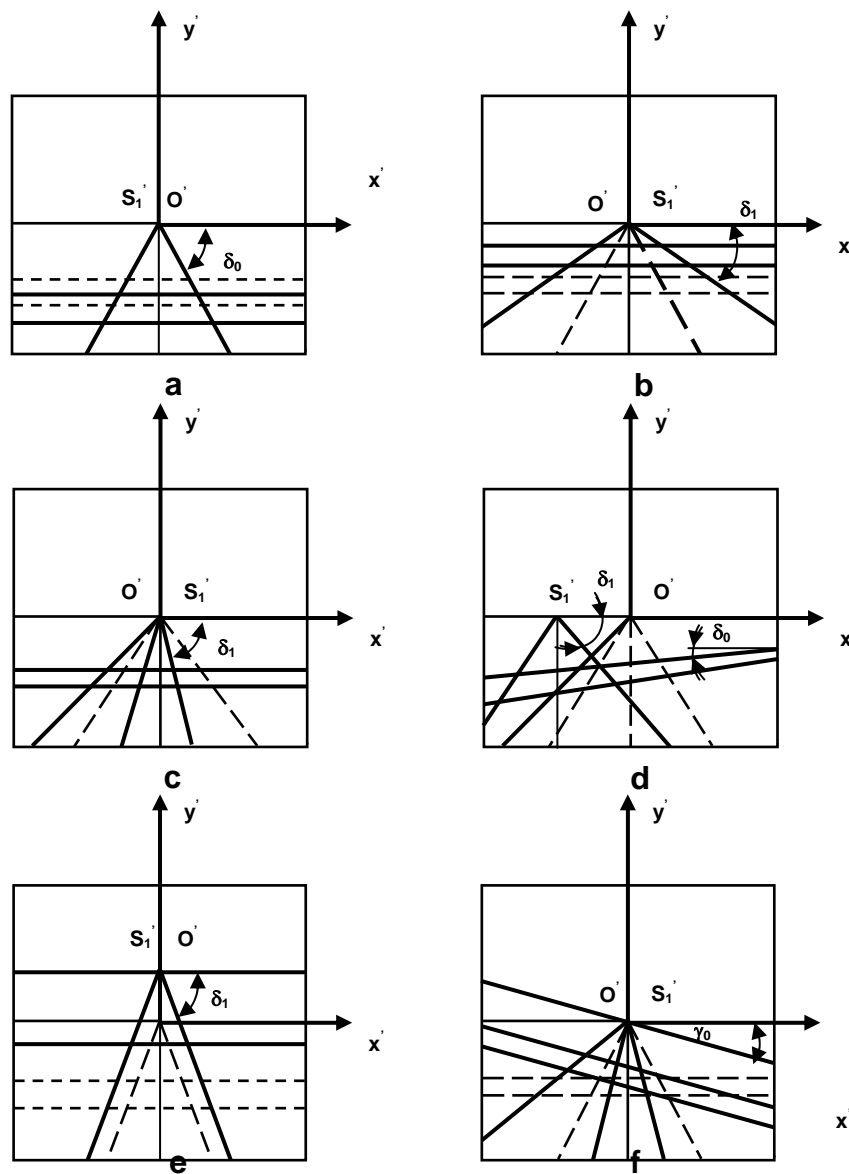
*A REPÜLŐGÉP SZIMULÁTOR ÉS TRENÁZS BERENDEZÉS VIZUÁLIS  
HELYZET MODELLEZÉS ELMÉLETÉNEK ÁLTALÁNOS KÉRDÉSEI*

1. táblázat

A repülőgép térbeli helyzetének változása	operátor	Az átalakítás tényezői								
		$b_{00}$	$b_{01}$	$b_{03}$	$b_{10}$	$b_{11}$	$b_{13}$	$b_{20}$	$b_{21}$	$b_{23}$
Kiinduló helyzet	$g_0$	0	1	0	0	0	F	$H_0F$	0	0
Vízszintes repülés	$g_{0x}$	$-x_0$	1	0	0	0	F	$H_0F$	0	0
Magasság változása	$g_{0y}$	0	1	0	0	0	F	HF	0	0
Bedőlés	$g_{0z}$	0	1	0	$-z_0F$	0	F	$H_0F$	0	0
Írányszög változás	$g_{0\psi}$	0	$\cos\psi$	$\sin\psi$	0	$-F \sin\psi$	$-F \sin\psi$	$H_0F$	0	0
Bólintási szög változás	$g_{0v}$	$-H_0 \sin v$	$\cos v$	0	0	0	F	$H_0F \cos v$	$F \sin v$	0
Dőlésszög változás	$g_{0\gamma}$	0	1	0	$H_0F \sin \gamma$	0	$F \cos \gamma$	$H_0F \cos \gamma$	0	$-F \sin \gamma$
Csúszással történő repülés	$g_{0xz}$	$-x_0$	1	0	$-z_0F$	0	F	$H_0F$	0	0
Emelkedő repülés	$g_{0xyv}$	$-(x_0 \cos v + H_0 \sin v)$	$\cos v$	0	0	0	F	$(H_0 \cos v - x_0 \sin v)F$	$F \sin v$	0

A repülőgép térbeli helyzete koordinátáinak változásakor a hossz- és keresztirányú egyenesek egyenleteit (a g operátor változásakor) a 2. táblázatban foglaltuk össze. Ugyanebben a táblázatban látható az egyes összeadott pontok koordinátái  $s_1(x_{s1}, y_{s1})$  és  $s_2(x_{s2}, y_{s2})$ , valamint a hosszirányú és keresztirányú egyenesek  $\delta_1$  és  $\delta_2$  szögei.

A  $g_{ox}$ ,  $g_{oy}$ ,  $g_{oz}$ ,  $g_{o\psi}$ ,  $g_{o\vartheta}$  és  $g_{o\gamma}$  operátorok hatásakor, a képsíkban a kereszt- és hosszirányú egyenesek jellegét a 5. ábrán láthatjuk [szaggatott vonallal ábrázoltuk a kiinduló helyzetet ( $g_0$ )].



5.ábra

2. táblázat

**A REPÜLŐGÉP SZIMULÁTOR ÉS TRENÁZS BERENDEZÉS VIZUÁLIS  
HELYZET MODELLEZÉS ELMÉLETÉNEK ÁLTALÁNOS KÉRDÉSEI**

Operátor	Egyenesek egyenletei		Az összeadott pontok koordinátái				Az egyenesek hajlás-szöge	
	Hossz-irányú	Kereszt-irányú	Hossz-irányú		Kereszt-irányú		Hossz-irányú $\delta_1$	Kereszt-irányú $\delta_2$
			$\hat{x}_{s1}$	$\hat{y}_{s1}$	$\hat{x}_{s2}$	$\hat{y}_{s2}$		
$g_0$	$y' = \frac{H_0}{z} x'$	$y' = \frac{H_0 F}{x}$	0	0	$\infty$	0	$\arctg \frac{H_0}{z} = \delta_0$	0
$g_{0x}$	$y' = \frac{H_0}{z} x'$	$y' = \frac{H_0 F}{x-x_0}$	0	0	$\infty$	0	$\delta_0$	0
$g_{0y}$	$y' = \frac{H}{z} x'$	$y' = \frac{HF}{x}$	0	0	$\infty$	0	$\arctg(\frac{H_0}{H} \operatorname{tg} \delta_0)$	0
$g_{0z}$	$y' = \frac{H_0}{z-z_0} x'$	$y' = \frac{H_0 F}{x}$	0	0	$\infty$	0	$\arctg\left(\frac{\operatorname{tg} \delta_0}{\frac{z}{z_0}-1}\right)$	0
$g_{0\psi}$	$y' = \frac{H_0}{z}(x' \cos \psi + F \sin \psi)$	$y' = \frac{H_0}{x}(F \cos \psi - x' \sin \psi)$	$F \operatorname{tg} \psi$	0	$F \operatorname{ctg} \psi$	0	$\arctg(\operatorname{tg} \delta_0 \cos \psi)$	$\arctg(\operatorname{tg} \delta_0 \sin \psi)$
$g_{00}$	$y' = \frac{H_0}{z \cos \nu} x' + F \operatorname{tg} \nu$	$y' = -F \frac{H_0 \cos \nu + x \sin \nu}{H_0 \sin \nu + x \cos \nu}$	0	$F \operatorname{tg} \nu$	$\infty$	$F \operatorname{ctg} \nu$	$\arctg\left(\frac{\operatorname{tg} \delta_0}{\cos \nu}\right)$	0
$g_{0\gamma}$	$y' = \frac{H_0 \cos \gamma - z \sin \gamma}{H \sin \gamma + z \cos \gamma} x'$	$y' = \frac{H_0 F}{x \cos \gamma} - x' \operatorname{tg} \gamma$	0	0	$\infty$	$\infty$	$\delta_0 - \gamma$	$-\gamma$

## ÖSSZEFOGLALÁS

A ZMNE Repülőgép sárkány-hajtómű tanszék középtávú tervei között szerepel a repülőtisztképzést segítő szimulátor, illetve trenázs berendezés önerőből történő elkészítése. Ezen berendezés terveihez kívántunk hozzájárulni cikksorozatunk 3. részével, amelyben bemutattuk a vizuális helyzet modellezésének matematikai sajátosságait, összefüggését és képletgyűjteményét.

### FELHASZNÁLT IRODALOM

- [1] BABENKO: Imitatorij vizualnoj obsztanovki trenazserov letatelnih apparatov. Moskva, Masinosztroenie, 1978.
- [2] BÉKÉSI LÁSZLÓ: A működő modellek szerepe a repülőgép- és helikopter sárkány-hajtómű szakon tanuló hallgatók képzésében. Katonai Főiskolai közlemények (tudományos módszertani folyóirat), 1986/X/1, pp.74–82
- [3] HABER, RALPH NORMAN: „Flight Simulation”. Scientific American, July 1986.

- [4] F. HAMIT: „Virtual Reality and the Exploration of Cyberspace”. SAMS Publishing, Indiana, 1993.
- [5] KING, DOUGLAS: „The Future of VR”. Funworld, July, 1991.
- [6] PORKER: Video ground-based flight simulation apparatus. USA Pat., CI. 35-12, no. 4,016,658, Apr. 12. 1977.
- [7] POKORÁDI LÁSZLÓ: Mi a matematikai modell? Haditechnika, Budapest, 1993/4. p.2-5.
- [8] SZABÓ LÁSZLÓ: Személyi számítógép alkalmazásának tapasztalatai a szakalapozó tantárgyak tanításában. BME, Egyetemi doktori értekezés, Budapest, 1991.

*In the Engine and Airframe Department of the Aviation Officer' Institute of the Miklós Zrínyi National Defence University we have been searching the possibilities of application of personal computers in the teaching-studying process for fifteen years among other technical topics. From 1997 the main direction of our research is to create a base for application of the virtual reality and the multimedia in the flying and mechanical engineering training. The authors are writing about mathematical modeling of the simulator and the equipment of the simulator of the fighters and the helicopters.*