Kepler és a Dioptrice

Johannes Kepler, a csillagászat történetének talán legérdekesebb alakja 450 évvel ezelőtt, 1571. december 27-én született Weil der Stadtban. Ősei állítólag nemesek voltak; nagyapja, Sebaldus – nagyhangú, kötekedő ember – a kisváros polgármestere. Szülei már alantas státusba jutottak; hol Leonbergbe, hol Elmendingenbe költöztek, majd vissza; atyja hol kocsmát nyitott, hol zsoldosnak állt, egy alkalommal valami gazemberségért csaknem felakasztották; végül egy magyarországi hadjárat során nyoma veszett. Anyját idős korában boszorkánysággal vádolták s Kepler csak teljes császári matematikusi tekintélyével tudta megmenteni a máglyahaláltól. A Weil-beli házban nyüzsögtek a furcsánál furcsább jellemű rokonok; nem csoda, hogy a gyermek Johannes nem érezte magát köztük vidámnak s magabiztosnak. Különös betegségek kínozták, és önmagát rühes kutyához hasonlította.

Intelligenciája azonban szinte kikényszerítette, hogy iskoláztassák; teológiai szemináriumba, majd a tübingeni egyetemre járt. Mielőtt tanulmányait befejezte volna, a grazi egyetem matematika professzora elhunyt, és állására tanárai Keplert javasolták (nyilván látták, hogy lelkésznek nem való). Eddig keveset foglalkozott matematikával vagy csillagászattal, de erre most rákényszerült; többek közt azért, mert a professzor kötelessége volt többek között egy asztrológiai előrejelzéseket tartalmazó naptárt készíteni. Első kalendáriuma s a benne foglalt jövendölések sikeresnek bizonyultak, ami nagyon megnövelte tekintélyét – sokkal inkább, mint kevés hallgató által látogatott, de az egyetem elöljárói szerint szerfölött figyelemreméltó előadásai.

Asztronómiai tanulmányai során megismerkedett Kopernikusz akkor még korántsem elfogadott heliocentrikus világképével, és azonnal elfogadta azt. Fél lábbal még a középkor világképében állt, de másik lábával már az újkori tudomány talaját kereste. Sokat töprengett a Naprendszer szerkezetének részletein – miért úgy keringenek a bolygók, ahogyan teszik, miért épp hatan vannak stb. –, ami persze már évezredek óta foglalkoztatta a csillagászokat. A „megoldás” egy előadás közben jutott eszébe, amikor a táblára rajzolt egy szabályos háromszöget a köré és beírt körökkel. Izgalom fogta el: nyilvánvaló, hogy a két kör átmérőjének arányát az ábra szerkezete meghatározza – így lehet ez a bolygópályákkal is, ha azokat szabályos sokszögek választják el egymástól. Hamar észrevette, hogy a valóságos pályaadatok nem felelnek meg e feltevésnek, de rögtön továbblépett – a térbe. Az öt szabályos poliédert képzelte egymásba zárva, köztük elválasztó gömbökkel; ezek sugarát képzelte a bolygók pályasugarának. Hat bolygó – gömbönként egy – közé öt testet lehet helyezni: íme a magyarázat, miért éppen hat bolygó van! Már csak a testek sorrendjét kellett kitalálnia...

Persze így sem jönnek ki jól a pályasugarak arányai, s ezt Kepler is jól látta. Első lelkesedésében, 1596-ban mégis megírta róla a *Mysterium cosmographicum*ot, melynek – legalábbis a könyv első felének – tartalmára a cím eléggé pontosan utal. A második részben azonban egészen más hangot üt meg: a bolygók pályaadatai közt matematikai összefüggést keres. Úgy véli, hogy a bolygók mozgását a középen álló Nap határozza meg: erőt fejt ki rájuk, mely kifelé haladva ugyanúgy gyengül, mint a fényerősség a forrástól való távolsággal. Ez teljesen új, zseniális gondolat: Kepler az első, aki a bolygópályák problémáját nem filozófiai, hanem fizikai kérdésnek tekinti! A *gravitáció* fogalmáig ugyan nem jut el, de kifejti: ugyanaz az erő a Hold és a Föld között is fellép, és ez az árapály-jelenség oka. Egy megjegyzésben (az alább említendő *Harmonices mundi* vége felé) mágneses hatásra gyanakszik. De az erőt egészen másként gondolja el, mint ma szoktuk; valami örvénylő seprő-félének képzeli el, amely forogva s közben rugalmasan meggörbülve hajszolja előre az égitesteket pályájukon.

Johannes Kepler (1571–1630)

Könyve példányait elküldte minden jelentős tudósnak, így *Galileinek* és *Tycho Brahe*nak is. Galilei – ekkor még titokban – szintén a kopernikuszi világkép híve volt, de Kepler könyvét elutasította, mert megvetette mágikus-misztikus gondolkodásmódját. Talán az eléggé középkoriasan gondolkodó Tycho volt az egyetlen, aki megsejtette a mű értékeit. Kepler pedig nagy tisztelettel és némi irigységgel gondolt Tycho gondos és alapos méréseire.

Amikor Grazból kiutasították a protestánsokat, a lutheránus Keplernek is távoznia kellett. Sok hányattatás után 1599-ben Tychótól meghívást kapott Prágába, és más választása nem lévén, hozzá utazott. Tycho és munkatársai az általuk évtizedek alatt gyűjtött adatok segítségével próbálták igazolni, kevés sikerrel, főnökük világképét (a Föld van középen, körülötte kering a Hold és a Nap, s a bolygók a nap körül). Kepler megérkezésekor Tycho egyik segédje, *Longomontanus* épp a Mars pályájával bajlódott; Kepler kijelentette: ha átveszi a munkát, nyolc nap alatt befejezi. A nyolc napból nyolc év lett, míg megbirkózott a munkával. (Tycho már 1601-ben meghalt; örökösei nem akarták Keplernek kiadni Tycho mérési eredményeit, s mindenféle kifogást találtak, feltételeket szabtak. Kepler kénytelen volt az adatokat – lényegében – ellopni, hogy felhasználhassa.) Az eredmény az első két Kepler-törvény lett. Munkájáról 1609-ben *Astronomia nova* című könyvében számolt be, szokatlanul részletesen. A harmadik Kepler-törvény majd tíz év múlva, 1619-ben jelenik meg a Harmonices mundiban.

Tycho utódaként udvari csillagásznak nevezték ki, nyomorúságos fizetéssel, amit többnyire nem is kapott meg. Sok kisebb-nagyobb munkát, tanulmányt írt, még „sci-fi”-t is a Hold lakóiról; de ezekből sem tudott megélni. Életét végigkísérte az asztrológia, ebből szerzett némi jövedelmet. Hitte, hogy az égitestek valamiképpen meghatározzák az egyes emberek életének, jellemének *kereteit*, de azt vallotta: nem határozzák meg magát a jellemet, és előrejelzésekre sem adnak lehetőséget.

Élete vége felé Wallenstein herceg szolgálatába szegődött. Neki készítette legismertebb horoszkópját, mely egyes asztrológusok szerint „pontosan bevált”. Valójában e horoszkóp a szokásos „rizsa” mellett 24 konkrét állítást tartalmaz, melyekből öt vált be, egyik sem akkor, amikorra Kepler megjövendölte. Sajnos Wallenstein sem fizette meg Kepler munkáját, aki hogy járandóságából legalább valamit kikönyörögjön, Regensburgba utazott pártfogójához. Itt megbetegedett, és 1630. november 15-én lényegében éhen halt.

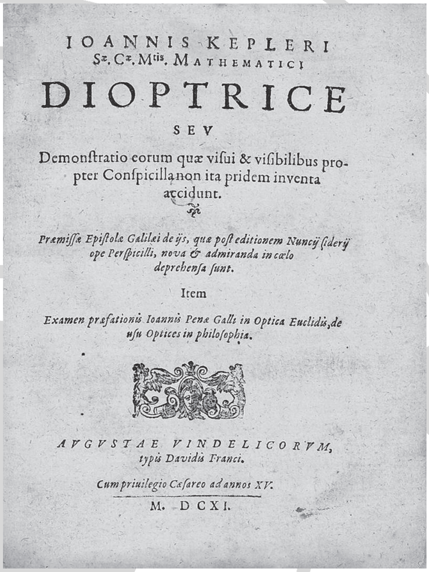
A Dioptrice

1610 elején híre jött, hogy Galilei egy holландi távcsővel meglepő felfedezéseket tett. Kepler nemsokára olvashatta Galilei *Sidereus nuncius*át, s így hiteles információkhoz jutott az említett megfigyelésekről. Azonnal látatlanban elhitte mindezt; lelkesen írt erről egy tanulmányt s elküldte Galileinek. Kérte továbbá, küldjön neki távcsövet, hogy saját szemével is igazolhassa Galilei felfedezéseit. Galileinek esze ágában sem volt e kérést teljesíteni; távcsöveit előkelőségeknek ajándékozta. Szerencsére az egyik távcsőtulajdonos, Ernő kölni választófejedelem 1610 nyarán néhány hétre kölcsönadta műszerét Keplernek, aki megpillanthatta végre – többek között – a Jupiter négy holdját.

Galilei nem tudta, távcsöve (amit ő, majd Kepler is *perspicillum*nak nevezett, nem pedig *tubus astronomicus*nak vagy *telescopium*nak, mint a későbbi csillagászok) hogyan működik. Megállapításait ezért sokan kétségbe vonták. Nem ok nélkül, hisz nem tudhatjuk, mennyire megbízható egy műszer, ha működését nem értjük. Kepler e hiányosság kiküszöbölése érdekében *Dioptrice* címmel könyvet írt a fénytörésről, amely 410 évvel ezelőtt, 1611-ben jelent meg.

Természetesen nem ez volt az első optikai témájú könyv, hiszen a fénytöréssel már a görögök, majd az arabok is foglalkoztak (bár a törés törvényére nem jöttek rá, ami elég furcsa, hisz mind a kísérleti, mind a szükséges matematikai eszközök a rendelkezésükre álltak) és írtak is róla. Maga Kepler is kiadott 1604-ben egy *Astronomiæ pars optica* című értekezést, s ebben megadta többek között a camera obscura, a szem és a látás, valamint a szemüvegek működésének magyarázatát. Ezt az írását *Vitellio* XIII. századi tudós optikai összefoglaló műve „kis kiegészítésé”-nek nevezte. A Dioptrice fejtette azonban ki elsőként igazán tudományos módon a geometriai optika alapjait, és azok több alkalmazási lehetőségét is tárgyalta, bár ezeket nem nevezte meg – a távcsöveket sem.

Bevezetésében Kepler előbb „*Pena*, egykori francia királyi matematikusnak… *Euclides* optikai és katoptrikai műve kiadásában előforduló sok és fontos” dologgal kapcsolatban tesz kritikai megjegyzéseket, azért is, hogy elválasztva a benne előforduló igaz és hamis állításokat, „hozzákapcsolhassa mindahhoz, amit a távcsöves kutatás napjainkban fölfedett”. Értekezik a légköri – és a bolygók közt esetleg létező átlátszó szférák anyagán történő – refrakcióról, s cáfolja azokat, akik szerint légköri refrakció nem létezik. Kiáll Kopernikusz világképe mellett, foglalkozik a Holddal, a Tejúttal stb. Majd rátér Galilei


IOANNIS KEPLERI
Sæ. Cæ. Mtis. MATHEMATICI
DIOPTRICE
SEV
Demonſtratio eorum quæ viſui & viſibilibus propter Conſpicilla non ita pridem inventa accidunt.

Præmiſſæ Epiſtolæ Galilæi de iis, quæ poſt editionem Nuncii ſiderii ope Perſpicilli, nova & admiranda in cælo deprehenſa ſunt.

Item

Examen præfationis Ioannis Penæ Galli in Optica Euclidis, de uſu Optices in philoſophia.

AVGVSTAE VINDELICORVM,
typis Davidis Franci.
Cum priuilegio Cæſareo ad annos XV.
M. DCXI.

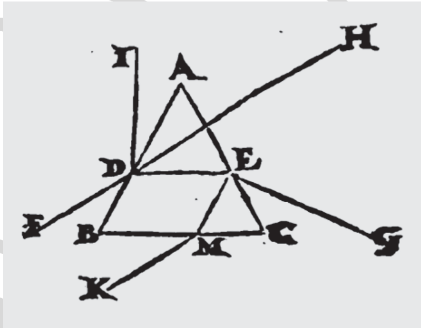
A Dioptrice címoldala (vaticanobservatory.va)

eredményeire, felsorolja és értékeli őket. Közli Galilei három levelét olasz eredetiben, majd latinul. Elsőként azt, amelyet 1610. szeptember 13-án Galilei a prágai toszkán követnek írt. Ebben van az a híres „anagramma”, melyben Galilei a Szaturnusszal kapcsolatos feltevését rejtette el. Ezt Kepler nem tudta megfejteni, míg később Galilei nem közölte, hogy *Altissimum planetam tergeminum observavi* – azaz „a legfelső bolygót hármasnak észleltem”. (Távcsöve azt mutatta, hogy a bolygóval valami nem stimmel, és Galilei úgy gondolta, talán hármas bolygót lát.) Közli azt a levelet is, 1610. október 11.-ről, melyben a másik ismert anagramma és megfejtése található: *Cynthiæ figuras æmulatur mater amorum*, azaz Cynthia alakját utánozza a szerelem anyja – vagyis hogy a Vénusz fázisokat mutat, mint a Hold.

A könyvben Kepler a geometriai optika segítségével megmutatja, hogyan halad a fény a különféle elrendezésű optikákban; így utal minderre a bevezetés utolsó bekezdésében: „Így tehát, olvasó barátom, megkapod a távcső megbízhatóságának bizonyítását az égitestek új megfigyeléseit illetően, elsőként ama német bizonyságtétele után. Mi akadályozhatna meg tehát engem, hogy e kitűnő eszközről dicshimnuszt zengjek e geometriai könyvben; és téged, olvasó, hogy érdemének megfelelően, elszánt lélekkel s nem közönséges figyelemmel érdeklődj, midőn elmondom. E művel élesíted elmédet, a dolgok megértése útján műveltebb leszel a filozófiában, felkészültebb leszel a mechanika, valamint más hasznos és kellemes dolgok felfedezésére; szóval ezerféle módon leszel óvatosabb és biztosabb ott, ahol a sokaság tévedésbe szokott esni. Ég veled, s e bevezetésről legyen a véleményed kedvező és jó."

Ezután következik maga az optikai tanulmány, amely 141 „definíciót", „axiómát", „propozíciót", „problémát" tartalmaz. A fénysugár fogalmát eleve adottnak tekinti, s mint a mai tankönyvek, először is leszögezi, hogy a beesési és törési szögeket a közeghatár normálisától (a *beesési merőleges*től) számítjuk. Módszereket mutat e szögek mérésére, majd megvizsgálja az átlátszó testekben fellépő refrakciót. Azt állítja, hogy kb. 30°-os beesési szögig a törési szög arányos a beesési szöggel, és hogy az üveg és a kristályok „közel" egyformán törik a fényt – a törésmutató fogalma még nem merül fel nála. Nem találja meg a törés törvényét sem. A kristályokban a maximális törési szöget kb. 48°-ban adja meg, és kimondja, hogy ha a kristályból *kifelé* haladó sugár valóban kilép, akkor legfeljebb ekkora lehet a beesési szög (ezt a szöget ma a *teljes visszaverődés határszögé*nek nevezzük).

A 15. propozícióban megmutatja, hogy egy szabályos háromszög keresztmetszetű prizmában lehetséges egy szimmetrikus sugármenet, amikor is a prizmában a fénysugár a prizma alapjával párhuzamosan halad. (Az ábra feltünteti nemcsak a megtört, hanem a prizma lapjain visszavert sugarakat is!) A 16. „tapasztalati axiómá"-ban kimondja, hogy e szimmetrikus sugármenet esetén lépnek föl legszebben a szivárvány színei – ezekről eddig nem esett szó, s ezután sem emlegeti a színszórást, illetve majd a lencséknél a kromatikus aberrációt sem.



Fénytörés és visszaverődés háromszög keresztmetszetű prizma esetén

A fénytörés, illetve a prizmák tanulmányozása után a különféle optikai lencsékkel foglalkozik. A 34. propozícióban bebizonyítja, hogy egy „kis nyílásszögű" síkdomború lencse az optikai tengellyel párhuzamosan ráeső fénynyalábot a tengelynek abba a pontjába gyűjti, amely a lencsétől kb. annak görbülete átmérőjének másfélszeresén van. A „fókuszpont" kifejezést nem használja, csak körülírja. Így tesz az 53. probléma esetén is, mely egy fényszóró felépítését írja le: fényforrást helyez egy gyűjtőlencse fókuszpontjába (mögé homorú gömbtükröt, amely a hátra haladó fénysugarakat visszaveri, hogy az eszköz erősebb fényt adjon), és megmutatja, hogy így a lencsét erős, párhuzamos fénynyaláb hagyja el. Igen érdekes az 59. propozíció; ebben azt írja, hogy a lencse akkor gyűjtené össze a fényt pontosan, ha nem gömb, hanem hiperbolikus felülete lenne – felfedezi tehát a szferikus aberrációt!

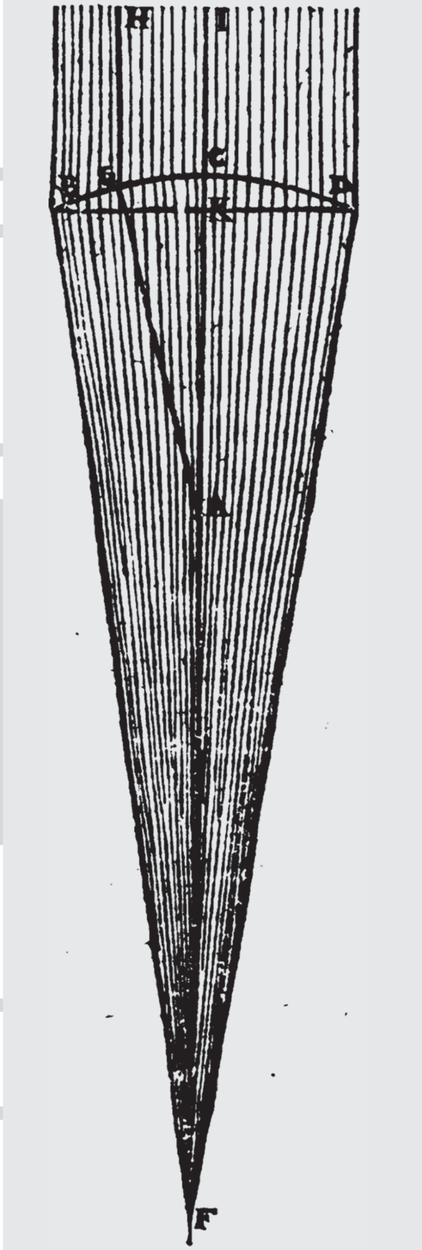
Nézzük meg részletesebben a 34. propozíciót és a bizonyítást, hogy megismerjük Kepler munkamódszerét és a Dioptrice stílusát!

„XXXIV. propozíció.
Ha egy pont párhuzamos [sugarakat] küld egy merőlegesen elhelyezett, 30°-nál kisebb résznyi konvex lencsére, akkor semmi más nem fog történni a sugarakkal, mint hogy belépéskor megtörnek, miközben az az egyetlen sugár nem törik meg, amely áthalad a gömb középpontján, merőlegesen esvén a felületre. A többi törést szenved, és találkoznak a merőlegessel, körülbelül az átmérő másfélszerese után.

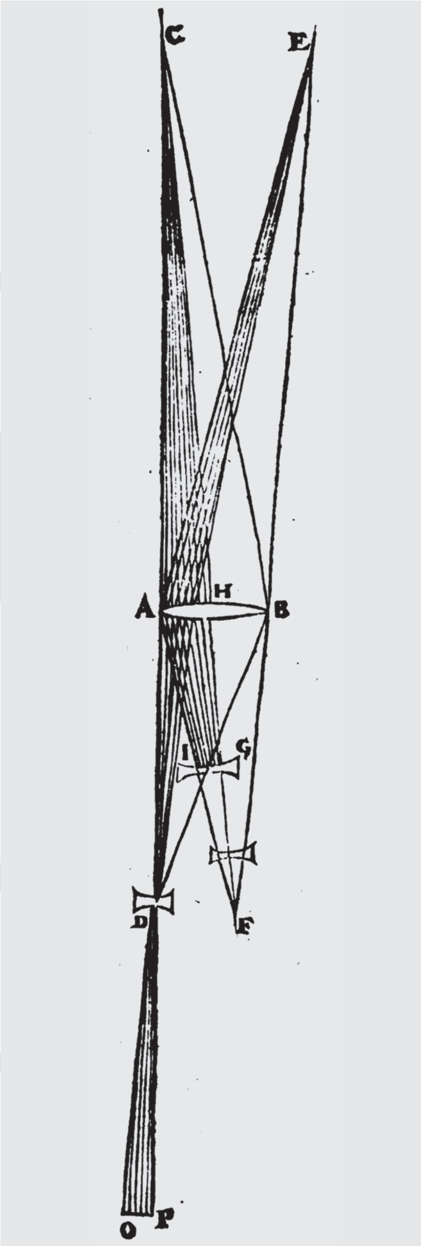
Legyen [adva] valamely távoli pont, amely besugározza egy kristály gömb BD darabját. És legyen BCD [ív] 30°-nál kisebb. A sugárzás tehát a XXIII. szerint párhuzamos lesz. E sugarak közül csak IC lesz merőleges, amennyiben áthalad az A középponton.

Válasszunk ki az IC merőlegesen kívül a levegőben egyet a párhuzamosok közül, legyen ez HG. Mivel tehát HG ferdén esik a BGC felületre, a II. szerint megtörik a G pont beesési merőlegeséhez képest, ami a GA, és így G után nem fog távolodni az IC és a HG. Következik tehát [ebből]: Történjék az összefutás F-ben, és HG a GF-be törjön, minthogy maga HG a G után nem fog távolodni. Kimondom tehát, hogy AF magának CA-nak kétszerese, és így a BCD gömb átmérője. HG-nek ugyanis, ami párhuzamos az IC merőlegessel, GAC szög az inklinációja [azaz ekkora a beesési szög]. Ha tehát a refrakció szöge egyenlő lenne az inklinációval, akkor a HG a GA-ba törne, tudniillik magába a középpontba. De mert a törési szög nem egyenlő, sem nem kétharmada az inklinációnak, hanem annak egyharmada a VIII. szerint; tehát a megtört GF a GA-hoz a GAC inklináció kétharmadával hajlik. Tehát FGA a GAC szög kétharmada. De az AGF és AFG összege GAC-vel egyenlő. Tehát GFA egyharmada magának GAC-nek, és fele magának FGA-nak. Ahogy tehát GFA sinusa fele az FGA kétszeres szög sinusának, úgy GA az AF-nek a trigonometria tanítása szerint. De a 15°-nál kisebb szögek sinusa megközelítőleg arányos magukkal a szögekkel vagy ívekkel. Vagyis az érvelés szerint közelítőleg kétszeres. Ezért GA vagy CA az AF-hez úgy aránylik, mint egy a kettőhöz, vagyis mint a félátmérő az átmérőhöz; és így CF közelítőleg másfél átmérő."

A továbbiakban sokféle alakú (kétszer-



Kepler ábrája a 34. propozíció bizonyításához



Kepler ábrája a 107. propozícióhoz, amely voltaképpen a Galilei-távcső működését magyarázza

domború, homorú-domború stb.) lencsét, valamint több lencse sokféle kombinációját vizsgálja. Végül eljut a távcsövekhez, de nem nevezi meg őket (csak „tubus"-nak, azaz csőnek mondja, s nem említi, hogy ez egy „perspicillum"). A 104. pontban mutatja meg a Galilei-távcső sugármenetét, vagyis hogy az objektív által összegyűjtött nyalábot a megfelelő helyre tett konkáv lencse hogyan párhuzamosítja. A 107. propozícióban szerkesztéssel megmutatja, hogy „Konkáv lencsét téve a szem közelébe, zavaros látványt ad; de ha egy nagyobb konvex lencsét is teszünk bizonyos távolságba a konkávtól, akkor ez kitisztítja a látványt, és nagyít".

A 139. probléma: két lencsét úgy elhelyezni, hogy a szem és a tárgy felé is homorú oldaluk forduljon, és mégis működjenek. A 140. probléma: hogyan kell „egy csövet úgy preparálni, hogy mindkét lencse domború oldala forduljon a szem és a tárgy felé is, és nem kevésbé legyen hatásos". Az utolsó, 141. problémában a cső végein a szem felé homorú, a tárgy felé domború felület néz. Nyilvánvaló, hogy az eredményt a belső felületek görbülete dönti el, amit Kepler az adott esetekre vonatkozóan röviden részletez is. Ha megfelelően választjuk meg ezeket, akkor Kepler-távcsövet kapunk (de kaphatunk Galilei-félét is). Ezt a szerző már nem mondja ki, előadásmódja személytelen, száraz és tárgyilagos. Kepler talán a gyakorlatban is kipróbálta ezeket a lencsekombinációkat, de az is lehet, hogy csak elméletben foglalkozott velük.

Csaba György Gábor

Szubjektív utóirat 1. A szöveg alapján aligha találtam volna meg az előszóban megígért magyarázatokat, ha nem ismerném a Galilei- és a Kepler-távcső felépítését és működését. Hiszen a főszövegben távcsövekről szó sem esik, csak fénytörésről, prizmákról, lencsékről és különféle lencse-kombinációkról.

Szubjektív utóirat 2. A cikkben előforduló idézeteket hevenyészve magam fordítottam a latin eredetiből.