

## TÖBRÖS FELSZÍNFEJLŐDÉS SZÁMÍTÓGÉPES MODELLEZÉSE

TELBISZ TAMÁS

ELTE Természetföldrajzi Tanszék, 1083 Budapest, Ludovika tér 2.  
telbisztom@ludens.elte.hu

*Abstract: In this study, the author presents a cellular automaton landscape evolution model for doline karst areas in order to get a better understanding of the development of karst landform features. Processes are taken into account on two different time-scales: minor elevation changes are counted for one rainfall event in "real time", then all these changes are extrapolated for longer periods according to the modelling goal. The following processes are incorporated in the model: rainfall, evapotranspiration, solution, infiltration, runoff, erosion, mass movements and tectonic effects. The formulation of the model equations and their parameters give a good opportunity to represent the variances of karst evolution (bedrock features, climate, surface character, soil effect, etc.). Model runs produced realistic doline karst landscapes starting from different initial conditions (random surface, plateau edge, smooth surface with different initial infiltration capacity). Some morphogenetical conclusions can be drawn from model results: water-surplus in small depressions increases solution, thus infiltration capacity also becomes greater, so a positive feedback mechanism is very important in the formation of dolines. However, this effect has to be limited on longer timescales. Shape of dolines, to some extent, is the function of the subsurface conduit-system, and widening is effective only if horizontal connections are developed. It is concluded finally, that this infiltration-controlled model is capable of simulate karst landscape evolution and can be a new, useful tool for karst researchers.*

### I. Bevezetés

A (karszt)geomorfológiai kutatások célja a felszín rövid vagy hosszú távú változásainak megragadása. Ezek vizsgálatára számos módszer létezik a minőségi leírásoktól a terepen végzett méréseken keresztül a matematikai modellek alkalmazásáig. Ez utóbbiak alapját a természetben zajló folyamatok egyenletek formájában történő megadása jelenti. A számítógépek fejlődésével új lendületet kapott az analitikusan megoldhatatlan matematikai modellek alkalmazása. Ezek elterjedése *AHNERT F.* (1976) munkája nyomán vált jelentőssé. A felszínfejlődési modellek az alábbi célok elérésére lehetnek alkalmasak (vö. *SZUNYOGH G.* 1995, *TELBISZ T.* 1999a):

- Megmutatják, hogy egy adott felszíntípus kialakulása magyarázható-e a figyelembevett folyamatokkal.
- Képszerűen, érzékletesen járulnak hozzá egy folyamat hatásainak megértéséhez (ez elsősorban a számítógépes szimulációra vonatkozik.).
- Becslést adnak a lepusztulás sebességére (térbelileg átlagoltan és lokálisan egyaránt).
- Feltárják, hogy a felszín morfometriai jellemzői milyen paraméterektől milyen módon függenek.

Számos eredmény vált ismertté a karsztfelszínnek matematikai modellezésével kapcsolatban is. Ezek a kutatások azonban egészen a közelmúltig (differenciál-)egyenletek felírására és analitikus megoldásaira szorítkoztak. *SMITH, D. I.* et al. (1972) a talajtakaró cockpit karsztokra gyakorolt hatásait vizsgálta ezzel a módszerrel. *BROOK, G. A.* (1978) a törésvonalak jelentőségét hangsúlyozta dolinás illetve poligonális karszterületeken egyaránt. *KIRKBY, M. J.* (1986) az oldásos lejtőformák modellezésének keretén belül tárgyalta a karszterületek jellegzetes lejtőinek kialakulását. A karsztfelszínnek vízszintes és függőleges irányú lepusztulásának egyenletrendszerét ismertette több tanulmányban *VERESS M.-PÉNTEK K.* (1990, 1995), valamint *SZUNYOGH G.* (1994, 1995a). Karsztos oldással kialakult kisformák, karrványúk fejlődését *SZUNYOGH G.* (1995b) ragadta meg matematikai módszerekkel.

A közelmúltban jelentek meg a karsztos felszínfejlődést modellező számítógépes szimulációk. A korábban felállított parciális differenciálegyenletrendszer numerikus megoldását célzó algoritmust mutat be *SZUNYOGH G.* (1998). Új utat jelentenek az ún. *sejtautomata* modellek, amelyekben a felszínt alkotó pontok szomszédaikkal való kapcsolatát határozzák meg a modellt vezérlő egyenletek. *AHNERT, A.-WILLIAMS, P. W.* (1997) munkája volt az első kísérlet ebben a műfajban. Ők egy *MUSGRAVE, G. W.* (1935) és *ZINGG, A.* (1940) által kidolgozott tapasztali képletet használtak fel modelljükben:

$$R = K \cdot Q^m \cdot S^n \quad (1)$$

ahol  $R$  egy adott felszínpont időegység alatti oldásos lepusztulását jelenti,  
 $Q$  a felszíni lefolyást,  
 $S$  a helyi lejtőmeredekséget,  
 $K, m, n$ : konstansok.

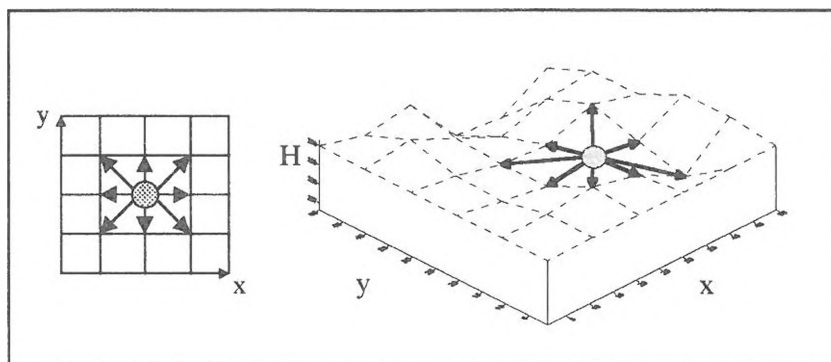
Már ezen az egyszerű lefolyás-vezérelt modellen is tanulmányozható volt a töbrök megjelenése, illetve enyhén módosított feltételekkel a (többgenerációs) kúparsztok létrejötte, amelyek mindig a dolinák közti maradványgerincekből és dombokból alakultak ki.

Saját kutatások eredményeként készült el egy karsztos felszínfejlődést vizsgáló sejtautomata modell (*TELBISZ T.* 1999a), amelynek egy továbbfejlesztett változatát mutatja be az alábbi cikk. (A jelenlegi sejtautomata modell szerkezeti felépítése *COULTHARD, T. J.* et al, 1996, 1997; *FAVIS-MORTLOCK, D.* et al, 1998 és *DEBOER, D. H.* 1999 elsősorban eróziót illetve deráziót figyelembevevő modelljeihez hasonlatos.)

## II. Beszivárgás-vezérelt sejtautomata modell felépítése

### 1. A modell tér-, és időbeli felépítése

A modell térbeli szerkezetét az 1. ábra, folyamatsorát a 2. ábra mutatja be.



1. ábra: A sejtautomata modell térbeli szerkezete  
Fig. 1: 3D structure of the cellular automaton model

A modell vázát egy derékszögű koordináta-rendszer jelenti, amelyben minden egyes rácspontnak 8 szomszédos rácsponttal lehet kapcsolata. Elsőként a kiindulási felszín (vagyis a rácspontokhoz tartozó magassági értékeket:  $H_0(x,y)$  [m]) és a kezdeti beszivárgási képességet ( $C_0(x,y)$  [mm/s]) kell megadni. Az előbbinél több lehetőség közül lehet választani:

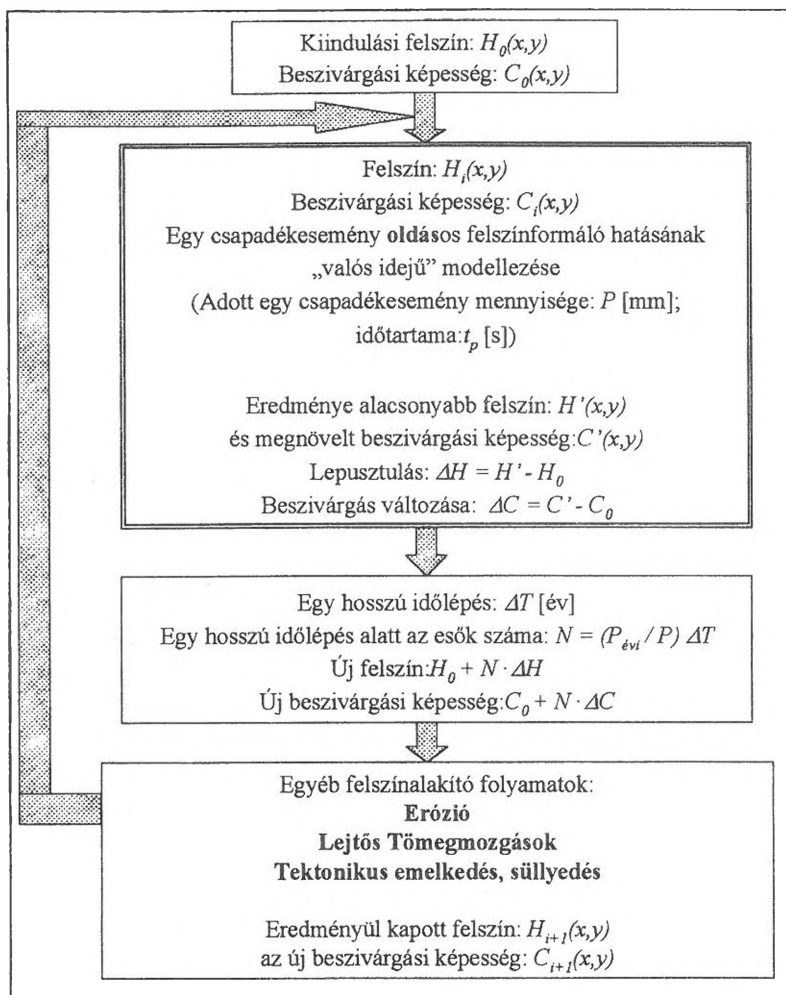
- véletlenszerű, hullámos felszín,
- egyenes lejtő,
- fennsíkperem,
- völgy,
- valós felszín digitális domborzatmodellje.

A beszivárgási képességnél két állapot adható meg:

- egyenletes beszivárgási képesség,
- törésvonalak mentén megnövelt beszivárgási képesség.

A megadott kiindulási felszín és kezdeti beszivárgási képesség alapján a modell végigszámolja a csapadékvíz lefolyásából és beszivárgásából adódó változásokat egy átlagos csapadékesemény (mennyisége:  $P$  [mm]) során a később részletezendő kulcsegyenletek szerint. Ebben a lépésben az oldás miatt végbement változások számítása zajlik, melynek következtében a felszín

csekély mértékben alacsonyabbá válik és megnövekszik a beszivárgási képesség.



2. ábra: A modell folyamatábrája, időléptéke  
Fig. 2: Box-arrow diagram and time scale of the model

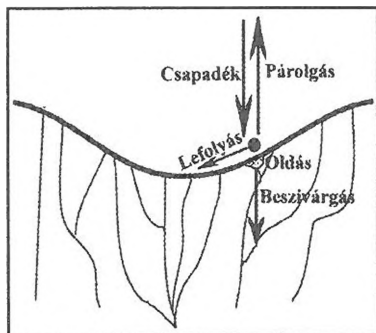
Mivel a felszínfejlődési modell célja elsősorban a formák kialakulásának megfigyelése és a hosszú távú változások nyomonkövetése, ezért – bár elvileg nem kizárt, hogy csapadékeseményről csapadékeseményre lépkedve futtassuk a modellt – a gyakorlatban szükséges egy "gyorsító", hosszabb időlépés ( $\Delta T$  [év]) bevezetése is. Ehhez olyan időtartamot célszerű választani, amely elég rövid ahhoz, hogy a lepusztulás még ne változtassa meg jelentős mértékben a morfológiát, másrészt elég hosszú ahhoz, hogy a modellt futtatá-

sa ne nyúljon túl hosszúra a vizsgálódó számára érdekes időtartományt figyelembevéve. Egy ilyen hosszú időlépésre az évi csapadékösszeg ( $P_{\text{évi}}$  [mm]) ismeretében meg kell határozni az átlagos csapadékesemények számát ( $N$ ), amelynek alapján minden egyes felszínpontra az egy csapadékeseményből kiszámolt lepusztulási rátát ( $\Delta H$ ) illetve beszivárgási képesség változási ütemet ( $\Delta C$ ) kivetítve (extrapolálva) megkaphatjuk a hosszú időlépés alatti változásokat (2. ábra).

Az oldásos eredetű felszíni lepusztulás és beszivárgási képesség változások hosszú időléptékű számítása után kerül sor a többi folyamat (erózió, lejtős tömegmozgások, tektonikus emelkedés, süllyedés) figyelembevételére. Erre azért csak itt kerülhet sor, mert ezek során például az üledékfelhalmozódás következtében a felszín magasodása is elképzelhető egyes felszínpontokban. Az pedig az eredmények torzulásához vezetne, ha az egyes csapadékeseményekre számított felszínmagasodást hosszú időlépésre extrapolálnánk. Mindezen számítások elvégzése után eredményül kapott felszín és beszivárgási képesség lesz a következő nagy iterációs lépés bemenő adata.

## 2. A modellben figyelembe vett folyamatokat vezérlő egyenletek

- Az eső időtartama alatt minden rövid iterációs időlépés ( $\Delta t$ ) során az eső intenzitásának ( $i = P / t_p$  [mm/s]) megfelelő mennyiségű csapadék hullik minden egyes felszínpontra.
- Minden esőcsepp adatai (koordináták, vízmennyiség) egy listára kerülnek.
- Továbbiakban a program az esőcsepp-lista elemeire alkalmazza az alábbi egyenleteket mindaddig, amíg a lista üres nem lesz, vagyis a víz teljesen lefolyt, elpárolgott vagy beszivárgott.



3. ábra: Egy csapadékesemény során figyelembe vett folyamatok  
Fig. 3: Processes taken into account during one rainfall event

a. Az oldás egyenlete (KIRKBY, M. J. 1986, WHITE, W. B. 1988, DREYBRODT, W. 1989, FORD, D. C.-WILLIAMS, P. W. 1989 és SZUNYOGH G. 1994 munkái alapján) azt fejezi ki, hogy a koncentrációváltás sebessége ( $\Delta c/\Delta t$ ) a telítési hiánnyal arányos:

$$\Delta c/\Delta t = k_c \cdot (c_{eq} - c) \quad (2)$$

ahol  $c_{eq}$ : egyensúlyi koncentráció [mg/l];  $c$ : aktuális koncentráció [mg/l];  
 $k_c$ : konstans

Az időegység alatt feloldott mészkő tömegét ( $\Delta m$  [mg]) a koncentrációváltás és a rendelkezésre álló oldószer mennyisége alapján kaphatjuk meg:

$$\Delta m = k_c \cdot (c_{eq} - c) \cdot \Delta t \cdot W \quad (3)$$

ahol  $W$ : az adott ponton lévő vízmennyiség [l];

A mészkő sűrűségének ( $\rho_{mészkő}$  [kg/m<sup>3</sup>]) ismeretében a felszínről leoldott mészkő térfogata meghatározható, amelyből az adott felszínpont által reprezentált felületegységgel ( $A$  [m<sup>2</sup>]) való osztás után megkaphatjuk a felszín oldásos alacsonyodását ( $S$  [m]):

$$S = k_c \cdot (c_{eq} - c) \cdot \Delta t \cdot W \cdot 10^{-6} / (A \cdot \rho_{mészkő}) \quad (4)$$

b. A beszivárgást ( $I$  [mm]) meghatározza az adott időegység alatti beszivárgási képesség ( $C$ ), amely lényegében a felszín alatti járatrendszer fejlettségét tükrözi:

$$I = C \cdot \Delta t \text{ (de maximálisan az adott csepp teljes mennyisége)} \quad (5)$$

A beszivárgás során az oldás egy része a felszín közelében zajlik le, amely így szintén a felszín lepusztulását okozza. A felszínről oldott mészkő mennyisége ( $S_i$  [m]) tehát ez esetben ( $k_s$  konstans):

$$S_i = k_s \cdot S \quad (6)$$

ahol  $S$  értékét (2) alapján számoljuk  $W$  helyett  $I \cdot A$ -t (vagyis a beszivárgó víz össztérfogatát) helyettesítve.

A beszivárgó víz oldja a vízvezető járatok falát is, ezzel bővíti a beszivárgási képességet. Így ez utóbbi adott időegység alatti megváltozása az oldás mennyiségével arányos ( $k_i$  konstans;  $x, y$ : az adott felszínpont horizontális koordinátái):

$$\Delta C(x,y) = k_i \cdot S_i \quad (7)$$

Mivel a felszín alatti járatrendszer nem egymástól elszigetelt függőleges pályákból áll, hanem többé-kevésbé összefüggő hálózatot alkot, ezért egy adott felszínpont beszivárgási képességének javulásával a szomszéd cellák beszivárgási képessége is bővül ( $k_{in}$  konstans):

$$\Delta C(\text{szomszéd}(x,y)) = k_{in} \cdot \Delta C(x,y) \quad (8)$$

c. A lefolyás a 8 szomszédos cella közül a legalacsonyabb felé történik akkor, ha ez alacsonyabb, mint az adott felszínpont. A meredekség alapján meghatározható a lefolyás sebessége ( $v$ ). Ezt a felszínfejlődési modellekben gyakran a Chézy-képlet segítségével számolják (AHNERT, F. 1976), mely szerint a lejtőn lefolyó víz sebessége a lejtőszög meredekségének négyzetgyökével arányos. KONTUR, I. et. al. (1993) alapján azonban megállapítható, hogy ez a számítási mód csak kis meredekség esetén ad jó közelítést, és az elméleti levezetés szerint helyesebb a lejtőszög sinusát figyelembe venni:

$$v = k_v \cdot \sqrt{\sin \alpha} \quad (9)$$

ahol  $\alpha$  a lejtőszöget jelenti,  
 $k_v$ : konstans.

A lefolyási sebesség alapján meghatározható a vízcsepp által az adott cellán eltöltött idő ( $t_{\text{áthaladás}} [s]$ ):

$$t_{\text{áthaladás}} = \Delta s / v = \Delta s / (k_v \cdot \sqrt{\sin \alpha}) \quad (10)$$

ahol  $\Delta s [m]$  a vízcsepp által megtett utat jelenti (két szomszédos felszínpont távolsága a lefolyási iránytól függően).

Az áthaladási idő számítása azért fontos, mert ez határozza meg, hogy a vízcsepp mennyi időt tölt az adott cellán, ugyanis csak abban az iterációs lépésben történik meg a lefolyás számítása, amelyben a cellán töltött idő már

meghaladja az áthaladási időt. Ennélfogva az áthaladási idő – közvetve a lejtőszög – megszabja az oldás rendelkezésére álló időt, végeredményben tehát a felszínpusztulás ütemét és jellegét is befolyásolja.

d. A párolgás ( $E$ ) leegyszerűsített formában számítható adott párolgási ütem ( $R$  [mm/s]) segítségével. A modell az eső utáni első időlépéstől kezdve veszi figyelembe ezt a folyamatot. (A párolgási ráta időbeli változtatására elvileg van lehetőség.)

$$E = R \cdot \Delta t \quad (11)$$

e. A hosszú időlépés végén számított eróziós és lejtős tömegmozgásos folyamatok által okozott lepusztulás ( $\Delta H_e$  [m]) tapasztalati képlettel történő megadása számos szerzőnél szerepel hasonló formában (*AHNERT, F.* 1976, *WILLGOOSE, G.* et al, 1991; *DEBOER, D. H.* 1999):

$$\Delta H_e = a \cdot (\operatorname{tg} \alpha)^b + c \cdot Q \cdot \sin \alpha \quad (12)$$

ahol  $Q$ : a lefolyó vízhozamot (csepp mennyiségét) jelenti két rácspont között;  
 $a, b, c$ : konstansok.

Ez a tapasztalati képlet számos terepi kísérlet statisztikailag kiértékelt eredményére épít, és a felszínalaktani modellezéssel foglalkozó szakirodalomban való használata (kisebbsé módosításokkal) általános. Elméleti szempontból azt fejezi ki, hogy a lejtőn lefelé vándorló anyag mennyisége a lejtőszöggel valamint az eróziós folyamatok esetében a lefolyó vízhozammal is arányos. Fontos különbség, hogy míg az oldásos lepusztulásnál a feloldott anyag az oldószerrel együtt távozik (az újrakiválást ez esetben nem vesszük figyelembe), addig a lejtős tömegmozgásnál illetve erózióknál a szomszéd cellára ráhordódik a lepusztított anyag.

f. A tektonikus emelkedés, süllyedés számításához pedig megadható egy  $T(x,y)$  mátrix, amely minden egyes felszínpontra meghatározza a tektonikus emelkedés mértékét egy hosszú időlépés során. (Akár ennek időbeli változtatása is beépíthető a modellbe.)

### 3. A modell játéktere

Az 1. táblázat gyűjti egybe a modell-egyenletek paramétereit, amelyek a kiindulási felszín és beszívargási képesség valamint a tektonikus adott-

ságok mellett végeredményben a kísérletezés lehetőségét rejtik magukban a modell futtatásakor.

I. táblázat  
Table I.

Modell-paraméterek  
Model parameters

paraméter jele	mit határoz meg
$k_c$	oldás sebességét
$c_{eq}$	egyensúlyi koncentrációt
$k_s$	felszínközeli oldás arányát beszivárgás esetén
$k_i$	beszivárgási képesség növekedését
$k_{in}$	szomszédos cellák beszivárgási képességének növekedését
$k_v$	lefolyó víz sebességét
$R$	párolgás ütemét
$a, b, c$	erózió, tömegmozgások arányát a lepusztulásban
$P_{évi}$	éves csapadékösszeget
$i$	átlagos csapadékesemény intenzitását

A felsorolt paraméterekkel igen sokoldalúan lehet kifejezni egy karszterület adottságait (karsztfelődés variációit, JAKUCS L. 1971):

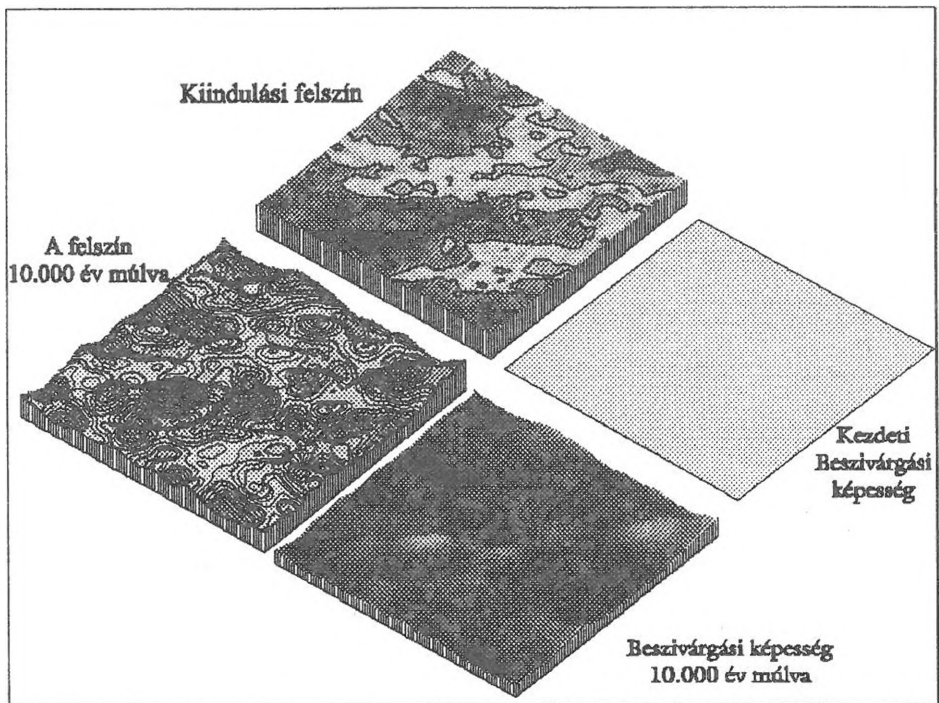
- közzetszerkezeti jellemzők:  $k_i$ ,  $k_{in}$ ,  $k_s$ ,
- éghajlat:  $P_{évi}$ ,  $R$ ,  $i$ ,  $a$ ,  $b$ ,  $c$ ,  $k_c$ ,
- felszín jellege (pl. csupasz szikla vagy növényzet):  $k_v$ ,
- talajhatás:  $c_{eq}$ .

## Eredmények

A modell megvalósítása *VisualBasic* programozási nyelven készült, az ábrák elkészítéséhez pedig a *Surfer* program volt segítségemre. A bevezetésben kitűzött célok közül jelenleg az első kettő valósult meg (formamagyarázat és megjelenítés), a paraméterek kalibrációja folyamatban van, ezért a nagyságrendi kérdések megválaszolása még további munkát igényel. Az alábbiakban bemutatandó szimulációs eredmények többnyire 50x50-es rácshálón vett számításokkal készültek.

A 4. ábrán egy véletlenszerűen megadott, egyenletes beszivárgási képességgel rendelkező kezdeti felszín fejlődése kísérhető nyomon. Világosan látszik, hogy a kezdeti apró terep-egyenletlenségekből nagyobb mélyedések, töbrök alakulnak ki, amelyekhez igazodik a beszivárgási képesség mintázata is. A korábbi modellhez (TELBI SZ T. 1999b) képest döntő változás, hogy a

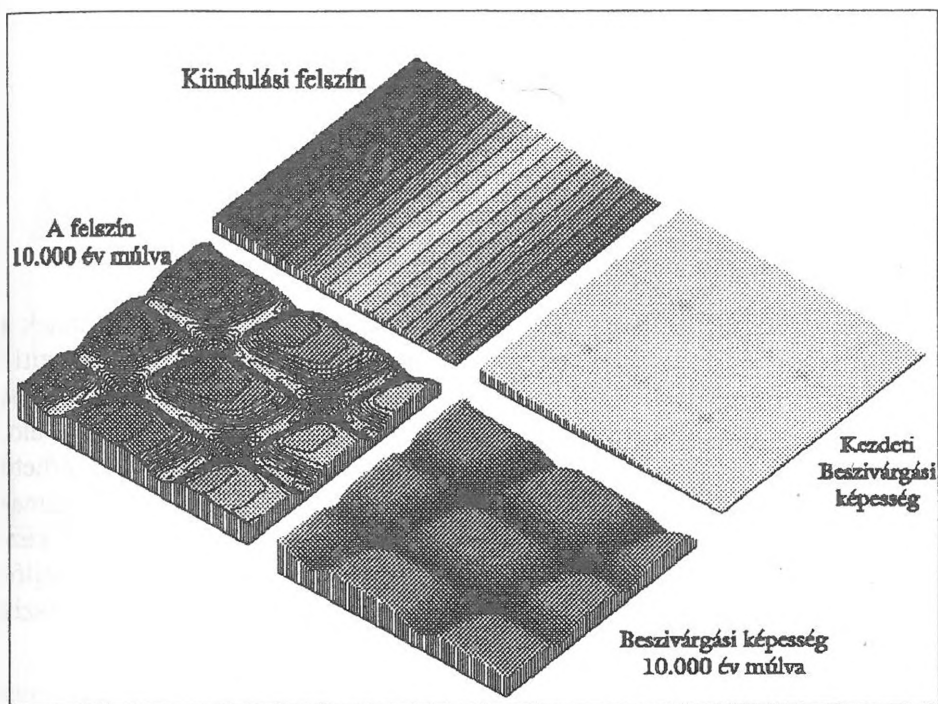
dolinák tágulása is megfigyelhető. Ebben kulcsszerepet játszik a beszivárgási képesség figyelembe vétele, amelyen keresztül egy adott felszínpont "előnye" a beszivárgás illetve oldás tekintetében a szomszédaira is mélyülést erősítő hatást gyakorol. Ezzel a töbrök fejlődésében a felszín alatti járatrendszer összefüggésének kiemelt jelentőséget tulajdoníthatunk, amely a *FORD, D. C.-WILLIAMS, W. P. (1989)* által bemutatott "leszívásos" töbröképződési elméletet (*drawdown dolines*) ily módon alátámasztja. E hatás elhanyagolásával a töbrök tágulás nélküli, erőteljes mélyülése jár együtt, mivel az egyre meredekebbé váló töbrö-oldallejtőkön a gyorsan lefolyó víznek kevés ideje marad beszivárgásra és oldásra. Így a felszín alatti járatrendszer oldalirányú kapcsolatainak viszonylagos fejletlenségét (melynek szerkezeti-kőzettani magyarázatai lehetnek) tehetjük részben felelőssé az oldásos eredetű, nagy mélység/átmérő arányú karsztos mélyedések kialakulásáért. (A zombolyok korróziós eredete mellett foglalt állást *MÜLLER P.-SÁRVÁRY I. 1973*, rész-tényezőként említi *KÓSA A. 1992*).



4. ábra: Felszínfejlődés véletlenszerű kiindulási felszín és egyenletes kezdeti beszivárgási képesség esetén  
 Fig. 4: Landscape evolution in case of random initial topography and uniform initial infiltration capacity

Az 5. ábra egy lejtős kiindulási felszín fejlődését mutatja be, amelynél a kettős törésrendszer miatt a kezdeti beszivárgási képesség a törésvona-

lak mentén kétszerese a többi helyre megadott értéknek (a törésvonalak metszéspontjában pedig négyszeres beszivárgási képesség jellemző). Jól látható, hogy ilyen kezdeti feltételek mellett a repedéses, töréses sávok területén a lepusztulás gyorsabbá válik, és a metszéspontokban zárt mélyedések alakulnak ki. Ezek kialakulása tehát a beszivárgási képesség változásaira vezethető vissza bizonyos esetekben, anélkül, hogy kezdeti felszín-egyenletlenségek feltételezésére lenne szükségünk. Ez a modellből kapott domborzati kép nagyságrendtől függően megfeleltethető a természetben megtalálható felszínformáknak: kis méretben bizonyos karrformák mikrodomborzata követ hasonló mintázatot (mészakőjárdák, ZSENI A.-KEVEINÉ, BÁRÁNY I. 2000), nagyobb méretekben pedig a völgyirányok, illetve a töbrök elhelyezkedése igazodik a jelentősebb szerkezeti illetve kisebb törésvonalakhoz (lásd pl. TELBISZ T. 2001).

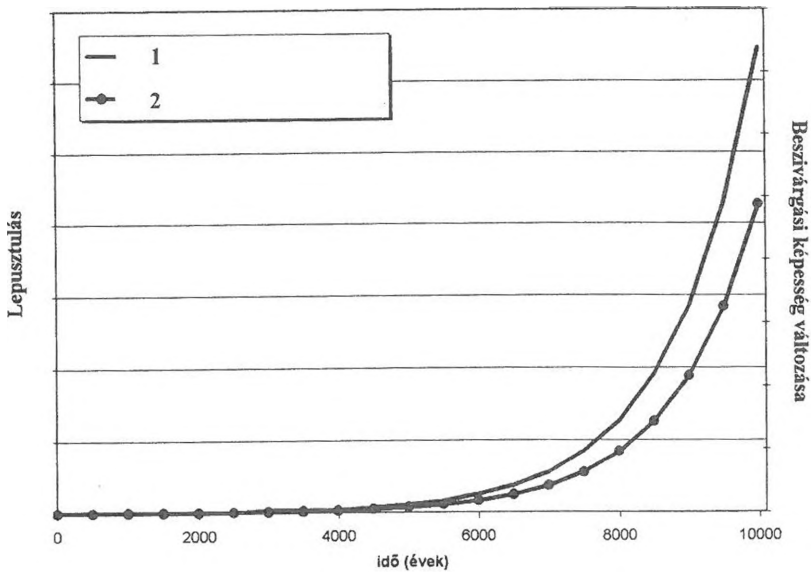


5. ábra: Felszínfejlődés lejtős kiindulási felszín és törésvonalak mentén megnövelt kezdeti beszivárgási képesség esetén

Fig. 5: Landscape evolution of initial sloping topography and initial infiltration capacity increased along fractures

A számítógépes modellek előnye, hogy a lepusztulás időbeli lezajlása megfoghatóvá válik. A fent bemutatott szimulációhoz tartozik a 6. ábra is,

amely az idő függvényében változó lepusztulási görbét jeleníti meg (a kalibrációs nehézségek miatt egyelőre nagyságrend nélkül).



6. ábra: Lepusztulás és beszivárgási képesség időbeli változása  
 Jelmagyarázat: 1. lepusztulás, 2. beszivárgási képesség változása  
 Fig. 6: Denudation and infiltration capacity versus time  
 Legend: 1. denudation, 2. changing of infiltration capacity

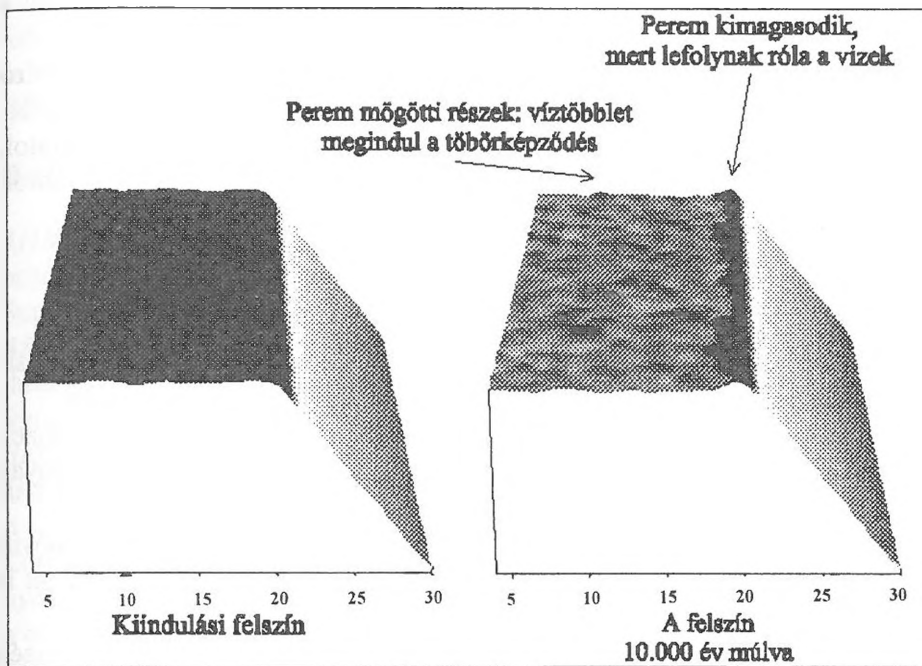
Az ábra szerint a lepusztulás exponenciális növekedést mutat. Ennek a gyorsuló lepusztulásnak a kulcsát az (7) egyenlet jelenti, amely egy pozitív visszacsatolást fogalmaz meg, hiszen a növekvő beszivárgás nagyobb oldást eredményez, amely a beszivárgási képesség erőteljesebb bővülését segíti elő, amelynek következtében a beszivárgás még jelentősebbé válik. Itt érhető tetten a SCHEIDEGGER, A. E. (1983) által – a karsztokra is – megfogalmazott instabilitási elv, amely ez esetben azt jelenti, hogy egy kismértékű kezdeti előny (a lefolyás illetve a beszivárgási képesség szempontjából) a fejlődés során jelentős eltéréssé fajulhat. Ez az elv valóban fontos szerepet játszik a karsztfejlődésben. Az (7) egyenlet némi módosításával:

$$\Delta C(x,y) = k_i \cdot \log(S_i) \quad (13)$$

a fenti exponenciális fejlődés "kikapcsolható", ám ez esetben nem vagy alig alakultak ki zárt mélyedések, és a felszín alacsonyodása lényegesen egyenletesebb volt. Ugyanakkor a hosszútávú felszínfejlődésben irreálissá, tarthatatlanná válik a 6. ábrán látható gyorsuló lepusztulás, ezért a beszivárgási képesség kezdeti, gyorsabb (lineáris?) ütemének későbbi mérséklődését (loga-

ritmikus bővülését?) célszerű feltételeznünk. Ez a természetben lejátszódó folyamatoknak is jobban megfelel, hiszen a táguló járatokban a víz térfogatának egyre kisebb hányada érintkezik a járat falaival, tehát az oldás beszivárgáshoz viszonyított aránya is romlik. Ennek körültekintő matematikai megfogalmazása azonban még további vizsgálódást igényel.

Az utolsó esettanulmány a kezdeti sajátos domborzati adottságok többszörös felszínfejlődésben játszott szerepét világítja meg. A 7. ábrán egy egyenletes kezdeti beszivárgási képességgel rendelkező fennsíkperemi terület alakulása kísérhető nyomon.



7. ábra: Fennsíkperem oldásos fejlődése  
 Fig. 7: Solutional development of a plateau edge

A plató pereménél a meredekség megváltozása eltérő oldásos eredetű lepusztulási sebességet eredményez. A véletlenszerű, apró kezdeti domborzati egyenetlenségekkel megadott fennsíkon a víz tetemes része beszivárog, továbbá a lefolyás sebessége (ahol egyáltalán van) jóval lassabb, mint a meredek lejtőkön, következésképpen az oldott anyag mennyisége is jelentősebb az enyhén lejtő illetve sík területeken, mint a meredek részeken. Ha egy területen az oldásos lepusztulás mellett csekély jelentőséggel bírnak az egyéb, eróziós-deráziós hatások, akkor ez ahhoz vezet, hogy az enyhébb lejtésű részeken nagyobb lesz a lepusztulás sebessége, melynek következtében a me-

redekebb lejtő pereme lassabban alacsonyodik, mint a mögötte található enyhe lejtésű területek, így idővel ez a perem "kipreparálódik", és kiemelkedést ("gátat") képez a fennsík szélén. (Terepi tapasztalatok is sokfelé alátámasztják ezt a képet: a karsztos fennsíkok – pl. Magyarországon a Bükk-fennsík, Nagy-oldal, stb. – esetében számos helyen megfigyelhetjük, hogy a meredek platóperemeknek a fennsík felé néző oldala befelé enyhén lejt.) Ez a folyamat a későbbiekben oda vezet, hogy erről a kiemelkedésről a ráhulló csapadék egy része a fennsík felé folyik vissza, ott víztöbbletet jelent, megnövelve ezáltal az oldás mennyiségét, és ezzel a töbrök kialakulását, növekedését segíti elő. (Ilyen elhelyezkedésű dolinákat a természetben is fel lehet fedezni a fennsíkok pereméhez közeli helyzetben.)

Hasonló módon: ahol a völgyek meredeksége változik, ott is az eltérő lepusztulási sebesség miatt a különböző meredekségű völgyszakaszok oldásos eredetű alacsonyodása eltérő lesz, és amennyiben ezt egyéb folyamatok nem ellensúlyozzák, akkor a meredekség megváltozásánál megnő a töbrök kialakulásának valószínűsége.

## Következtetések

A bemutatott matematikai modell és annak számítógépes megvalósítása alapján a következő karsztmorfológiai állítások fogalmazhatók meg:

- A töbrök kialakulása a kezdeti apró mélyedésekben összegyülekező vizek hatására indul meg, ahol nő a beszivárgás és ezzel együtt az oldott anyag mennyisége, végeredményben tehát a lepusztulás.
- A töbrök tágulása azzal magyarázható, hogy a mélybeszivárgó víz bővíti a felszín alatti járatrendszert, ezzel környezetének beszivárgási képességét is növeli.
- A felszínindifferenciálódás kezdeti szakaszában a beszivárgási képesség exponenciális növekedése fontos szerepet játszik és pozitív visszacsatolást eredményez, ezzel a töbrök kialakulásának lényeges elősegítője. Hosszú távon azonban ez a gyorsuló növekedés irreális eredményekhez vezet, ezért a beszivárgási képesség növekedését mérséklő, illetve ezzel ellentétes folyamatok feltételezése is szükséges.
- Töbrök képződése egyenletes kiindulási felszín esetén magyarázható a törésvonalak mentén megnövekvő beszivárgással, amely elsősorban a metséspontokban vezet karsztos (oldásos eredetű) mélyedések kialakulásához. Kis léptékben hasonló repedés-adottságok "karrjárdák" létrejöttéhez vezetnek.
- Meredekebb lejtők oldásos pusztulása a gyors vízfolyás miatt lassabb (kevesebb idő jut az oldásra és beszivárgásra) ezért ha az egyéb folyamatok

(erózió, tömegmozgások) ezt nem ellensúlyozzák, akkor a következő morfológiai következmények adódnak:

1. Fennsík pereme „kipreparálódik”, azaz mindkét irányban lejteni fog: kifelé meredeken, befelé enyhébben.
2. Töbrök kialakulása csak kisebb lejtésű területeken jellemző.
3. Ahol egy völgy meredeksége változik, ott nő annak a valószínűsége, hogy töbrök alakuljon ki.

- Az ismertetett beszivárgás-vezérelt sejtautomata-modell alkalmas arra, hogy a karsztos területek felszínformáit sokoldalúan modellezze.

- A modell további bővítése elsősorban a törmelékes zóna, nemkarsztos fedőréteg (talaj) szerepének árnyalt (hidrológiai, ökológiai) megközelítésével valószínűsíthető meg (ZÁMBÓ L. 1970, KEVEINÉ, BÁRÁNY I.-MEZŐSI G. 1978, KEVEINÉ, BÁRÁNY I. 1985).

## IRODALOM

AHNERT, F. (1976): Brief description of a comprehensive three-dimensional process-response model of landform development. - Z. Geomorph. N. F., Suppl. Bd. 25, p.29-49.

AHNERT, F.-WILLIAMS, P. W. (1997): Karst landform development in a three-dimensional theoretical model. - Z. Geomorph., Suppl.108, Berlin-Stuttgart, p.63-80.

BROOK, G.A.-FORD, D.C. (1978): The origin of labyrinth and tower karst and the climatic conditions necessary for their development. - Nature 275, p.493-496.

COULTHARD, T. J.-KIRKBY, M. J.-MACKLIN, M. G. (1997): Modelling hydraulic, sediment transport and slope processes, at a catchment scale, using a cellular automaton approach. - In: PASCOE, R. T.(eds): Proceedings of the second annual conference. GeoComputation 97, University of Otago, Dunedin, New Zealand. p. 309-318.

COULTHARD, T. J.-KIRKBY, M. J.-MACKLIN, M. G. (1996): A cellular automaton landscape evolution model. - In: ABRAHART, R.J.(eds): Proceedings of the First International Conference on GeoComputation (Volume 1), School of Geography, University of Leeds. p. 248-281.

DEBOER, D.H. (1999): Self-organization in fluvial landscapes: sediment dynamics as an emergent property. - In: ABRAHART, R.J.(eds): Proceedings of the Fourth Annual Conference on GeoComputation, Mary Washington College, Virginia, USA, CD, [http://www.geovista.psu.edu/geocomp/geocomp99/Gc99/074/gc\\_074.htm](http://www.geovista.psu.edu/geocomp/geocomp99/Gc99/074/gc_074.htm)

- DREYBRODT, W.* (1989): Karst Development in Its Initial State: a Model of Speleogenesis - Proceedings of the 10<sup>th</sup> International Congress of Speleology, 13-20. August, 1989, Hungary, Budapest. p.174-176.
- FAVIS-MORTLOCK, D.-BOARDMAN, J.-PARSONS, T.-LASCELLES, B.* (1998): Emergence and erosion: a model for rill initiation and development. – In: *ABRAHART, R.J.*(eds): Proceedings of the Third Annual Conference on GeoComputation, University of Bristol, CD, [http://divcom.otago.ac.nz/SIRC/GeoComp/GeoComp98/86/gc\\_86](http://divcom.otago.ac.nz/SIRC/GeoComp/GeoComp98/86/gc_86).
- FORD, D.C.-WILLIAMS, P.W.* (1989): Karst Geomorphology and Hydrology. – London, Unwin Hyman.
- JAKUCS, L.* (1971): A karsztok morfogenetikája. – Akadémiai Kiadó, Budapest.
- KEVEINÉ BÁRÁNY, I.-MEZŐSI, G.* (1978): Adatok a karsztos dolinák talaj-ökológiai viszonyaihoz. – Földr. Ért., 27, p.65-73.
- KEVEINÉ BÁRÁNY, I.* (1985): A karsztdolinák talajainak és növényzetének sajátosságai – Földr. Ért., 34, p.195-207.
- KIRKBY, M. J.* (1986): Mathematical models for solutional development of landforms. - in: *S. T. TRUDGILL* (edt.): Solute Processes. - John Wiley & Sons, Chichester. p.439-495.
- KONTUR, I.-KORIS, K.-WINTER, J.* (1993): Hidrológiai számítások. - Akadémiai Kiadó, Budapest.
- KÓSA, A.* (1992): Nyolcvan év az Alsó-hegyen (Még egy szó a zombolyokról). - Karszt és Barlang, MKBT, Budapest, p.9-14.
- MUSGRAVE, G. W.* (1935): Some relationships between slope-length, surface-runoff and the silt load of surface-runoff. – Trans. Am. Geophys. Union, 16, p.472-478.
- MÜLLER, P.-SÁRVÁRY, I.* (1973): Pure Korrosive Model of the Development of Vertical Karst-Shafts. - IGU European Reg. Conf. Symposium on Karst Morphogenesis. Papers. JATE, Szeged, p.233-243.
- SCHEIDEGGER, A. E.* (1983): Instability principle in geomorphic equilibrium. – Z. Geomorph N. F., 27, p.1-19.
- SMITH, D.I.-DREW, D.P.-ATKINSON, T.C.* (1972): Hypotheses of karst landform development in Jamaica. – Trans. Cave. Res. Gp. GB 14, p.159-173.
- SZUNYOGH, G.* (1994): Szabad, talajjal nem borított mészkőfelszín karsztosodásának általános egyenletrendszere. - Karsztfejlődés I. (Totes Gebirge karrjai), Pauz Kiadó, Szombathely, pp.145-164.
- SZUNYOGH G.* (1995a): A matematikai modellezés helye és szerepe a karsztosodással járó folyamatok leírásában. - Karszt és Barlangkutatás, 10, p.251-269.

- SZUNYOGH G.* (1995b): Karrvályúk vízszállító-képességének elméleti meghatározása. – IV. Karsztológiai Szeminárium, Szombathely
- SZUNYOGH, G.* (1998): Sziklakarrok karsztosodásának matematikai modellezése. - Karsztfejlődés II. (Totes Gebirge karrjai), BDF Természetföldrajzi Tanszék, Szombathely, p.7-34.
- TELBISZ, T.* (1999a): Számítógépes szimuláció a felszínalaktanban. – Földr. Közl., 123, p.151-162.
- TELBISZ, T.* (1999b): Karsztos felszínfejlődés számítógépes szimulációja. – Geográfus Doktoranduszok IV. Országos Konferenciája, Szegedi Tudományegyetem, Természeti Földrajzi Tanszék, CD, <http://phd.ini.hu>.
- TELBISZ, T.* (2001): Új megközelítések a töbör-morfometriában az Aggteleki-karszt példáján. – Földr. Közl. (megj. alatt).
- VERESS M. - PÉNTEK K.* (1990): Kísérlet a karsztos felszínnek denudációjának kvantitatív leírására. - Karszt és Barlang, 1, p.19-28.
- VERESS M. - PÉNTEK K.* (1995): Kísérletek a felszíni vertikális karsztosodás leírására. - Földrajzi Értesítő, 44/1-2., p.157-177.
- WHITE, W. B.* (1988): *Geomorphology and Hydrology of Karst Terrains.* – Oxford, University Press.
- WILLGOOSE, G.-BRAS, R. L.-RODRIGUEZ-ITURBE, I.* (1991): Results from a new model of river basin evolution. - *Earth Surface Processes and Landforms*, 16, p.237-254.
- ZÁMBÓ, L.* (1970): A vörösagyagok és a felszíni karsztosodás kapcsolata az Aggteleki-Karszt délnyugati részén. – Földr. Közl., 18, p.281-293.
- ZINGG, A. W.* (1940): Degree and length of land slope as it affects soil loss in runoff. – *Agric. Engineering*, 21, p.59-64.
- ZSENI A.-KEVEINÉ BÁRÁNY I.* (2000): Nagy-Britannia mészkőjárdái és a talaj hatása azok fejlődésében. – Karsztfejlődés V., BDF Természetföldrajzi Tanszék, Szombathely, p.181-194.

