

# A legelső ferdetengelyű képzetes vetület

KERKOVITS Krisztián

DOI: 10.30921/GK.74.2022.1.2

**Absztrakt:** Ez a dolgozat egy ma már kevésbé ismert ferdetengelyű képzetes vetületre világít rá, amelyet 1926-ban mutatott be Pécsi Albert magyar földrajztudós. Ez egy olyan ferdetengelyű Hammer-vetület, amelynek kezdőpontja az é. sz. 25°-on található. Jelen írás elsőként föleleveníti az elforgatott elhelyezési képzetes vetületek elméletét, majd részletes áttekintést kapunk az első ilyen vetületek keletkezési körülményeiről. A cikkből kiderül, hogy valójában ez a leképezés a legrégebbi ismert ferdetengelyű képzetes vetület. Végül kortárs példák alapján megvizsgáljuk, hogy ez a vetület alkalmazható-e napjaink kartográfiai gyakorlatában is.

**Abstract:** In this paper, the author examines an old non-conical map projection presented in 1926 by the Hungarian geographer, Albert Pécsi. This can be described as a Hammer map projection in a simple oblique aspect centred on latitude 25°N. After a careful study of the literature on oblique and transverse non-conical map projections in the first half of the 20th century, it turns out that this is the first known application of a non-conical map projection in an oblique aspect. Analysing recent examples of oblique maps, the article concludes that this mapping may worth the attention of contemporary cartographers.

**Kulcsszavak:** ferdetengelyű képzetes vetület, Pécsi Albert, Hammer-vetület

**Keywords:** non-conical map projection, Albert Pécsi, Hammer map projection

## A fókálózat-elforgatás

A gömb alakúnak tekintett (vagy gömbvetülettel gömbfelületre képezett) Föld természetes forgástengelyét a gömb lehetséges forgástengelyei közül rendszerint kiemeljük, a forgástengely és a gömbfelület metszéspontjait pólusoknak, a rá merőleges síkban lévő főkört pedig Egyenlítőnek nevezzük. Ezt követően kiválasztunk egy kezdőmeridiánt, majd a közismert módon definiáljuk a földrajzi szélességet és hosszúságot. Ugyanakkor nem az itt leírt földrajzi koordináta-rendszer az egyetlen lehetőség a gömb paraméterezésére: pl. a Föld természetes forgástengelyén kívül a gömb a középpontján átmenő bármelyik tengelyre forgásszimmetrikus, és ezekre a tetszőlegesen választott tengelyekre vonatkoztatva az előbb leírt szokásos módon létrehozható az ún. földrajzi segéd-koordinátarendszer. Ebben a rendszerben a megfelelő alakzatokat *segédpólus*, *segédegyenlítő*, *kezdő segédmeridián* stb. néven jelöljük, a folyamatot pedig *fókálózat-elforgatásnak* nevezzük.

Gömb alapfelületű vetületeinket változatlan alakjukban alkalmazhatjuk a földrajzi segédkoordinátákra is, ha az  $x(\varphi, \lambda)$ ;  $y(\varphi, \lambda)$  vetületi egyenletekben a földrajzi koordináták helyébe a segédkoordinátákat helyettesítjük. A magyar geodéziai gyakorlatban megszoktuk, hogy az ilyen vetületek

esetén (pl. budapesti sztereografikus, EOV) elégséges az egyik segédpólusnak vagy a segédegyenlítő és a kezdősegédmeridián metszéspontjának (a továbbiakban röviden *vetületi középpont*) a helyzetét megadni. A segédpólus helyzete alapján a vetületeket három csoportba osztjuk: ha a segédpólus valamelyik pólusba esik (azaz a fókálózatot nem változtatjuk meg vagy a két pólus szerepét fölcseréljük), a vetületet normális, ha a segédpólus az Egyenlítőre esik, akkor *transzverzális*, általános helyzetben pedig *ferdetengelyű* elhelyezésűnek tekintjük. A tömörség érdekében a normálistól eltérő elhelyezéseket a továbbiakban összefoglalóan *indirekt elhelyezés* néven jelölöm.



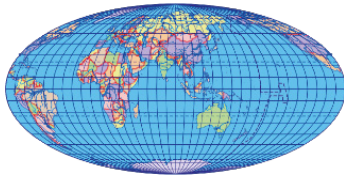
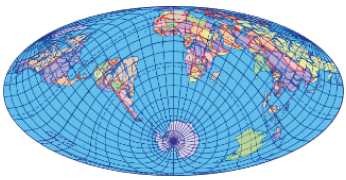
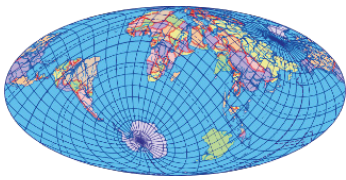
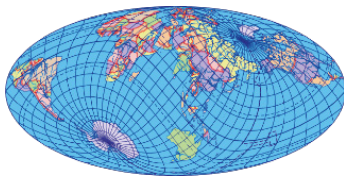
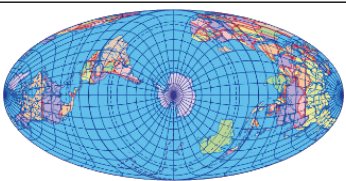
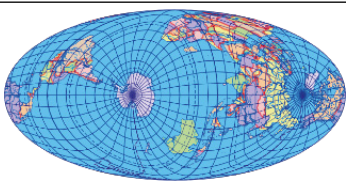
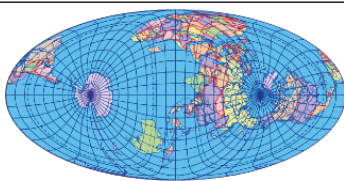
Az itt gömb alapfelületre (vagy gömbön keresztül történő kettős leképezésekre) megadott definíció egyszerűen általánosítható forgási ellipszoidra. Az ellipszoidi vetület képleteiben az excentricitás helyére nullát helyettesítve egy gömbi vetületet kapunk. Ennek elhelyezését tekintjük egyúttal az ellipszoidi vetület elhelyezésének.

## Képzetes vetületek hét nézőpontja

Eddig a pontig implicite feltételeztük, hogy az amúgy önkényesen megválasztható kezdő-segédmeridián

áthalad az Északi-sarkon. Ez a kikötés a *valódi* vetületek körében az általánosság földadása nélkül történt, a kezdő-segédmeridián megváltoztatásától a térkép csak eltolást vagy elforgatást szenved. (A valódi vetületek olyan leképezések, amelyek a paralellköröket koncentrikus körökként, körívakként vagy párhuzamos egyenesekként, míg a meridiánokat egy pontba összetartó vagy párhuzamos, a paralellköröket egyenként és merőlegesen metsző egyenesként jelenítik meg; következésképpen a fókálózat elforgatással vagy eltolással önmagába vihető át.) Azonban a *képzetes* vetületek nem rendelkeznek ezzel a szimmetriával, itt bizonyos helyzetekben a fókálózat képen jelentős változást érzékelhetünk. Az 1. ábrán látható kilenc elhelyezésből hét olyan, amelyiken alapvetően eltérő fókálózati képet találunk.

A *normális* elhelyezésben a fókálózat képe továbbra is független a kezdő-segédmeridián megválasztásától. Transzverzális elhelyezésben háromféle fókálózati képet kapunk: ha a kezdő-segédmeridián valamelyik póluson áthalad, akkor *első*, ha az Egyenlítő mentén halad, *második*, általános esetben pedig *ferde transzverzális* elhelyezésről beszélünk. Hasonlóképp osztjuk a ferdetengelyű vetületeket egyszerű (póluson áthaladó kezdő-segédmeridián),

| Kezdő segédmeridián<br>segédhosszúsága<br>( $\lambda_k^*$ ) | $\lambda_k^* = 0^\circ$   | $0^\circ < \lambda_k^* < 90^\circ$  | $\lambda_k^* = 90^\circ$   |
|---|---|---|--|
| Segédpólus<br>szélessége ( $\varphi_p$ )                    |   |   |  |
| $\varphi_p = 90^\circ$<br>(normális)                        | <br>Normális               | <br>Normális                | <br>Normális                    |
| $0^\circ < \varphi_p < 90^\circ$<br>(ferdetengelyű)         | <br>Egyszerű ferdetengelyű | <br>Általános ferdetengelyű | <br>Aszimmetrikus ferdetengelyű |
| $\varphi_p = 0^\circ$<br>(transzverzális)                   | <br>Első transzverzális    | <br>Ferde transzverzális    | <br>Második transzverzális      |

1. ábra. Képzetes vetületek hét nézőpontja a segédpólus és a kezdő-segédmeridián elhelyezésének függvényében

aszimmetrikus (pólusok irányára merőleges kezdő-segédmeridián) és általános ferdetengelyű elhelyezésről. Utóbbit röviden plagális elhelyezésnek nevezzük Wray (1974) nyomán, aki az előbb ismertetett rendszerezést a XX. század első felében keletkezett indirekt elhelyezésű képzetes vetületek vizsgálata alapján elsőként leírta. A magyar nyelvű terminológia Kósa (1984) diplomamunkáján alapszik.

Ha kétség támadna, hogy egy leképezés lehetséges elhelyezései közül melyik a normális, Wray (1974) konvencióját követve azt fogjuk annak tekinteni, amelyiknek képletei a leg-egyszerűbbek, fokhálózati képe a legnagyobb szimmetriát mutatja. Ha ez nem vezetne egyértelmű eredményre, akkor a lehetséges jelöltek közül az elsőként leírt elhelyezést tekintjük normálisnak.

Képzetes vetületet indirekt elhelyezésben hasonló céllal használhatunk, mint valódiakat: kedvező torzulású zónáikat az ábrázolt területre forgathatjuk. Fontos megjegyezni, hogy a valódi vetületek torzulásai félgömbnél kisebb területen még elfogadható mértékűek, és képzetes vetületekkel

nem érünk el jelentős mértékű javulást. Éppen ezért igen nagy területek, különösen a teljes földfelszín ábrázolásakor jönnek szóba. Látszólag nincs sok értelme elforgatni egy világtérkép fokhálózataát, hiszen a vetületi torzulások összege változatlan marad, csupán más területekre esnek a kedvezőtlen részek. Ezzel együtt nem biztos, hogy a térképi tematika szempontjából minden terület egyformán fontos, így kívánatos lehet a torzulások átcsoportosítása. Még fontosabb szempont lehet, hogy a 180°-os segédmeridián mentén a legtöbb vetület folytonos ábrázolása megszakad, és ezt a folytonossági hiányt nem tudjuk a térkép-tükrön kívülre helyezni egy világtérképen. Egy indirekt elhelyezésű vetülettel elérhető, hogy a folytonossági hiány egy tetszőleges főkör felén jelentkezzen, és így lehetőség szerint elkerülje a tematika szempontjából kiemelt térségeket.

### Térképvetületek a XX. század hajnalán

Ahhoz, hogy az első indirekt elhelyezésű képzetes vetületek keletkezési

körülményeit megérthessük, szükséges a témát tudománytörténeti szempontból is megvizsgálni. A legelső ilyen térképek a két világháború között készültek; ez éppen egybeesik azzal az időszakkal, amikor a kartográfia önálló tudománnyá vált (Pápay-Török 1995). Ez az eseménysor a vetülettan robbanásszerű fejlődésével járt. Például a ma ismert területtartó képzetes vetületek túlnyomó többsége 1920 és 1950 között keletkezett (Snyder 1993).

Egy fiatalabb olvasónak talán már nehéz elképzelni, mekkora munkával járt a számítógépek elterjedése előtt egy vetületi transzformáció végrehajtása. Hazay (1954) klasszikus leírása bemutatja, hogy a koordináták vetületbe helyezésére három módszer lehetett alkalmazni. Ezek közül a témánk szempontjából legfontosabb a kis méretarányú térképeken alkalmazott görbeseregek módszere, amelynek lényege, hogy a fokhálózatot körző és vonalzó segítségével szerkesztették föl a papírra, és az egyes foktrapézok tartalmát kézi rajzzal töltötték ki a forrástérkép anyagával.

Ez a módszer szükségszerűen azzal járt, hogy a könnyen szerkeszthető fokhálózatok népszerűbbek voltak. A XX. század elején készült térképek és atlaszok még többnyire valódi vetületeket alkalmaztak, képzetes vetületek közül inkább azokat ismerték, amelyeknek fokhálózati vonalai gyorsan szerkeszthető vonalak (körív, ellipszisív, egyenes) voltak. Bár az igény, hogy az egyes vetületeket matematikai leírással lássanak el, már jóval korábban megfogalmazódott, számos ekkor keletkezett vetületet még kizárólag szerkesztési utasítással adtak meg, teljes értékű matematikai leírás nélkül. Példaként említhetjük van der Grinten (1904) vetületét. Az ezt leíró cikk kiváló példája a szerkesztés-középpontú gondolkodásnak, mert a Lagrange-vetület akkor is már régóta ismert matematikai leírása (Lambert, 1772) mellé is közöl egy új geometriai szerkesztési eljárást, hogy a vetület gyakorlati alkalmazása egyszerűbb legyen.

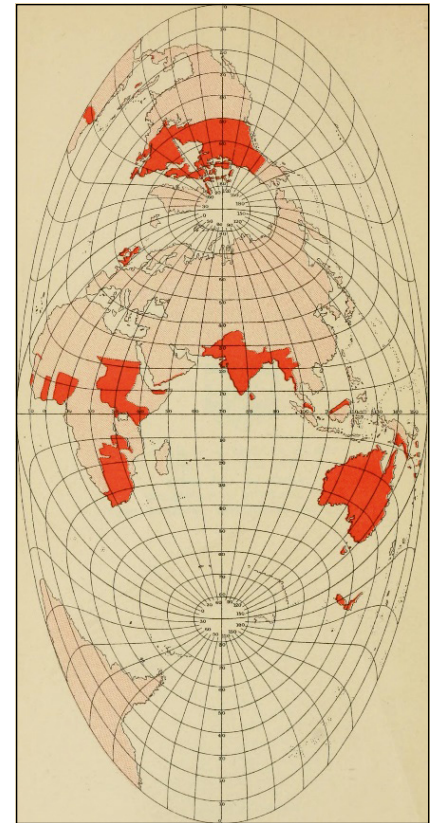
Amikor az egyes elforgatott fokhálózati vetületeket vizsgáljuk, észrevehetjük, hogy feltűnően sok közöttük a területtartó. Ez a szerző véleménye szerint egyfajta divatja lehetett ennek a korszaknak, mert az ebben az időszakban keletkezett térképeken a mai vetülethasználati szokásokhoz képest valamivel sűrűbben találkozunk területtartó leképezésekkel. A szögletes póluspontú vetületek esztétikai szempontból kevésbé alkalmasak fokhálózat-elforgatásra, míg a pólusvonalas vetületek indirekt elhelyezése csak akkor fogadható el, ha a pólusvonal a térképkereten kívül esik. Ennek oka, hogy a szögletes kontúr és a pontok vonalra képződése csak a földrajzi pólusokban számít megszokottnak. Ebben az időszakban két olyan területtartó vetület volt közismert, amelynek póluspontjánál a kontúrvonal ívelt, nem törik meg: Mollweide képzetes hengervetülete már korábbról ismert volt, míg Hammer (1892) vetülete nem sokkal a számunkra érdekes időszak előtt keletkezett. Nem meglepő tehát, hogy elforgatott világtérképekre éppen ezt a két vetületet alkalmazták leggyakrabban, a többi vetületben alig született eladásra szánt térkép.

## Elforgatott képzetes vetületek a II. világháborúig

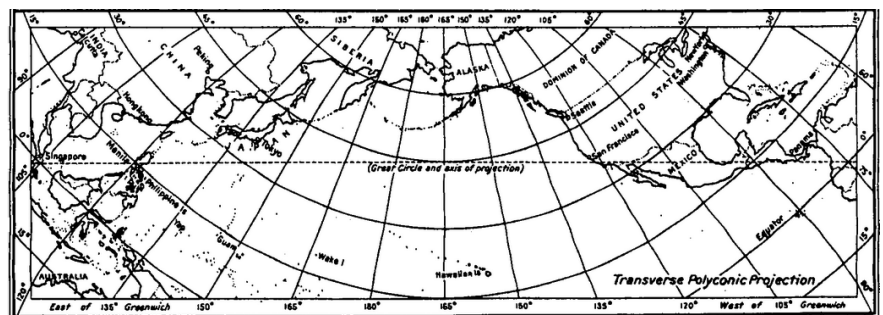
A XIX. század végén indultak terjedésnek azok a vetületek, amelyeknek geometriai szerkesztése nem megoldható. Ezeket a vetületeket nagy számtáblázatok kíséretében publikálták, amelyek tartalmazták, hogy az egyes fokhálózati metszéspontokat mely koordinátákra kell a milliméterpapíron elhelyezni. Bár a táblázatok alkalmazása még mindig nehézkes, de korántsem annyira, mintha a térképésznek magának kellene ezeket függvénytáblázatok és logarléc segítségével meghatározni. Így tehát az indirekt elhelyezésű vetületek elterjedését kedvezően befolyásolta, amikor Hammer (1889) elsőként közölte táblázatos formában a kerek fokhálózati értékek segédszélességét és segédhosszúságát. Ezt követően már nem kellett sokat várni az első gyakorlati alkalmazásokra.

Snyder (1993) részletes könyvet írt a vetülettan fejlődéséről. Eszerint az első indirekt elhelyezésű képzetes vetületet a brit származású Close készítette 1908-ban. Az eredeti térkép a brit katonai térképészet egy kiadványának belső borítójára készült, így ma már nem érhető el; azonban azonos lemezzel újryomottatták egy vetülettani tankönyv (Hinks 1912) belső borítójára. A térkép a Brit Birodalom kiterjedését mutatja be. A képet és a leírást (Hinks 1912, p. 61.) elemezve a térkép egyértelműen a Mollweide-vetület második transzverzális elhelyezésében készült, a segédpólus a k. h. 160°-on található, az Óvilágot és Ausztráliát hozza kedvező helyzetbe (2. ábra).

Hamarosan megjelent az USA-ban is egy ferde transzverzális képzetes vetület. Adams (1919, p. 171.) jelzi elsőként, hogy Lindenkohl és Deetz is alkotott egy-egy ferde transzverzális polikónikus vetületet az USA, illetve az Északi-Csendes-óceán ábrázolására. Utóbbi vetületről később megtudjuk (Deetz-Adams 1921, p. 55.), hogy kifejlesztését a spanyol-amerikai háború során a helytelen vetületválasztásból adódó katonai problémák motiválták. Az új vetület elhelyezését úgy definiálja, hogy a kezdő-segédmeridián a San Fransiscót Manilával összekötő főkörre (3. ábra) esik, a segédpólusok pedig ezen főkör és az Egyenlítő metszéspontjain találhatók.



2. ábra. Mollweide-vetület második transzverzális elhelyezésben (Hinks 1912)



3. ábra. Ferde transzverzális amerikai polikónikus vetület (Deetz-Adams 1921)

Az előzményektől függetlenül, Németországban is készültek ferde transzverzális képzetes vetületek félgömbnél kisebb területekre. Winkel (1921) ferde transzverzális elhelyezésű vetületet javasol Afrika és Európa együttes ábrázolására. Ennek publikálása bár később történt, mint Deetz esetén, feltehetőleg időben mégis megelőzi, mert a szerző állítása szerint 1913-ban alkotta (4. ábra). Ebben nem csak az elhelyezés, hanem maga a vetület is újdonság. Winkel Eckert V. vetületét (szinuszíves általános torzulású képzetes hengervetület) alakította át úgy, hogy a Mercator–Sanson-vetületet a  $21^{\circ}51'$  normálpárhajlókörű, meridiánban hossztartó valódi hengervetülettel keverte az eredeti  $x$  és  $y$

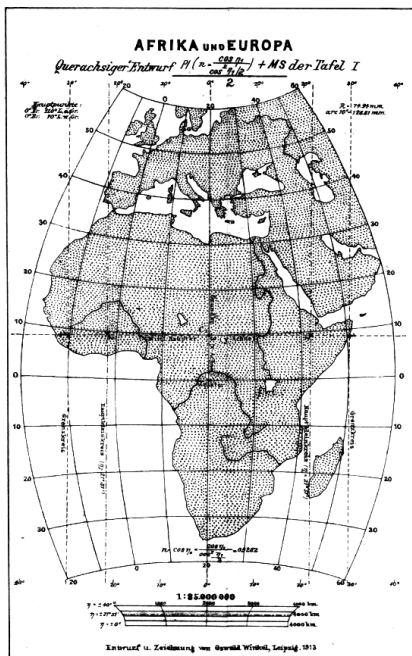
vetületi egyenleteket átlagolva, így a  $\pm 30^{\circ}$ -os segédszélességek között a területtorzulást lecsökkentette. A segédpólus a k. h.  $110^{\circ}$ -on található, az északi pólus képe a  $80^{\circ}$ -os segédhosszúságra esik.

Hasonló vetületet javasolt Wagner is 1932-ben megjelent doktori értekezésében, amelyhez nem fértem hozzá, azonban a rá hivatkozó irodalomban leírt vetületekkel azonosnak tűnő leképezés Wagner későbbi műveiben is fellelhető. Wagner az Atlanti-Óceán ábrázolására mutat be két lehetőséget saját fejlesztésű leképezéssel (Wagner 1962, pp. 229–231.). A ferde transzverzális elhelyezésű változat a Mercator–Sanson-vetület egy speciális fokhálózat-átszámolásával adódik (azaz a képletekbe a segédszélesség és -hosszúság helyett azoknak lineáris függvényét helyettesíti be), azonban az eredményül kapott vetület már nem területtartó, csak csekély területtorzulású. A segédpólus a k. h.  $60^{\circ}$ -on található, az északi pólus képe pedig a  $70^{\circ}$ -os segédhosszúságra került. Az aszimmetrikus ferdetengelyű változat már területtartó, egy Eckert IV. vetületére emlékeztető leképezést forgat el, a segédpólus koordinátái é. sz.  $15^{\circ}$  k. h.  $60^{\circ}$ . Wagner (1941) a II. világháború Európa környéki hadszíntereit bemutató térképre egy átszámított Hammer-vetületet is javasolt egyszerű ferdetengelyű elhelyezésben, a segédpólus az é. sz.  $50^{\circ}$  k. h.  $150^{\circ}$  pontba esik. Ezek a leképezések atlaszokban nem terjedtek el, ilyen kis területekre még nem átütő mértékű a képzetes vetületek előnye a valódiakhoz képest.

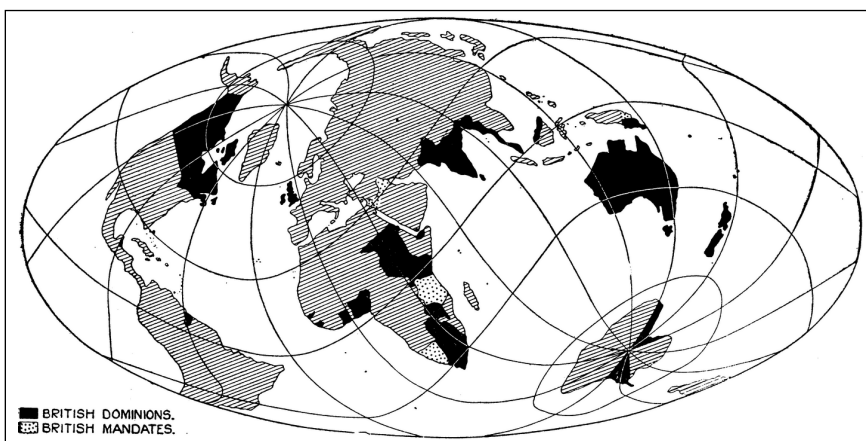
Bizonyos, hogy nem Wagner volt az első, aki ferdetengelyű elhelyezésben alkalmazott képzetes vetületet. Snyder (1993) szerint a legelső ferdetengelyű képzetes vetület Fairgrieve (1928) alkotása. A leírás alapján általános ferdetengelyű (plagális) elhelyezésű Mollweide-vetület Close előbb leírt transzverzális vetületének javítása volt: a cél a Brit Birodalom geopolitikai viszonyainak ábrázolása. Close (1929) alaposabban megvizsgálta a vetületet, ám ő tévesen aszimmetrikus ferdetengelyű elhelyezésűnek írta le. Valójában az eredeti elhelyezés olyanira kevéssé tér el az aszimmetrikus ferdetengelyű elhelyezéstől, hogy az eredeti térképről (5. ábra) szabad szemmel nehéz észrevenni a különbséget (akár rajzi pontatlanságnak is betudhatnánk), így ezt a tévedést Snyder (1993) is átvette. A segédpólus az é. sz.  $45^{\circ}$  k. h.  $150^{\circ}$  pontban található, a kezdő-segédmeridián az Egyenlítőt a k. h.  $48^{\circ}$ -nál metszi, így a déli pólus képe közelítőleg a  $80^{\circ}$  segédhosszúságra esik.

Szintén 1928-ban egy másik világtérkép is megjelent ferdetengelyű Mollweide-vetületben. Az eredeti térkép nem érhető el, azonban holland nyelven elég részletes leírást kaphatunk (v. B., 1930). A térképet az amerikai Természettudomány-történeti Múzeum munkatársai készítették az év végi természettudományos konferenciára, ahol kereskedelmi forgalomba is került. Háromféle változatot adtak ki, mindegyik egyszerű ferdetengelyű elhelyezésben készült, a vetületi középpontban az é. sz.  $20^{\circ}$  került. A középpontban az óceánokat hangsúlyozó változatnál k. h.  $160^{\circ}$ , a szárazföldek esetén Greenwich, a harmadik pedig egy osztott vetület, ahol a Bering-szoros k. h.  $160^{\circ}$ , Amerika ny. h.  $90^{\circ}$ , a többi szárazföld k. h.  $80^{\circ}$  középponttal jelenik meg. Utóbbi két rész félgömb kiterjedésű, az Atlanti-Óceánnál átfedésben van, míg a Csendes-óceán egyes részeit egyáltalán nem ábrázolja.

Megállapítható azonban, hogy az itt leírt ferdetengelyű vetületek mindegyikét megelőzve egy magyar földrajztudós már alkalmazott hasonló leképezést, így Snyder (1993) állításával ellentétben biztosan nem Fairgrieve-é az elsőség.



4. ábra. Winkel I. vetülete ferde transzverzális elhelyezésben (Winkel 1921)



5. ábra. Plagális Mollweide-vetület (Fairgrieve 1928)

## Pécsi Albert és vetülete

Pécsi Albert (1882–1971) a magyar földrajztudomány egyik jelentős alakja volt. Egy igazi széles látókörű kutató, aki a földtudományok legtöbb területén tudott maradandót alkotni (Kádár 1971); 1905-ben szerezte doktori fokozatát a csillagászat és a felsőgeodézia határterületén írt értekezéssel, majd geofizikai kutatásokba kezdett. 1908-ban középiskolai, majd 1913-ban felső kereskedelmi iskolai földrajztanári végzettséget szerzett, innentől kezdve a földrajz oktatása is szívügyévé vált. Ennek is köszönhető, hogy Cholnoky Jenő vezetésével részt vett abban a munkacsoportban, amely a két világháború között iskolai atlaszokkal látta el oktatási intézményeinket, így a térképtudomány művelésébe is bekapcsolódott. Munkássága ezek mellett a gazdasági és természetföldrajz tudományterületeit is nagymértékben gazdagította.

A Cholnoky alatt készült új iskolai atlasz munkálatai során Pécsi felett többek között a térképvetületek megválasztásáért. Pécsi (1916) fontosnak tartotta, hogy a kor színvonalának megfelelő leképezéseket válasszon a leendő térképlapoknak; ismerte és terjesztette a legfrissebb tudományos eredményeket, például Behrmann 1909-es legkisebb szögtorzulású területtartó valódi hengervetületét vagy Eckert 1906-ban alkotott keverékvetületeit. A korábbi Kogutowitz-atlaszokhoz képest törekedett jelentősen kedvezőbb torzulások elérésére. A kortárs irodalmat ismerve például Tissot legkisebb torzulású vetületét választotta az országcsoportok ábrázolására (Pécsi 1926), amely abban az időben újdonságnak számított. A Mollweide-vetületű világterképeket lecserélte az akkoriban szintén új, kedvezőbb szögtorzulású Hammer-vetületre. A kontinenterképeken a kor szokásának megfelelően elvárta a területtartást, így a Mercator-vetületet elvetette, a korábban népszerű Mercator-Sanson- és Bonne-vetületek helyett pedig a kedvezőbb ferdetengelyű Lambert-síkvetületet alkalmazta.

Amikor azonban Pécsi a teljes óvilágot és Ausztráliát kívánta ábrázolni,

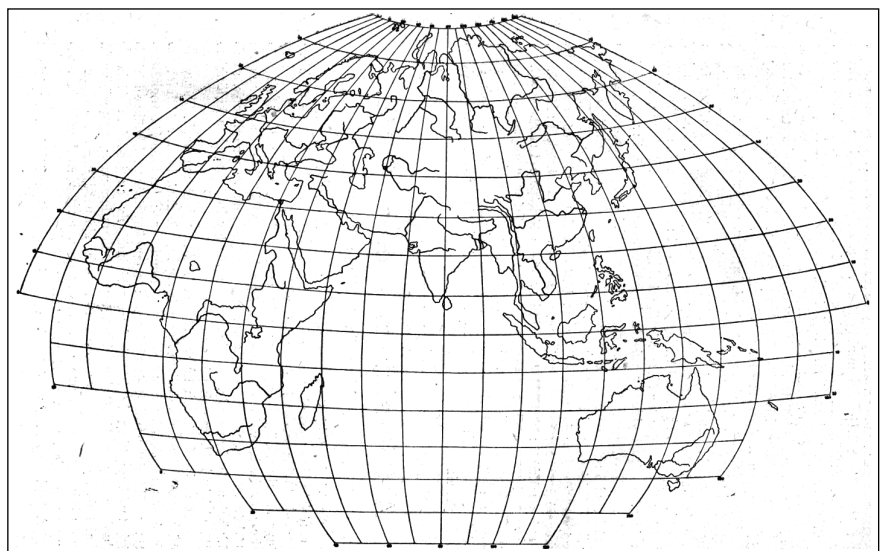
a ferdetengelyű területtartó síkvetülettel nem volt elégedett, mert a nagy hosszúságkülönbségek miatt a paralellkörök képei erősen ívelté váltak, nagy torzulásokat okozva. Pécsi (1926) úgy vélte, hogy az egyenes paralellkörű képzetes hengervetületek ugyanakkor még ennél a hátránynál is jelentősebb torzulásokat okoznának, ráadásul kedvező területeik nem az ábrázolt térség középpontjába esnek. Szükségesnek tartotta egy olyan új vetület megalkotását, amely területtartó, vetületi középpontja a térkép közepére esik és paralellkörei közel egyenesek.

Pécsi igen szűkszavú volt a vetület leírásakor, mindössze annyi információval kell beérnünk, hogy az új vetület „nem azimutális”, ugyanakkor egy egész oldalas ábra (6. ábra) jelzi, hogy egy alaposan kidolgozott, nem csak tervben létező vetülettel van dolgunk. Ugyancsak a vetület kész állapotát jelzi, hogy Pécsi állítása szerint ez a térkép már egy iskolai atlasz részeként sajtó alatt van. Mint azt később kifejttem, megállapítható, hogy az eredeti ábraalírásban *Pécsi-féle területtartó vetület* elnevezésű leképezés egy egyszerű ferdetengelyű képzetes vetület, ráadásul két évvel megelőzi a nemzetközi szakirodalomban elsőnek jegyzett ferdetengelyű képzetes vetületet, így bátran kijelenthetjük, hogy Pécsi komoly újdonságot alkotott.

A vetület elsőségére utal az az évszámot sajnos nem tartalmazó iskolai atlasz (Cholnoky et al. é. n.),

amelynek térképein Szentpétervár már Leningrád néven szerepel, azonban Konstantinápolyt még nem nevezték át Isztambulra, így 1924 és 1928 között készülhetett, Fairgrievet megelőzve. Ennek Amerika-térképét (p. 26.) egyértelműen a Pécsi-féle vetületben rajzolták (7. ábra). Megjegyzendő, hogy az atlaszlapok alján ebben a korban még szokatlan és előremutató módon megjelenik az alkalmazott vetület megnevezése, ez is feltehetően Pécsi vetülettani ismeretterjesztő munkájának része lehetett.

A leképezés részletesebb leírását Pécsi (1930) francia nyelven tette közzé. Ez a dolgozat elsősorban a mezőgazdasági térképek ábrázolási módszerének kérdéseit fejtegeti. Első tárgyalt kérdése a vetületválasztás. Bár gabonatermelésre a Föld csak kis részterületei alkalmasak, de egymástól távol helyezkednek el, így a teljes Földre kedvező, ugyanakkor területtartó vetület kívánatos. Ezért Pécsi első körben Behrmann vetületét javasolja. Ugyanakkor Pécsi jelzi, hogy a legtöbb terményt inkább az északi féltekén termesztik, ezért szükséges a vetület középpontjának eltolása. Itt adja meg először, hogy a cél érdekében szerkesztett új vetület valójában egy olyan Hammer-vetület, amelyet nem a transzverzális, hanem a 25°-os szélességen elhelyezett ferdetengelyű Lambert-vetületből származtat. Ennyi információ már elégséges a vetületi egyenletek meghatározásához.



6. ábra. Pécsi vetületének első megjelenése (Pécsi 1926)

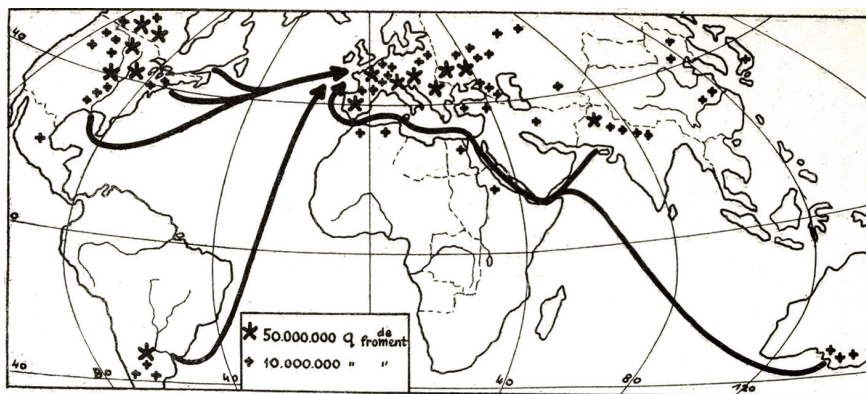


7. ábra. Amerika térképe Pécsei vetületében (Cholnoky et al. é. n.)

A cikk foglalkozik emellett az ábrázolási módszertan és a háttértérkép kérdéseivel is. Eredményként tíz gazdasági térképet közöl pontszórás-módszerrel, amelyből négy készült az új vetületben, a négy térkép

négyféle középmeridiánt alkalmaz (Amerika: ny. h. 80°; Egyenlítő térsége: Greenwich [8. ábra]; Világ: k. h. 20°; Eurázsia: k. h. 80°).

Az előzőleg említett pontszórás világtérkép magyar jelmagyarazattal



8. ábra. Pécsei vetülete Greenwich középmeridiánnal (Pécsei 1930)

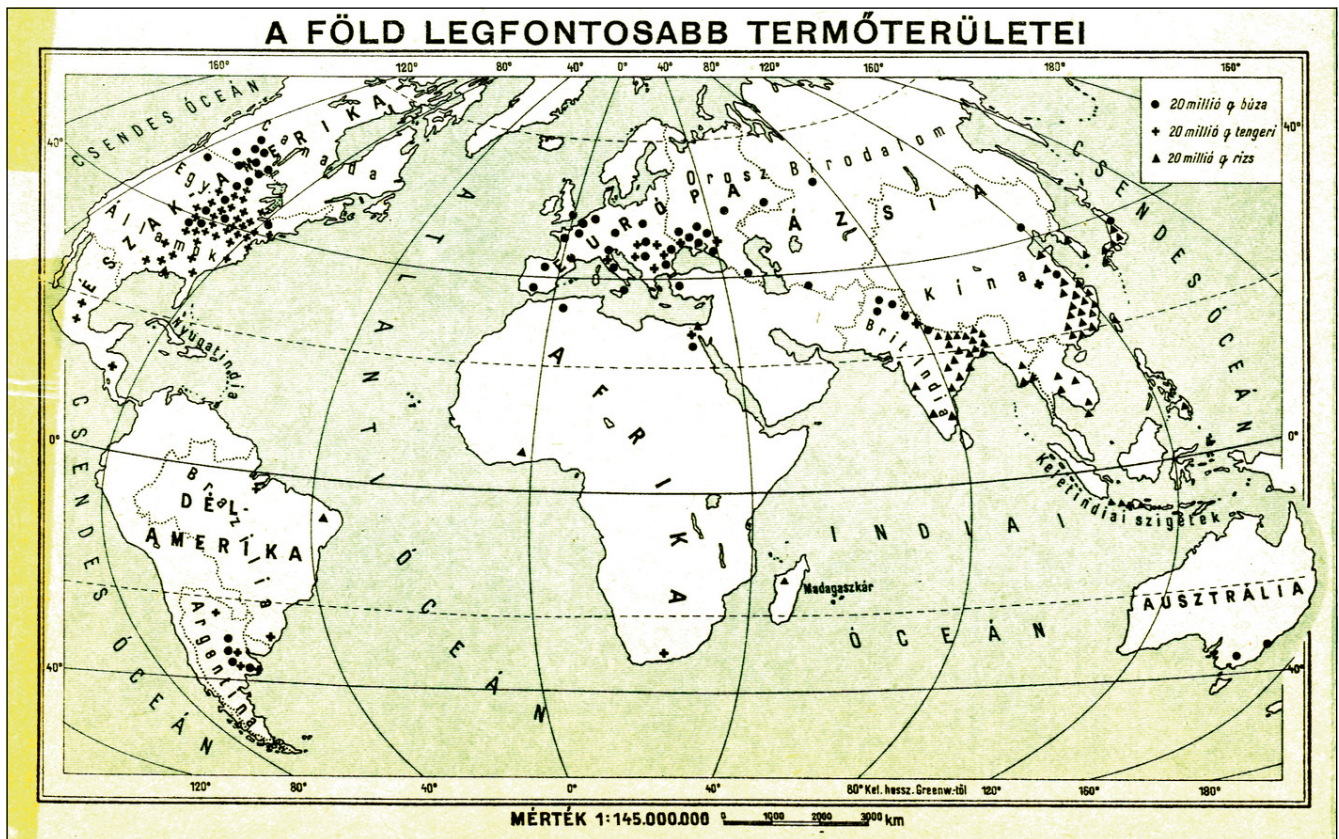
(9. ábra) megjelenik egy iskolai atlasz (Cholnoky et al 1938) hátsó belső borítóján (a kiadás éve valójában ez esetben sem szerepel az atlaszon, azonban a térképek következetesen az 1938. márciusban történt Anschluss utáni, de az azonos év novemberében kötött első bécsi döntést megelőző állapotot mutatják).

Pécsei (1966) nyugdíjas éveiben megkísérelte vetületét angol nyelven is terjeszteni, azonban úgy tűnik, már nem kapott komoly visszhangot. Mivel a nemzetközi vetülettani irodalomjegyzék (Snyder–Steward 1988) csak ezt a cikket jegyzi, késői megjelenése miatt a nemzetközi kutatók nem is gyanakodhatnak, hogy elsőséget élvezhet. Ismeretlenségét fokozza, hogy Wray (1974) meg sem említi, amikor táblázatba rendezi az összes korábban megjelent indirekt elhelyezésű képzetes vetületet.

A vetület hazánkban fokozatosan merült feledésbe. Hazay (1954, p. 283.) még részletesen tárgyalja a leképezést, keletkezését 1930-ra teszi, feltehetőleg a francia nyelvű tanulmányra utalva. Bár jelen kutatásban meglelt források mindegyikében a Pécsei-féle területtartó vetület megnevezés szerepelt, Hazay szerint maga Pécsei nevezte a termelés térképvetületének. Későbbi források (Karsay 1974, p. 227., Stegena–Györfly 1975, p. 71.) már a vetület középpontjának helyét nem közlik. Stegena (1988, p. 153) már csak egyetlen mondatban emlékezik meg a vetületről; végül, amikor Györfly (2012, p. 226.) újra föllevelelni, a vetületi kezdőpont elhelyezését mind szélesség, mind hosszúság tekintetében tévesen adja meg.

### Hasonló vetületek kortárs alkalmazása

A térképész szakemberek jelentős része nem szívesen alkalmaz bonyolult vetületeket. A kortárs világtérképeket szemlélve úgy tűnik, hogy mindenki a hagyományos, „jól bevált” leképezésekhez (pl. van der Grinten I., Winkel III., Robinson) ragaszkodik, függetlenül attól, hogy az adott vetület megfelel-e az ábrázolás céljának. Például új iskolai atlaszainkban pólusvonalas világtérképpel találkozunk, miközben



9. ábra. Pécsi vetülete tematikus világtérképre alkalmazva (Cholnoky et al. 1938)

ismert, hogy a fiatalok nem rendelkeznek az ilyen térképek értelmezéséhez szükséges absztrakciós képességgel (Szigeti–Kerkovits 2018). A tengerentúlon ez különösen jellemző, ott még ma is az indokoltnál jelentősen több térkép a világtérkép céljára évszázadok óta túlhaladottnak számító Mercator-vetületben készül. Különös aktualitása van ma is Pécsi (1916) vetületválasztásáról írt szavainak: „Ha azonban valami rosszat megszoktunk, az még nem elég ok arra, hogy le ne szokjunk róla. De különösen nem lehet ok arra, hogy az új nemzedéket, a mostani tanuló ifjúságot ugyanerre a rosszra szoktassuk.”

Régebben a térképészszakma jogosan hivatkozhatott arra, hogy a bonyolult vetületek megrajzolása jelentős matematikai ismeretet és sok számítás igényelt; kényelmesebb volt a forrástérkép vetületét megőrizve ábrázolni a térképi tartalmat, mint foktrapézontként grafikusán interpolálni. Bár a vetületi transzformációt ma számítógéppel pár másodperc alatt elvégezhetjük, mégis a XX. század derekán készült atlaszokban (pl. Bartholomew skót térképész

műveiben) gyakrabban találkozunk egyedi, indirekt elhelyezésű vetületekkel, mint napjainkban.

Korábbi kutatásaink (Szigeti–Kerkovits 2018) kimutatták, hogy a vetületi torzulások közül a térkép-olvasót legkevésbé a fokhálózati vonalak bonyolult görbületei zavarják a földrajzi viszonyok és égtájak értelmezésében. Ennek fényében bátran alkalmazhatunk térképeinken indirekt képzetes vetületeket. A számítástechnika elterjedésével a számítási nehézségek eltűntek, így Klinghammer és Györffy (1988) számos olyan térképi tematikára mutatott példát, amelyek egy jól megválasztott indirekt elhelyezésű vetületben kedvezően ábrázolhatók.

A ferdetengelyű vetületek alkalmazását erősen hátráltatja, hogy a térinformatikai csomagok készítői szemlátomást kevés érdeklődést mutatnak a világtérképek vetületein jelentkező problémák iránt. Például: bár a QGIS bármely vetület esetén támogatja az indirekt elhelyezést, a 180°-os segédmeridián mentén fellépő vetületi szakadás mentén nekünk kell kézzel kettéosztani az összes

vonalas és felületi elemet. Az ArcGIS a közelmúltban jelentős fejlődésen esett át ezen a téren, de csak kiválasztott vetületek esetén engedi meg az indirekt elhelyezést. Ugyanakkor Pécsi vetületét már öt éve (10.4-es verziótól) lehetőségünk van definiálni (a Hammer-vetületnél az ArcGIS csak egyszerű ferdetengelyű elhelyezést enged meg, a plagális és aszimmetrikus ferdetengelyű elhelyezést ma sem támogatja ehhez a vetülethez).

Indokolatlan attól tartani, hogy a térképtudományban kevésbé jártas nagyközönség nem fogadja el az ilyen bonyolult fokhálózatu térképeket. Az ismeretterjesztő média által közölt vetületkülönlegességek időnként nagy népszerűséget kapnak, ezeket a bulvársajtó is szívesen fölkapja. Például a közelmúltban készült japán AuthaGraph nevű tetraédervetület jelentős visszhangot kapott (pl. <https://twitter.com/hashtag/authagraph>), de a népszerű keresőmotor is a megfelelő kulcsszóra 58 900 találatot tér vissza. Spilhaus 1979-es, az óceánok ábrázolására szánt szögtartó vetületéről sokáig csak kevesen tudtak, míg 2018 őszén hirtelen hasonló módon



10. ábra. Amatőr „térkép” Spilhaus vetületében (<https://www.trendsmat.com/twitter/tweet/1402244749088722944>)

robbant be a közösségi médiába. Ma már a Twitteren a #Spilhaus hashtag alatt számtalan különböző tematikájú amatőr térképpel találkozunk ebben a vetületben (pl. 10. ábra). Mindkét vetület plagális elhelyezésű, utóbbinak a terjedését szemlélő semennyire nem fogja vissza még az sem, hogy matematikája kifejezetten bonyolult: komplex számokon értelmezett Jacobi-féle elliptikus függvények kellene a számításához. Mivel ezeket az összetett számításokat a számítógép elvégzi helyettünk, a térképésznek „csak” azt kell tudni, az adott vetület valóban előnyös-e az adott térképhez.

## Következtetések

Pécsi vetülete a rendelkezésre álló források szerint 1926-ban már létezett, ezáltal jelenlegi ismereteink szerint ez az innovatív leképezés a legrégebbi ferdetengelyű képzetes vetület, megelőzve a nemzetközi szakirodalomban elsőnek elismert brit fejlesztést. Előállítható a Hammer-vetület egyszerű ferdetengelyű elhelyezéseként, a vetületi középpontot az északi 25°-os szélességre forgatva. Középméridiánt Pécsi nem definiált, ő maga is szabadon változtatta. A leképezés területtartó, ezért elsősorban területi statisztikát bemutató tematikus térképekhez ajánlható. Az előnyös torzulású zóna a vetületi középpont környékén található, de távolodva is csak lassan növekednek a szögtorzulások. Ennél fogva nagy területek, akár a teljes földfelszín ábrázolására is megfelelő. Utóbbi esetben előnyös, hogy

kedvező torzulású területei inkább az északi féltekére esnek, ahol a lakott szárazföldek többsége található.

A Pécsi-vetület méltatlanul került feledésbe. Látható, hogy a közönség nem lenne elutasító az ilyen leképezésekkel szemben, és az alkalmazás technológiai akadályai is fokozatosan múlóban vannak. A vetület póluspontos, így fiatalabb (középkorú) korosztály számára is bátran alkalmazható, épp úgy, ahogyan azt a feltaláló is tette.

## Irodalom

- Adams, O. S. 1919. *General Theory of Polyconic Projections* (U. S. Coast and Geodetic Survey Special Publication No. 57) Government Printing Office, Washington
- Cholnoky J. – Czakó I. – Erődi K. – Geszti L. – Karl J. – Kéz A. – Pécsi A. – Prohászka F. é. n. *Polgári iskolai atlasz Magyar Földrajzi Intézet, Budapest*
- Cholnoky J. – Erődi K. – Geszti L. – Karl J. – Kéz A. – Pécsi A. – Prohászka F. 1938. *Népfőiskolai atlasz az V. és VI. osztály számára Magyar Földrajzi Intézet, Budapest*
- Close, C. 1929. An Oblique Mollweide Projection of the Sphere. *The Geographical Journal* 73. évf. 3. szám pp. 251–253. DOI: 10.2307/1784718
- Deetz, C. H. – Adams, O. S. 1921. *Elements of Map Projection* (U. S. Coast and Geodetic Survey Special Publication No. 68) Government Printing Office, Washington
- Fairgrieve, J. 1928. A New Projection. *Geography*, 14. évf. 6. szám pp. 525–526.
- Györfly János 2012. *Térképészet és geoinformatika II.* ELTE Eötvös Kiadó, Budapest ISBN 978-963-312-138-2
- Hammer, E. 1889. Tafeln zur Verwandlung von geographischen Koordinaten in Azimutale. In *Über die geographisch wichtigste Kartenprojektionen insbesondere die zenitale Entwürfe* J. B. Metzelscher Verlag, Stuttgart (23 oldalszám nélküli melléklet a könyv végén)
- Hammer, E. 1892. Über die Planisphäre von Aitow und verwante Entwürfe, insbesondere neue flächentreue ähnlicher Art. *Petermanns Mitteilungen* 38. évf. 4. szám pp. 85–87.
- Hazay István 1954. *Földi vetületek* Akadémiai Kiadó, Budapest
- Hinks, A. R. 1912. *Map projections* University Press, Cambridge
- Kádár László 1971. Egy geográfus halálára. *Földrajzi Közlemények* 95. évf. 2–3. szám pp. 249–251.
- Karsay Ferenc 1974. *Alkalmazott vetülettan* Tankönyvkiadó, Budapest
- Klinghammer, I. – Györfly, J. 1988. Zur Wahl der Kartennetzentwürfe für thematische Weltatlanten. In *Zum Problem der thematischen Weltatlanten* VEB Hermann Haack, Gotha, ISBN 373-010-883-2. pp. 90–100.

- Kósa Eszter 1984. *Földrajzi vetületek nézőpontjainak vizsgálata* Diplomamunka, ELTE, Budapest
- Pápay Gyula – Török Zsolt 1995. *Kartográfia történet* Eötvös Kiadó, Budapest, ISBN 963-462-986-5
- Pécsi Albert 1916. Térképvetületek megválasztása. *Földrajzi Közlemények* 44. évf. 6. szám pp. 308–315.
- Pécsi Albert 1926. Térképvetületek alkalmazása. *Földrajzi Közlemények* 54. évf. 1–4. szám pp. 47–50.
- Pécsi, A. 1930. La représentation des Surfaces productives du Globe. *La Géographie: bulletin de la Société de géographie* 54. évf. 3–4. szám pp. 125–140.
- Pécsi, A. 1966. An oblique Hammer projection. *The Professional Geographer* 18. évf. 4. szám p. 235. DOI: 10.1111/j.0033-0124.1966.00235.x
- Snyder, J. P. 1993. *Flattening the Earth – Two Thousand Years of Map Projections* University of Chicago Press, Chicago–London, ISBN 022-676-746-9
- Snyder, J. P. – Steward, H. 1988. *Bibliography of map projections* USGS Publications Warehouse, Denver, DOI: 10.3133/b1856.
- Stegena Lajos 1988. *Vetülettan* Tankönyvkiadó, Budapest ISBN 963-181-118-2
- Stegena, Lajos – Györfly János 1975. *Vetülettan* Tankönyvkiadó, Budapest
- Szigeti Csaba – Kerkovits Krisztián 2018. A vetületválasztás hatása kis méretarányú térképek olvasására. *Geodézia és Kartográfia* 70. évf. 2. szám pp. 20–30. DOI: 10.30921/GK.70.2018.2.3
- v. B., C. L. 1930. Blinde kaarten van de wereld. *Tijdschrift van het Aardrijkskundig Genootschap* 47. szám pp. 467–469. <https://www.delpher.nl/nl/tijdschriften/view?coll=dtts&identifier=MMUBA13:001673001:0051>, utolsó elérés: 2022. január 11.
- van der Grinten, A. J. 1904. Darstellung der ganzen Erdoberfläche auf einer kreisförmigen Projektionsebene. *Petermanns Mitteilungen* 50. évf. 7. szám pp. 155–159.
- Wagner, K. 1941. Neue ökumenische Netzentwürfe für die kartographische Praxis. In Lehmann, E. (szerk.) *Jahrbuch der Kartografie 1941*. Bibliographisches Institut, Lipsce pp. 176–202.
- Wagner, K. 1962. *Kartographische Netzentwürfe* Bibliographisches Institut, Mannheim (az 1949.-ben kiadott könyv javított kiadása)
- Wray, T. 1974. The Seven Aspects of a General Map Projection. *Cartographica: The International Journal for Geographic Information and Geovisualization* 11. évf. 2. szám DOI: 10.3138/E382-8522-4783-28K5



**Dr. Kerkovits Krisztián**  
egyetemi adjunktus

ELTE IK Térképtudományi és Geoinformatikai Intézet  
kerkovits@map.elte.hu