

# KERESZTÁRAMÚ TURBINÁK ÜZEMÉNEK NÉHÁNY SAJÁTOSSÁGA

## SOME PROPERTIES OF WORKING CROSS-FLOW TURBINES

Hajdú Sándor\*, Dr. Phd Lakatos Károly\*\*

### ABSTRACT

*A characteristic feature of cross-flow turbines is a strong fluctuation in the circumferential force that generates axle power, because the interaction between the blades and the medium is not constant. Due to this varying interaction, the force that occurs on one blade (and its tangential component) fluctuate cyclically as the blade changes its position. This paper explains the evolution of the inlet velocity triangle and the cyclically varying forces, assuming different ratios of rotational speed and flow velocity.*

### ÖSSZEFOGLALÁS

A keresztáramú turbinák lényegi sajátossága, hogy a tengelyteljesítményt előállító kerületi erő erősen ingadozik, mert a turbinalapát és a közeg közötti kölcsönhatás nem állandó. E változó kölcsönhatás miatt a kerék egy lapátján fellépő eredő erő (és annak tangenciális összetevője) a lapát pozíciójának a függvényében ciklikusan ingadozik. A cikk bemutatja a belépő sebességi háromszög alakulását és a forgás miatt ciklikusan változó erőket a járókerék fordulatszám és a közegsebesség különböző arányai mellett.

### 1. BEVEZETÉS

A keresztáramú turbinák előfutára a Bánki-turbina volt, ezzel a géppel kapcsolatosan sok publikáció született a közelmúltban is [4], [5]. Az igazi keresztáramú turbinákat egyelőre nem alkalmazzák széles körben, a publikációk száma is csekély. Az egyszerű konstrukció következtében azonban várható az ilyen rendszerű energia-konverterek elterjedése, ahogyan a megújuló energiaforrások kiaknázása egyre növekvő mértékűvé válik. Ez indokolja a témaválasztást. A téma aktualitását növeli az a körülmény is, hogy a keresztáramú turbinákkal a hazai irodalom egyelőre csak szórványosan foglalkozik.

\* tudományos főmunkatárs, doktorandusz a ME-en. Közlekedéstudományi Intézet, 1119 Budapest Thán Károly u. 3-5. Telefon +36 1/371 5844, e-mail: Hajdu@kti.hu

\*\* témavezető, egyetemi docens, Miskolci Egyetem Áramlás- és Hőtechnikai Gépek Tanszék

A cikkben a keresztáramú turbina működéséről kívánunk bevezető jelleggel képet adni a tengelyteljesítményt előállító kerületi erő és a belépő sebességi háromszög jellemzői közötti kapcsolat elemzésével.

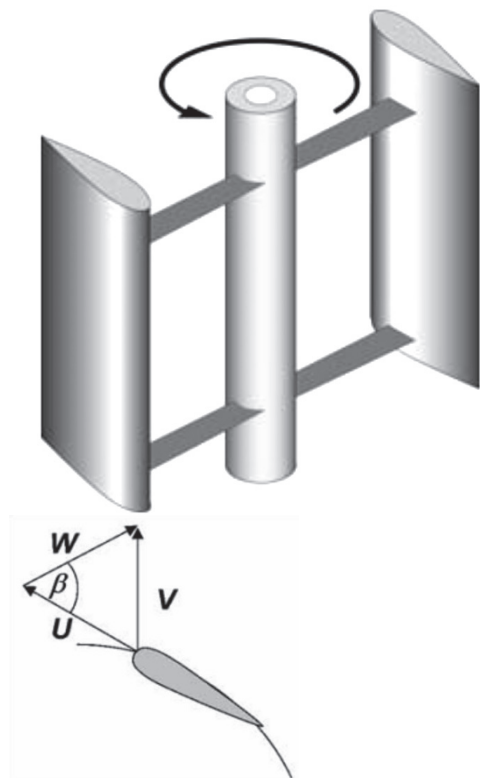
A keresztáramú turbinák lényegi sajátossága, hogy üzem közben a tengelyteljesítményt előállító kerületi erő ingadozik, mert a turbinalapát és a közeg közötti kölcsönhatás nem állandó.

A járókerék fordulatszámának a függvényében változó kerületi sebesség és a közegsebesség különböző arányai ( $\lambda$ ) mellett a belépő sebességi háromszög és így a kerületi erő a lapát egy adott helyzetében (a  $\theta$  elfordulási szög értéke rögzített) lényegesen változik. A járókerék forgása következtében azonban a kerületi erő a  $\lambda$  paraméter állandó értéke mellett is a különböző lapáthelyzetekben más és más értékű. A változó kölcsönhatás miatt a járókerék egy lapátján fellépő eredő erő (és annak tangenciális összetevője) a lapát pozíciójának a függvényében tehát ciklikusan változik, és az erő értéke érzékenyen függ a  $\lambda$  paraméter értékétől is.

A geometriai összefüggéseket a belépő sebességi háromszög forgás miatt ciklikusan változó paramétereinek felhasználásával jellemezzük, és erre alapozva tekintjük át a forgás miatt ciklikusan változó erőket. Az alkalmazott síkbeli (2D) számítási modell a lehető legegyszerűbb, mivel az elemzés során a tendenciák feltárása a célunk.

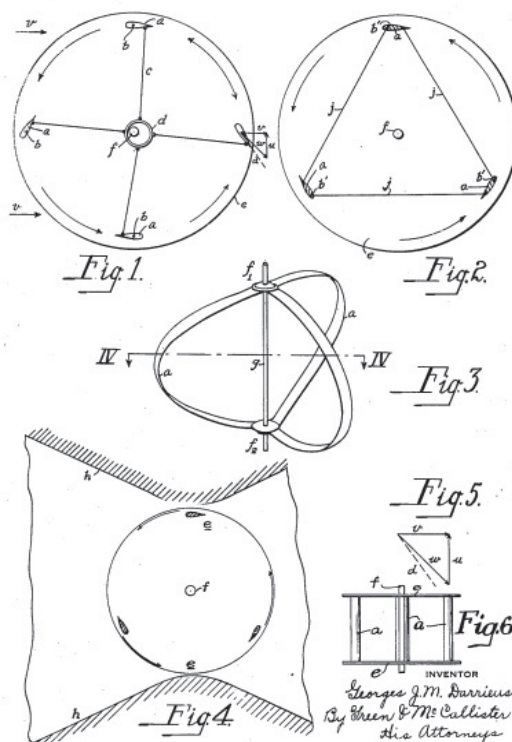
### 2. A KERESZTÁRAMÚ TURBINA

A keresztáramú turbina (Darrieus-turbina) járókereke szabadon áll az áramló közegben, nincs az áramlást terelő járókerékház, vagy egyéb kiegészítő szerkezet, ami a működéshez szükséges lenne. A konstrukció egyszerű. A munkaközeg egyaránt lehet levegő és víz. A keresztáramú turbina névadója a feltaláló: Georges Jean Marie Darrieus (Franciaország). A turbinára vonatkozó szabadalma [1] 1931-ben az Egyesült államokban került bejegyzésre (1.a,b. ábra). Pusztán az áttekinthetőség biztosítására az 1.a. ábrán a sematikus vázlat kétlapátos konstrukciót mutat. Ennek azonban elvi jelentősége nincs. Legalább egy lapátnak lennie kell természetesen, és négy-nél több lapátot gyakorlati megfontolások miatt nem alkalmaznak. A lapátok száma a működés jellemzőire van hatással (pl. indíthatóság felporgetés nélkül).



a

1. a. ábra. A keresztáramú turbina vázlatja és a belépő sebességi háromszög



b

1. b. ábra. A keresztáramú turbina vázlatja Darrieus szabadalmából

### 3. JELÖLÉSEK

- $C_x$  : ellenállás tényező [-]  
 $C_y$  : felhajtóerő tényező [-]  
 $F_y$  : felhajtóerő [N]  
 $F_x$  : ellenállás [N]  
 $v$  : abszolút sebesség (pl. szélesség) [m/s]  
 $w$  : relatív sebesség [m/s]  
 $u$  : kerületi sebesség [m/s]  
 $\alpha$  : a kerületi- és az abszolút sebesség iránya által bezárt szög [-]  
 $\beta$  : a kerületi- és a relatív sebesség iránya által bezárt szög [-]  
 $\theta$  : az elforduló járókerék pozícióját jellemző szög (elfordulási szög) [-]  
 $\lambda$  : sebességtényező ( $\lambda = u / v$ ) [-]  
 $\delta$  : megfűvási szög (a  $w$  sebesség iránya és a lapát-húr által bezárt szög) [-]

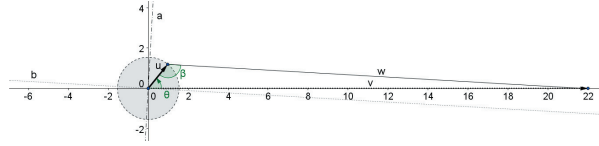
### 4. A BELÉPŐ SEBESSÉGI HÁROMSZÖG ALAKULÁSA A $\lambda$ SEBESSÉGPARAMÉTER JELLEGZETES TARTOMÁNYAIBAN

A belépő sebességi háromszög ábrázolására bevezetjük azt a konvenciót, hogy a kerületi sebességvektort önmagával párhuzamosan eltoljuk a járókerék tengelyvonalába úgy, hogy a vektor kezdőpontja essen a tengelyvonalra. Ekkor a járókerék elfordulási szögének ( $\theta$ ) a függvényében egy forgó vektor felel meg a kerületi sebesség vektorának. A közegsebesség vektora ( $v$ ) állandó értékű ( $v = \text{const.}$ ), és a tengelykereszt origójából indul a  $\theta = 0$  által meghatározott irányba, amely legyen a tengelykereszt vízszintes ága. Amennyiben feltesszük, hogy a lapáthúr párhuzamos a kerületi sebességgel, akkor az imént rögzített konvenció szerint a sebességi háromszög ábráján a lapátot úgy lehet elképzelni, hogy a kilépés felől a belépés felé irányítottnak gondolt lapáthúr egybeesik az  $u$  vektor irányával, a belépésnél lévő végpontja pedig az  $u$  vektor végpontjával. A sebességi háromszög ábráján feltüntetjük még a relatív sebességgel ( $w$ ) párhuzamos ellenállás- és az arra merőleges felhajtóerő irányát is. A szövegben a vektor irányán azt az egyenest értjük, amelyben a vektor benne fekszik, a vektor irányítása (értelme) pedig a vektor kezdő és végpontjának az elhelyezkedésétől függ.

#### 4.1. A sebességparaméter értéke kisebb, mint 1 ( $\lambda < 1$ )

Ez az eset pl. a turbina indulását követően áll elő. A közegsebességhez képest a kerületi sebesség kicsi, mivel a fordulatszám is alacsony.

Egy igen alacsony  $\lambda = u/w$  sebességparaméter érték mellett a szerkesztett sebességi háromszöget a 2. ábrán mutatjuk be.



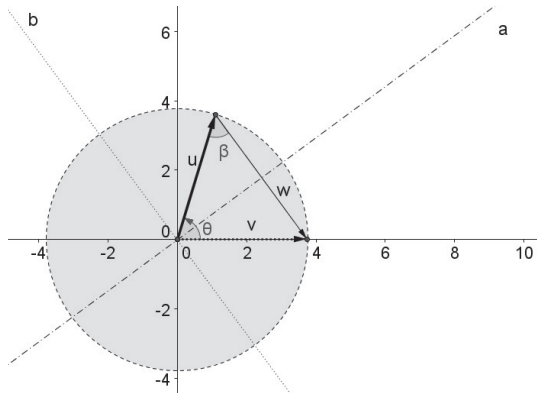
2. ábra. A belépő sebességi háromszög  $\lambda < 1$  esetén „a” egyenes:  $w$  irányára merőleges (a felhajtóerő iránya)  
„b” egyenes:  $w$  irányával párhuzamos (az ellenállás iránya) a szürke területtel jelzett kör sugara:  
 $u$  (kerületi sebesség)

A 2. ábra közvetlenül szemlélteti, hogy a  $v$  közegsebesség nagysága és iránya közel azonos a relatív sebesség nagyságával és irányával a lapát teljes körbefordulása során. Ennek megfelelően a lapát megfűvási iránya drasztikusan, közel  $360^\circ$  értékkel változik a lapát körbefordulása során. A kerületi erő is drasztikusan változik az elfordulással, akár előjelet is vált, de az értéke igen kicsi marad.

#### 4.2. A sebességparaméter értéke egységnyi ( $\lambda = 1$ )

A közegsebesség és a kerületi sebesség azonos, a fordulatszám a működés lehetséges tartományán belül nő, de még mindig csak a közepes zónában található.

A  $\lambda = u/w = 1$  sebességparaméter érték mellett a szerkesztett sebességi háromszöget a 3. ábrán mutatjuk be.



3. ábra. A belépő sebességi háromszög  $\lambda = 1$  esetén „a” egyenes:  $w$  irányára merőleges (a felhajtóerő iránya)  
„b” egyenes:  $w$  irányával párhuzamos (az ellenállás iránya) a szürke területtel jelzett kör sugara:  
 $u$  (kerületi sebesség)

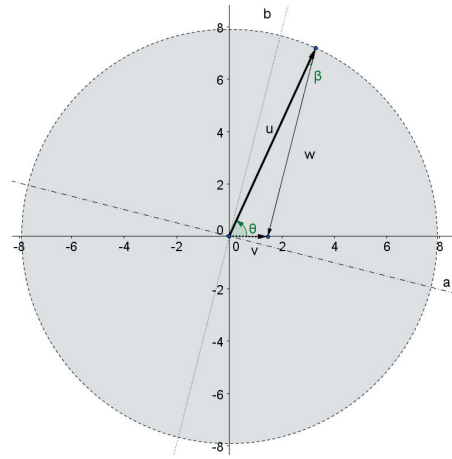
A 3. ábrán jól követhető, hogy a közegsebesség iránya és nagysága jelentősen eltér a relatív sebesség irányától és nagyságától a lapát teljes körbefordulása során. A relatív sebesség nagysága  $w = 0$  és  $w = 2 \cdot v$  között ingadozik.

Ennek megfelelően a lapát megfűvási iránya még mindig jelentős értékkel változik a lapát körbefordulása során, de ez már  $180^\circ$  alatt marad. A kerületi erő ez esetben is drasztikusan változik az elfordulással, előjelváltás is bekövetkezik, azonban a kerületi erő átlagos értéke a lehetséges tartományon belül továbbra is kicsi marad.

#### 4.3. A sebességparaméter értéke nagyobb, mint 1 ( $\lambda > 1$ )

A közegsebesség lényegesen kisebb, mint a kerületi sebesség, a fordulatszám a működés lehetséges tartományán belül magas.

A  $\lambda = u/w$  sebességparaméter 1-nél jóval nagyobb értéke mellett a szerkesztett sebességi háromszöget a 4. ábrán mutatjuk be.



4. ábra. A belépő sebességi háromszög  $\lambda > 1$  esetén „a” egyenes:  $w$  irányára merőleges (a felhajtóerő iránya)  
„b” egyenes:  $w$  irányával párhuzamos (az ellenállás iránya) a szürke területtel jelzett kör sugara:  
 $u$  (kerületi sebesség)

A 4. ábrán a felpörgött keresztáramú turbina belépő sebességi háromszögére jellemző arányok figyelhetőek meg. A kerületi sebesség iránya és nagysága a relatív sebesség irányától és nagyságától a lapát teljes körbefordulása során csak kicsit tér el. Ennek megfelelően a lapát megfűvási iránya csak kis értékkel változik a lapát körbefordulása során. A kerületi erő továbbra is változik az elfordulással, előjelváltás is bekövetkezhet, de az erő átlagos értéke és a csúcserőértéke a lehetséges tartományon belül a korábbi két esethez képest magas.

A továbbiakban bemutatjuk azt a leegyszerűsített számítási modellt, amely már alkalmas a kerületi erő alakulásának az elemzésére.

### 5. A KERÜLETI ERŐT LEÍRÓ EGYSZERŰSÍTETT ÖSSZEFÜGGÉSEK

A kerületi erő (1. táblázat) a  $\theta$  szög függvényében periodikusan változik, emellett a felhajtóerő- és ellenállástényezők keresztül a megfűvás irányától ( $\delta$ ) is függ.

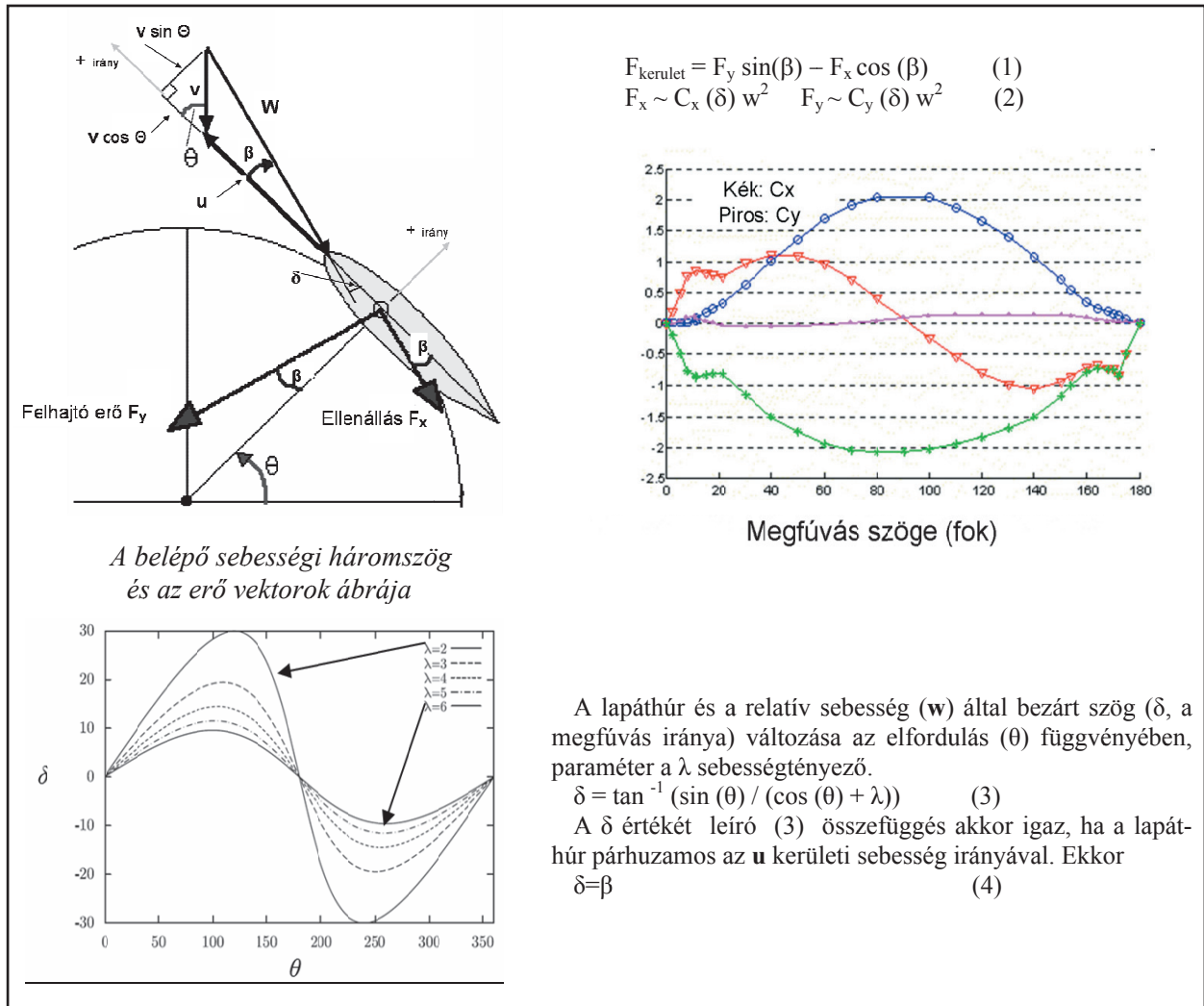
Az 1. táblázatban összefoglaljuk a kerületi erőt alapvetően befolyásoló paramétereket.

A belépő sebességi háromszög ábráját az erővektorok ábrájával együtt mutatjuk be. A két ábrát egyben felrajzolva jól szemléltethető a vektorok irányai és a vektorháromszögek szögei közötti kapcsolat, valamint az előjelekre vonatkozó konvenció.

Az egyszerűség érdekében a lapáthúr párhuzamos a kerületi sebesség irányával.

Az ábrán síklap helyett szimmetrikus profilú lapát szerepel, ennek azonban elvi jelentősége nincs, hiszen a síklapra vonatkozóan is kialakul felhajtóerő és fellép az

ellenállás, amelyek a megfúvás  $\delta$  szögének a függvényében változnak. A szimmetrikus profilú lapátot amiatt szerepeltetjük, mivel a gyakorlatban ilyen lapátokat alkalmaznak a síklapéhoz képest kedvezőbb ellenállástényezője miatt. Számításaink során a [3] alapján szimmetrikus NACA profilok alacsony Reynolds-szám mellett érvényes adataiból szerkesztett jellegre helyes, de fiktív ellenállás- és felhajtóerő-tényező diagramját alkalmazunk. A számszerű értékeket az 1. táblázat is tartalmazza. A diagramon szereplő görbék közül csak a  $C_x$  és  $C_y$  menetét rögzítő piros és kék színnel felrajzolt adatsort használjuk.



1. táblázat

A kerületi erőt meghatározó geometriai mennyiségek:

- u kerületi sebesség;
- v közegsebesség;
- $\theta$  a lapátpozíció szöge.

Legyen a lapátpozíció  $\theta$ -szöge és a sebességi háromszög  $\alpha$ -szöge az alábbi módon összerendelve:

$$\alpha = \theta \quad (5)$$

$$\lambda = u/v \quad (6)$$

Fejezzük ki a fenti adatok felhasználásával a lapáton ébredő kerületi erőt. A (4) szerint a (3) átírható:

$$\beta = \tan^{-1} (\sin(\theta) / (\cos(\theta) + \lambda)) \quad (7)$$

A kerületi erő  $F_x$  és  $F_y$  tangenciális összetevőiből számítható (1) és (2) szerint. A kerületi erő pillanatnyi értékét fejezzük ki  $\theta$  függvényében,  $\lambda$  értékével paraméterezve.

Képezzük először a  $C_y$  és  $C_x$  normális és tangenciális összetevőit:

$$C_{\text{norm}} = -C_y \cdot \cos(\beta) - C_x \sin(\beta) \quad (8)$$

$$F_{\text{kerület}} = u^2 \cdot \left( 1 + \frac{1}{\lambda^2} - \frac{2}{\lambda} \cdot \cos(\theta) \right) \cdot \left[ C_y(\theta, \lambda) \cdot \frac{\sin(\theta)}{\left( \lambda \cdot \sqrt{1 + \frac{1}{\lambda^2} - \frac{2}{\lambda} \cdot \cos(\theta)} \right)} - C_x(\theta, \lambda) \cdot \sqrt{1 - \left[ \frac{\sin(\theta)}{\left( \lambda \cdot \sqrt{1 + \frac{1}{\lambda^2} - \frac{2}{\lambda} \cdot \cos(\theta)} \right)} \right]^2} \right] \cdot \text{const} \quad (12)$$

Az összefüggés a sebességi háromszögre felírható trigonometrikus kapcsolatok felhasználásával adódik (1) alapján. A kifejezés összetett, periodikus és nemlineáris összetevőket tartalmaz.

A gyakorlatban kialakuló tényleges erőhatás, amint ezt a következő, 6. pontban bemutatjuk, a fenti, egy lapátra érvényes alapösszefüggést követi. A tényleges kerületi erő azonban szoros függvénye a konstrukciónak is, ami a lapátozás konkrét profiljától, a lapátprofil és a szerkezet főmérteit között fennálló méretarányoktól, a lapátszámtól való függést jelent. Az egyetlen lapátra vonatkozó alapösszefüggésben is megjelenik a konstrukció konkrét sajátosságaitól függő állandó, amely a közeg sűrűségétől és a konstrukció geometriai adataitól függ.

$$C_{\text{tang}} = C_y \cdot \sin(\beta) - C_x \cdot \cos(\beta) \quad (9)$$

A relatív sebesség (lásd: 2.táblázat vektorábráját):

$$w^2 = (v \cdot \sin(\theta))^2 + (v \cdot \cos(\theta) + u)^2 \quad (10)$$

Végül a lapáton ébredő kerületi erő:

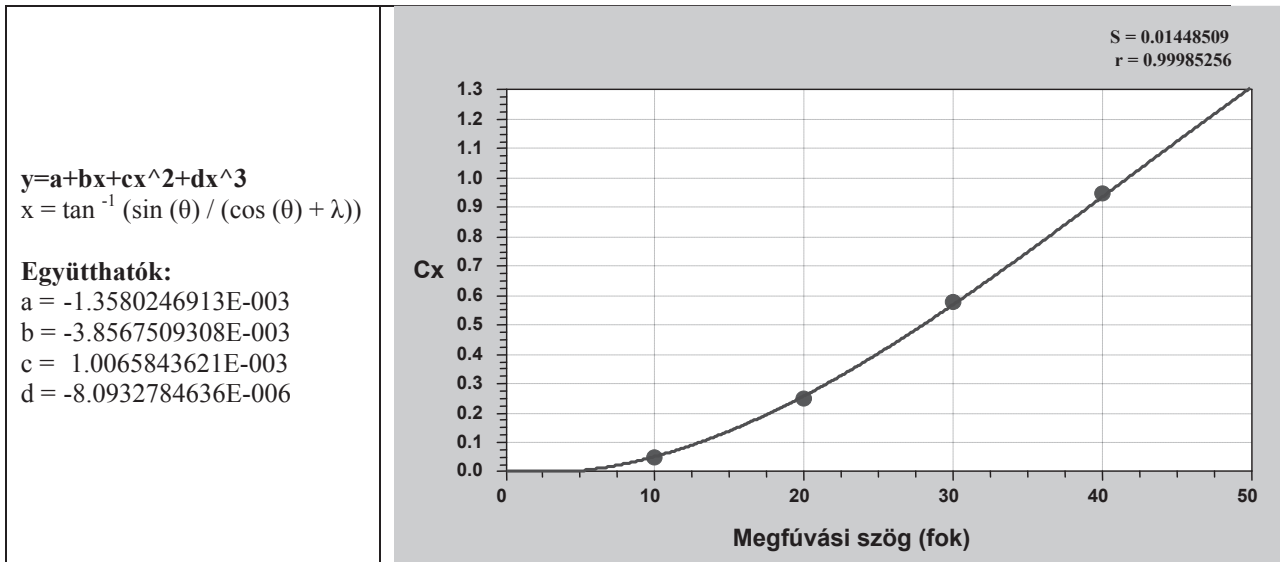
$$F_{\text{kerület}} = w^2 \cdot (-C_{\text{norm}} \cdot \sin(\theta) - C_{\text{tang}} \cos(\theta)) \cdot \text{const} \quad (11)$$

A kerületi erőre vonatkozó alapösszefüggést (1) megadjuk alább (12) a kerületi erőt meghatározó geometriai adatokból képezhető sebességparaméter, valamint a  $C_x$  és  $C_y$  felhasználásával zárt alakban is (emlékeztetünk arra, hogy  $C_x$  és  $C_y$  maguk is függvényei a  $\lambda$  sebességparaméternek és a lapát pillanatnyi helyzetének):

## 6. A SEBESSÉGPARAMÉTER MEGVÁLTOZÁSÁNAK BEFOLYÁSA A KERÜLETI ERŐRE

A kerületi erő alakulását jellemző alapösszefüggés már alkalmas a kerületi erő és a sebességi háromszög geometriája közötti kapcsolat néhány jellegzetességének a bemutatására. A számításhoz az 1. táblázatban feltüntetett, a  $C_x$  és  $C_y$  menetét mutató diagramot alkalmazzuk. A számítás céljára célszerűen polinommal közelítjük a diagramon szereplő görbét a megfúvási szög gyakorlati tartományában.

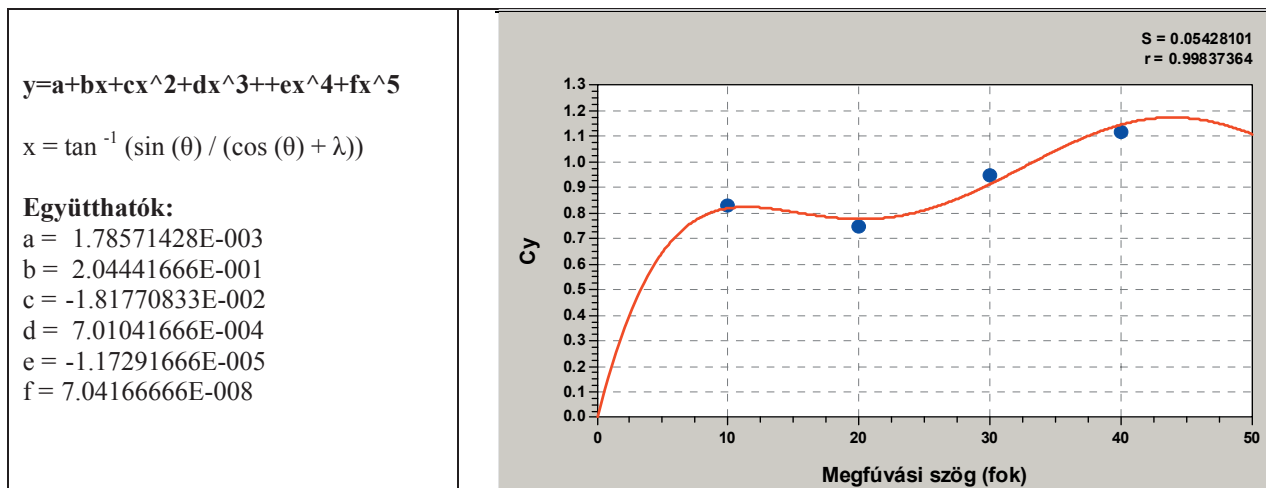
A  $C_x$  görbét 3-ad fokú polinommal közelítjük.



2.táblázat

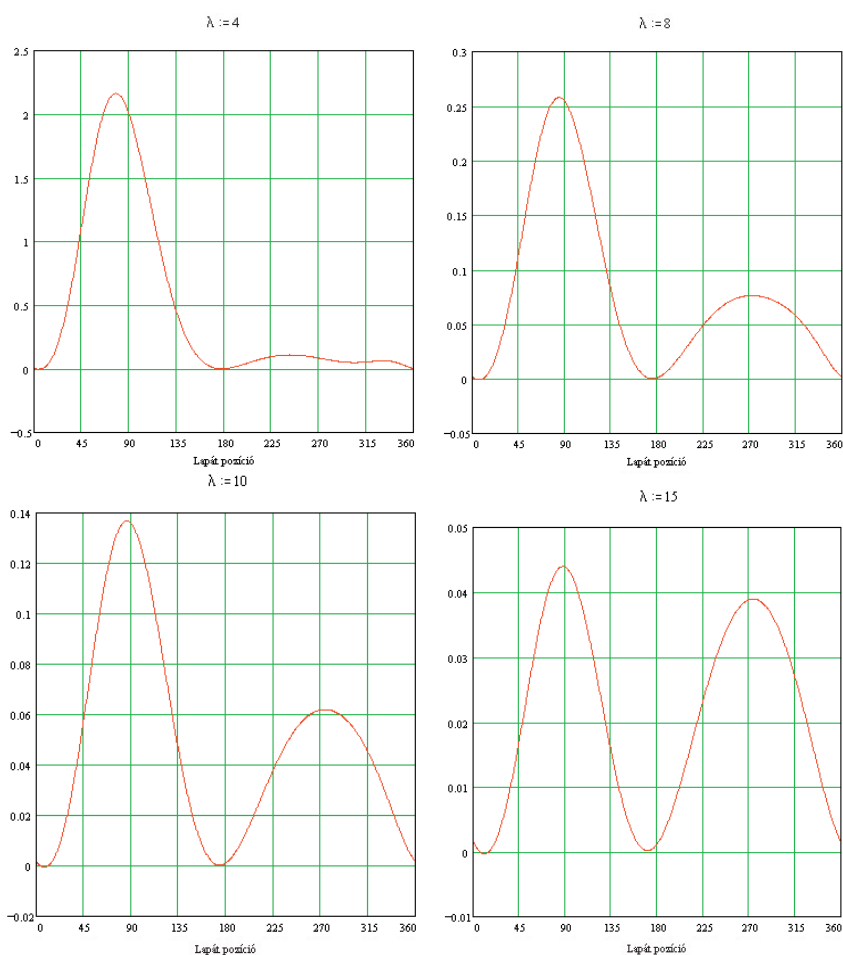
A  $C_y$  görbét 5-öd fokú polinommal közelítjük:

3.táblázat



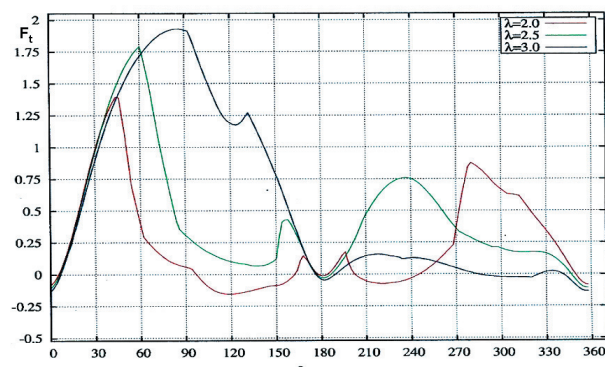
A (13) szerinti összefüggés egyszerű átalakításával képezhető a lapáton ébredő kerületi erővel (nem egyenesen) arányos  $F_{kerület}/u^2/const$  mennyiség, amelynek menetét a lapát elfordulási szögének a függvényében a

$\lambda$  sebességparaméter különböző értékei mellett a 5. ábra szemlélteti.



5. ábra. A lapáton ébredő kerületi erővel (nem egyenesen) arányos  $F_{kerület}/u^2/const$  mennyiség jellegre helyes eloszlása a lapát pozíció függvényében, a  $\lambda$  sebességparaméter különböző értékei mellett

A megfúvási szög (azaz a  $w$  sebesség iránya és a lapát-húr által bezárt  $\delta$  szög) a  $\theta$  szög függvényében a  $\lambda$  sebességparaméter növekedésével egyre kisebb mértékben ingadozik, ezért a  $C_y/C_x$  viszony a  $\lambda$  sebességparaméter növekedésével a  $\theta$  szög növekvő tartományában alakul az optimális érték körül. Megjegyzendő, hogy a  $\lambda$  sebességparaméter növekedése általában az  $u$  kerületi sebesség növekedését jelenti (a közegsebesség állandónak tekinthető), ugyanakkor a  $C_y/C_x$  viszony jellegre helyes figyelembevétele mellett a  $\lambda$  sebességparaméter növekedésével az  $F_{kerület}/u^2/\text{const}$  mennyiség csökkenő tendenciájú.



6. ábra. A lapáton ébredő kerületi erő megvalósított keresztáramú turbinán mért értékeiből képzett jellegre helyes eloszlása a lapát pozíció függvényében [2]

A görbe menete hasonló a 5. ábrán bemutatott, az egyszerűsített modelltől adódó képhez. Az ábra szemlélteti, hogy a kerületi erő kevésbé érzékeny a  $\lambda$  paraméter értékre, mint az  $F_{kerület}/u^2/\text{const}$  mennyiség. A mérésen alapuló diagram tükrözi a konkrét szerkezet adottságaiból adódó jellegzetességet, így a  $C_y$  és  $C_x$  valós értékei miatt fellépő hatást. A 4. ábrán a görbe lefutása lényegesen simább, ami a számítási modell egyszerűsítései mellett elsősorban amiatt jelentkezik, mert a  $C_y$  és  $C_x$  valós értékei helyett egy tendenciájában hasonló menetű, de simított görbét alkalmaztunk.

## 7. TOVÁBBI KUTATÁSI FELADATOK

Az cikkben összefoglalt elemzés rámutat a keresztáramú turbina sebességparaméterének alapvető jelentőségére. A szerkesztett sebességi háromszögek alapján egyszerű szemlélet mutatja, hogy a sebességparaméter 1 alatti értékei mellett a járókerék nagy valószínűséggel nem marad forgásban, illetve szintén a szemlélet alapján látható, hogy létezik a paraméterek olyan együttese, amely biztosítja a forgásban maradási. A forgásban maradás és a külső segítség nélküli indulás feltételeit azonban nem tisztáztuk. A  $\lambda$  paraméter alacsony értékeinél  $F_{kerület}$  átlagos értéke alacsonyabb. Ennek két fő oka van. Az egyik ok az, hogy az alacsonyabb sebességek miatt az erő nagysága négyzetesen csökkenő (lásd a belépő sebességi háromszögeket). Ez a körülmény a tangenciális erő nagyságát a teljes  $\theta$ -tartományban csökkenti. A másik ok az, hogy a megfúvás iránya (amely a  $w$  sebesség iránya és a lapát-húr által bezárt  $\delta$  szög) egyaránt függ a lapát pozíciójától ( $\theta$ ) és a  $\lambda = u/v$  aránytól. A  $\lambda$  sebességparaméter alacsony értékeinél a megfúvás iránya nagymértékben ingadozik a  $\theta$ -szög függvényében, emiatt a megfúvás iránya csak szűkebb  $\theta$ -

tartományban eredményez magas  $C_y$  és alacsony  $C_x$  értéket, azaz a tangenciális erő magas értékeit egy szűkebb  $\theta$ -tartományra korlátozza. Mivel a  $\lambda$  paraméterrel  $u$  nagysága is változik (így a paraméter alacsonyabb értékeinél  $u$  is csökken), az átlagos teljesítmény is érzékenyen reagál a  $\lambda$  paraméter megváltozására. Az elemzés céljára a cikkben a sebességi háromszög ábrázolására a feladat sajátosságaihoz illesztett ábrázolási konvenciót vezetünk be. Bevezettük továbbá a keresztáramú turbina egy lapátjára vonatkozóan a kerületi erő alakulásának kvalitatív elemzésére alkalmas modellt is.

Az cikkben összefoglalt elemzés alapján a keresztáramú turbina működésének nincs elvi akadálya. Ez azt jelenti, hogy a forgásban lévő járókerék a fellépő kerületi erő következtében forgásban maradhat. Az egyszerű elemzés is rámutatott azonban lényeges részletkérdésekre, amelyeknek a megválaszolása a turbina gyakorlati alkalmazásának előfeltétele.

E részletkérdések között az egyik legfontosabb az indíthatóság, azaz: melyik paraméter milyen befolyást gyakorol az indítónyomatékra (a járókerék álló helyzetben van). Ehhez kapcsolódik a stabil üzem tartományának a helyzete is. E kérdéskörök számos részproblémát tartalmaznak. Munkánk folytatásában ezek elemzésével foglalkozunk.

## SUMMARY

Wind power is one of the unlimited, non-polluting sources of energy and it is available in many regions throughout the world. One of the more economically viable wind machines that converts such power into a usable form is the Darrieus type of the cross-flow turbines which was invented by G. Darrieus, a Frenchman. Any aerodynamic performance prediction model have been formulated for the Darrieus turbine are based upon equating the forces on the rotor blades to the change in streamwise momentum through the rotor. The paper shows the evolution of the inlet velocity triangle in relation to the rotor blades. Furthermore the paper explains the fluctuations in the circumferential force as a characteristic feature of cross-flow turbines. Finally, the paper summarizes the cyclically varying forces, assuming different ratios of rotational speed and flow velocity

## 6. HIVATKOZOTT IRODALOM

- [1] U.S. Patent No. 1,835,018 „Turbine having its rotating shaft transverse to the flow of the current” Patented Dec. 8., 1931
- [2] B. KIRKE, L. LAZAUSKAS „Variable pitch Darrieus water turbines” Journal of Fluid Science and Technology, Vol. 3, No. 3, 2008
- [3] SHELDAL R.E., KLIMAS P.C. Aerodynamic characteristics of 7 symmetrical airfoil sections through 180-degree angle of attack for use in aerodynamics analysis of vertical axis wind turbine. Sandia National Laboratories SAND-2114
- [4] CZIBERE T.: Az el nem évülő Bánki-turbina létrehozója 150 éve született, GÉP 60. évf. 3. sz. / 2009
- [5] LAKATOS K.: Hydraulische Analyse einer Bánki-Turbine, Acta Mechanica Slovaca, 3/2000, 499-505 old. ISBN 1335-2393