

FOGASKERÉK-HULLÁMHATÓMŰ LABORATÓRIUMI VIZSGÁLATA I.

LABORATORY TESTS OF HARMONIC GEAR DRIVE I.

Dr. Péter József, a műszaki tudomány kandidátusa, egyetemi docens, Németh Géza egyetemi adjunktus, Miskolci Egyetem Gép- és Terméktervezési Tanszéke. 3515 Miskolc-Egyetemváros

ABSTRACT

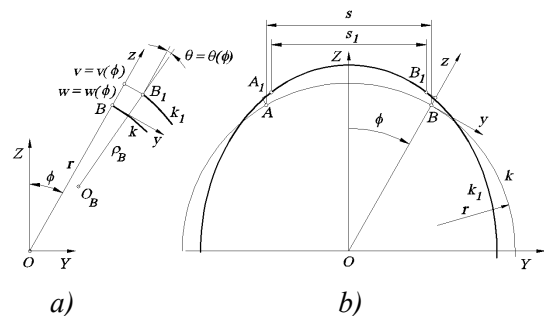
The constraint of the reliable operation of a gear drive is the proper stiffness of the structural elements, so the stiffness of the gears. One of the variant of the planetary gear drives is the harmonic gear drive, which essence is the flexibility of one or both elements of the gear pair. The flexible gear body changes its shape due to the structure of wave generator and gear pair, and also due to the external loads of the drive. The mesh of the gears is the function of the degree and nature of deformation. This paper is dealing with the laboratory test of a drive produced for experimental purposes.

1. BEVEZETÉS

A Miskolci Egyetem Gép- és Terméktervezési Tanszékén (korábban Gépelemek Tanszékén) alapítás óta kutatott terület a fogaskerék-bolygómű. A fogaskerék-bolygómű egyik változata, a fogaskerék-hullámhajtómű az 1970-es évek közepétől tartozik a vizsgált és oktató hajtóművek közé. A működőképes fogaskerék-hullámhajtómű (továbbiakban hullámhajtómű) tervezésének és gyártásának egyik feltétele a hajlékony-merev fogaskerékpár kapcsolódásának ismerete. A [2]-ben a szerző a fogaskerék-hullámhajtómű kapcsolódásának elméleti és laboratóriumi vizsgálatával foglalkozott, a [3]-ban a vizsgálatokat a hullámzó fogasgyűrűs tengelykapcsoló tanulmányozásával bővítette. A cikkben a szerzők a laboratóriumi mérések eredményeinek részleteit ismertetik.

2. HULLÁMHAJTÓMŰ

A hullámhajtómű, *Clarence Walton Musser* találmánya [7,8]. A testek rugalmas alakváltozásában rejlő lehetőségeket Musser az [1]-ben foglalta össze. Musser elvei: az 1. ívhajlás (Arcuation), 2. integrálás (Integration), 3. szélhajlás (Scalloping), 4. differenciálás (Differential), 5. felületi nyúlás (Interfacial strain), 6. Poisson hatás (Poisson's wedge), 7. torziós emelő (Torsion level) és 8. csavart szalag (Twisted strip). A fogaskerék-hullámhajtómű más elvekkel kiegészülve az ívhajlás, az integrálás és a szélhajlás elvén nyugszik.



1. ábra. Ívhajlás. a) A tetszőleges pont elmozdulása és b) a középvonal alakváltozása

2.1. Az ívhajlás.

Az 1. ábrán látható állandó keresztmetszetű sík görbe rúd k középvonala egy r sugarú körív. Terhelés hatására a rúd k középvonala a k_1 vonalba megy át. A középvonal pontjai érintő irányban és sugár irányban elmozdulnak; $w = w(\varphi)$, $v(\varphi) = -\int w(\varphi) d\varphi$,

a normális elfordulása, $\vartheta(\varphi) = \frac{1}{r} (v - \frac{dw}{d\varphi})$, a

középvonal görbülete,

$$\kappa(\varphi) = \frac{1}{\rho(\varphi)} = -\frac{1}{r^2} \left(\frac{d^2 w}{d\varphi^2} + w \right). \quad \text{A húr}$$

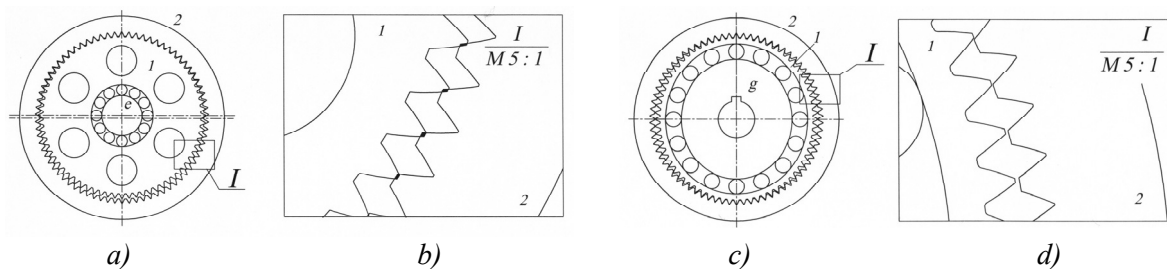
hosszváltozása $s_1 - s = f(\rho(\varphi) - r)$.

A 2.a) ábrán belső fogazatú kerékpárból álló b típusú [5] fogaskerék-bolygómű látható. A fogaskerékpárt az e excenter hozza kapcsolatba. A hajtómű elemek házhöz viszonyított szögsebessége ω_1 , ω_2 és ω_e . A fogaskerékpár excenterhez viszonyított $\omega_{1e} = \omega_1 - \omega_e$ és $\omega_{2g} = \omega_2 - \omega_g$ szögsebességének arányát a fogszámok

határozzák meg. Ha az 1 kerék hajtja a 2 kereket ($1 \rightarrow 2$), az excenterhez viszonyított szögsebességek hányadosa, az áttétel $i_{12} = \frac{\omega_1 - \omega_e}{\omega_2 - \omega_e} = \frac{z_2}{z_1}$. Az áttétel $\omega_2 = 0$ és

$$e \rightarrow 1 \text{ esetben } i_{e1} = \frac{\omega_e}{\omega_1} = -\frac{z_1}{z_2 - z_1}, \text{ nagyságát}$$

a z_1 fogszámmal arányos méretek növekedése és a kis fogszám különbséggel együtt járó fogakadás (2.b) ábra) korlátozza.



2. ábra. a) és b) b típusú fogaskerék-bolygómű, c) és d) fogaskerék-hullámhajtómű

A fogaskerék-hullámhajtómű 1 külső fogazatú kerekét a g generátor oválisra deformálja, a fogaskerékpár kapcsolódásának lehetséges ívén a görbületi sugár csökken, $\rho(\varphi) < r$, a fogfejek között a húrhosszak kisebbek lesznek, $s > s_1$, és a fogak nem akadnak, 2.d) ábra.

3. FOGASKERÉK-HULLÁMHAJTÓMŰ ÉS FOGASKERÉK-HAJTÓMŰ ÜZEMMÓD

A 2.a) ábrán látható hajtómű fogaskerék-hajtómű vagy fogaskerék-bolygómű üzemmódban vizsgálható. Fogaskerék-hajtómű üzemmódban vonatkozási rendszerünket az e excenterhez rögzítjük, melyhez viszonyítva az 1,2 fogaskerékpár pontjai körpályán mozognak. Fogaskerék-bolygómű üzemmódban pl. a 2 gyűrűkerékhez rögzített vonatkozási rendszerben az 1 kerék pontjai ciklois pályán haladnak. A fogaskerék-hullámhajtómű kapcsolódását fogaskerék-hajtómű üzemmódban a vonatkozási rendszert a g generátorhoz rögzítve, vagy fogaskerék-hullámhajtómű üzemmódban a 2 gyűrűkerékhez rögzített vonatkozási rendszerben vizsgálhatjuk. A fogaskerékpár kapcsolódásával összefüggő vizsgálatokat fogaskerék-hajtómű üzemmódban a g generátorhoz rögzített vonatkozási rendszerben végezzük, mivel azok így áttekinthetőbbek.

4. LASSÍTÓ ÉS GYORSÍTÓ FOGASKERÉK-HULLÁMHAJTÓMŰ

A fogaskerék-hullámhajtómű *lassít*, vagy *gyorsít*. Az *első* esetben a g generátor a hajtó,

az 1 hullámkerék a hajtott, és a 2 gyűrűkerék az állványhoz rögzített elem. A hajtás iránya $g \rightarrow 1$. Ha a g generátor a hajtó, a 2 gyűrűkerék a hajtott, az 1 hullámkerék az állványhoz rögzített elem, a hajtás iránya $g \rightarrow 2$. A fogaskerék-hullámhajtómű gyorsít, ha a hajtás iránya $1 \rightarrow g$, vagy $2 \rightarrow g$.

Fogaskerék-hajtómű üzemmódban a hajtómű az $1 \rightarrow 2$ esetben lassít, a $2 \rightarrow 1$ esetben gyorsít. Azt, hogy a fogaskerék-hajtómű $1 \rightarrow 2$ vagy a $2 \rightarrow 1$ hajtásirányának hullámhajtómű-üzemmódban melyik hajtásirány felel meg, a teljesítmények összehasonlításával dönthetjük el. A módszer alapja a hajtómű egyensúlya, vagyis a $g, 1$ és 2 elemekre ható M_g, M_1 és M_2 nyomatékok nagysága és iránya a vonatkozási rendszertől független.

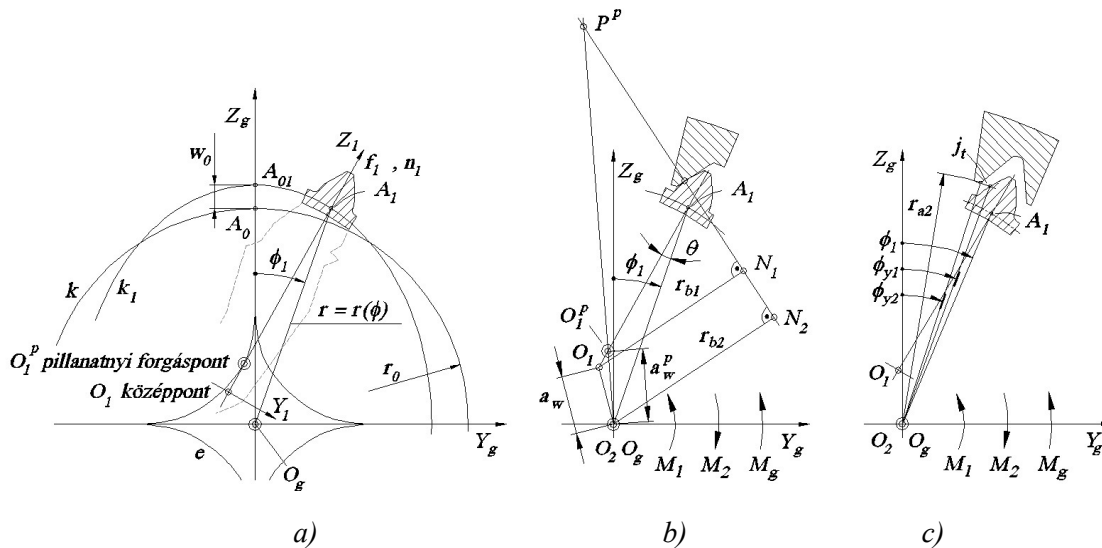
Az 1. táblázat alapján az (1) esetben az 1 keréken a generátorhoz viszonyított $\omega_{1g} = \omega_1 - \omega_g$ szögsebességgel átmenő P_{1g} teljesítmény és az 1 keréken az állványhoz viszonyított ω_1 szögsebességgel átmenő P_1 teljesítmény hányadosa nagyobb, mint egy. Ekkor fogaskerék-hajtómű üzemmódban és fogaskerék-hullámhajtómű üzemmódban az 1 kerék a hajtó vagy a hajtott elem. A hajtás iránya $1 \rightarrow 2$ és $1 \rightarrow g$, vagy $2 \rightarrow 1$ és $g \rightarrow 1$.

	Teljesítményviszony	Teljesítményfolyam	
		Fogaskerék-hajtómű	Fogaskerék-hullámhajtómű
(1)	$\frac{P_{1g}}{P_1} = \frac{M_1(\omega_1 - \omega_g)}{M_1\omega_1} = \frac{u}{u-1} > 0$	$1 \rightarrow 2$	$1 \rightarrow g$
		$2 \rightarrow 1$	$g \rightarrow 1$
(2)	$\frac{P_{2g}}{P_2} = \frac{M_2(\omega_2 - \omega_g)}{M_2\omega_2} = \frac{1}{1-u} < 0$	$1 \rightarrow 2$	$2 \rightarrow g$
		$2 \rightarrow 1$	$g \rightarrow 2$

A (2) esetben az 2 keréken a generátorhoz viszonyított $\omega_{2g} = \omega_2 - \omega_g$ szögsebességgel átmenő P_{2g} teljesítmény és az 2 keréken az állványhoz viszonyított ω_2 szögsebességgel

átmenő P_2 teljesítmény hányadosa kisebb, mint egy. Ekkor fogaskerék-hajtómű üzemmódban $1 \rightarrow 2$, fogaskerék-hullámhajtómű üzemmódban $2 \rightarrow g$, vagy $2 \rightarrow 1$ és $g \rightarrow 2$.

5. A FOGASKERÉK-HULLÁMHAJTÓMŰ KAPCSOLÓDÁS



3. ábra. a) Deformált hajlékony kerék, b) profil kapcsolódás, c) él kapcsolódás

A deformált hajlékony fogaskerék a 3.a) ábrán látható. A fogról feltételezzük, hogy f_1 szimmetriatengelye a k_1 középvonal normálisa, a körevolvens fogprofilokhoz tartozó alapkör középpontja az f_1 szimmetriatengelyen O_1 , a hajlékony fogaskerék generátorhoz viszonyított elfordulása közben a fog pillanatnyi forgáspontja O_1^p .

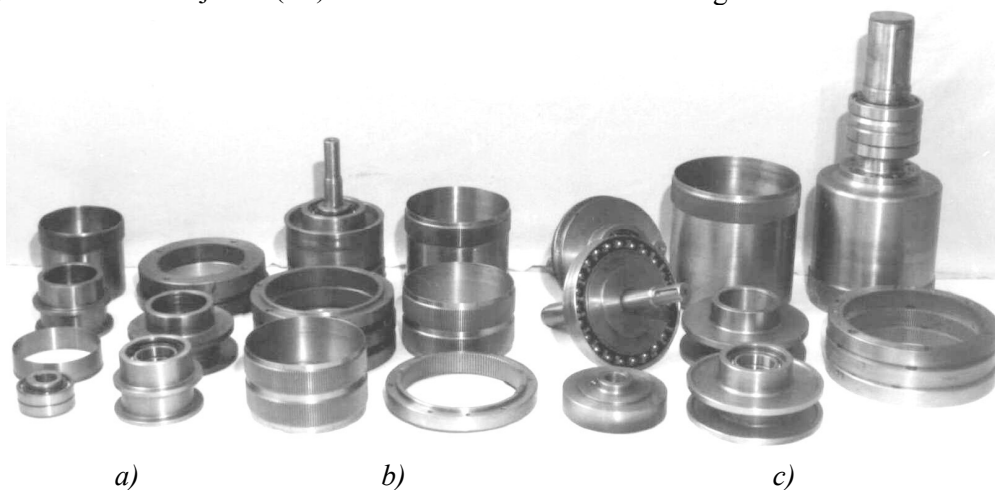
A hajlékony és a merev fogaskerékpár egy-egy fogának kapcsolódása 3.b) ábrán látható módon az O_1 középpontjához viszonyítva eltolt O_1^p forgáspontú külső fogazatú kerék és egy O_2 középpontú és forgáspontú belső fogazatú kerék kapcsolódására vezethető vissza.

A fogprofilok kapcsolódása előtt és mögött a fogprofilok és a fogfejek közötti hézag olyan kicsi, hogy a generátor – hajlékony fogaskerék – gyűrűkerék – ház láncban lévő játékok átrendeződése és az elemek rugalmas alakváltozása következtében a fogfejél és az ellenkerék fogprofilja kapcsolódik. Az élkapcsolódás vizsgálatának alapja a fogpárok közötti hézag és a fogak terhelés hatására bekövetkező rugalmas alakváltozásának meghatározása. Részletesen foglalkozik [2, 3] a fogaskerék-hullámhajtómű rugalmas alakváltozásának összetevőivel és a fogpárok profil és élkapcsolódásával.

6. A KÍSÉRLETI HAJTÓMŰ ELEMEINEK JELLEMZŐ ADATAI

A fogaskerék-hullámhajtómű jellemző mérete a hajlékony fogaskerék névleges belső átmérője (ND), ami közelítőleg a hajlékony fogaskerék tényleges belső átmérőjével (D) azonos. Az

$ND 120, 160$ és 190 névleges méretű hajtóműelemek a 3. ábrán láthatók. A hajtóműelemek a Miskolci Egyetem Gépelemek Tanszékének laboratóriumában készültek. A kísérleteket az $ND190$ névleges méretű elemekkel végeztük.



3. ábra. Hullámhajtómű alapelemek. a) $ND120$, b) $ND160$, c) $ND190$ hajtómű elemek

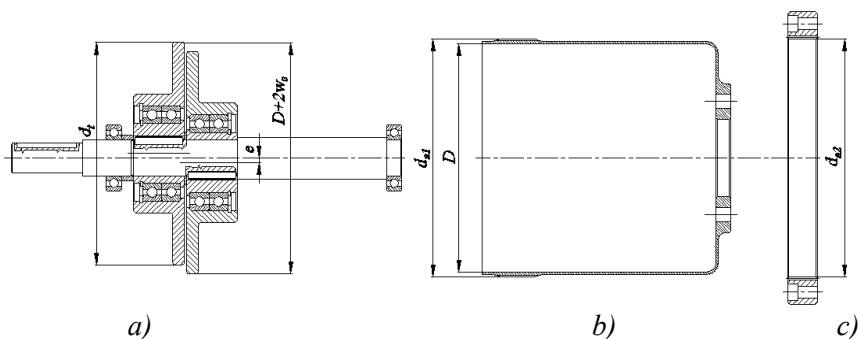
3.1. A fogprofil

A fogprofil körevolvens, az alapprofilszög $\alpha = 20^\circ$, a fejmagasságtényező $h_a^* = 1$, a lábhezagtényező $c^* = 0,25$. A belülről tárcsával megtámasztott hajlékony fogaskerekeket hengeres fogaskerékként lefejtő maróval, a belső fogazatú fogaskerekeket metszőkerékkel fogasztuk.

3.2. Hajlékony fogaskerék, hullámkerék

A hajlékony fogaskerék fő méreteit a rendelkezésre álló anyag befoglaló mérete és fogazó szerszám határozta meg. A hajlékony fogaskerék ajánlott profileltolástényezője $z_1 = 100 \dots 800$ fogszám tartományban $x_1 = 3 \dots 4$. A $H21$ és $H22$ hajlékony fogaskerék

profileltolástényezőjét a fogfej-interferencia elkerülése érdekében az ajánlottnál nagyobbra választottuk. Az 2. táblázat a tervezett (x_1) és a csapméret alapján meghatározott (x_{1m}) profileltolástényezőt tartalmazza. A hajlékony fogaskerék fogmagasságának ajánlott értéke $h_1 = 1,4 \dots 1,6m$, a $H21$ kerék fogmagassága az ajánlottnál kisebb, a $H22$ kerék fogmagassága a nagyobb. Az ajánlottól eltérő fogmagassággal a fogmagasság és az egy időben kapcsolódó fogak száma közötti összefüggést vizsgáltuk. A hullámkerék fogszélességének ajánlott értéke $b_1 = 0,2 \dots 0,4D$. A fogszélességet a fogfej hátsó részén jelentkező interferencia [2] elkerülése érdekében az ajánlottnál kisebbre választottuk.



4. ábra. A fogaskerék-hullámhajtómű elemei. a) Generátor, b) hullámkerék, c) gyűrűkerék

2. táblázat

Hullámkerék, hajlékony fogaskerék	Jelölés	H21	H22
Névleges átmérő	ND	190	190
Modul, mm	m	1	1
Fogsorszám	z_1	190	190
Profileltolástényező	x_1	4,7	4,5
Profileltolástényező, tényleges	x_{1m}	4,715	4,555
Fejkörátmérő, mm	d_{a1}	199,50	200,10
Fejköri profilszög, fok	α_{a1}	26,498	26,841
Fejköri fogvastagság, mm	s_{a1}	1,03	0,611
Lábkörátmérő, mm	d_{f1}	196,93	196,60
Lábköri profilszög, fok	α_{f1}	24,957	24,756
Lábköri fogvastagság, mm	s_{f1}	2,25	2,27
Fogmagasság, mm	h_1	1,285	1,746
Belső átmérő, mm	D	191,50	191,70
Fogazat alatti vastagság, mm	h_0	2,715	2,454
Középkör sugara, mm	r_0	97,607	97,577
Fogszélesség, mm	b_1	30	30
Fogaskerék hossza, mm	L_1	210	205
Egyenértékű vastagság, mm	h_{e1}	3,715	3,454
Egyenértékű szélesség	L_{e1}	90	88

A geometriai és szilárdsági vizsgálatok során a feladat egyszerűsítése érdekében a hajlékony fogaskereket egy h_{e1} vastagságú és L_{e1} szélességű körgyűrűvel helyettesítettük. A gyűrű középfelülete egy $r_0 = \frac{D + h_{e1}}{4}$ sugarú egyenes körhenger. A fogazat alatt a gyűrű vastagsága $h_0 = \frac{d_{f1} - D}{2}$, a fogak hajlító merevségére gyakorolt hatását figyelembe vevő egyenértékű vastagság $h_{e1} = h_0 + m$, ahol

m a modul, a fogakat követő kiegyenlítő tengelykapcsoló szerepét betöltő palástot is magába foglaló gyűrű szélessége

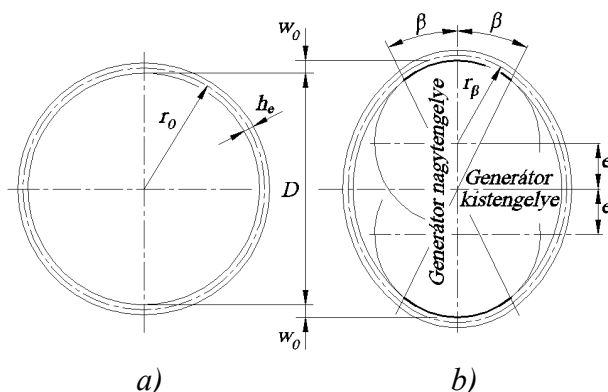
$L_{e1} = b_1 + \frac{L_1 - b_1}{3}$, ahol b_1 a hullámkerék fogszélessége.

3.3. Generátor

A hajlékony fogaskereket a generátor hozza kapcsolatba a hajlékony fogaskerékkel. A generátor változatok [2] közül egyszerűségére tekintettel a kéthullámú tárcsás generátorral foglalkoztunk. A kéthullámú tárcsás generátor excenterből, tárcsából és kereskedelmi forgalomban beszerezhető csapágyakból áll (4. ábra és 3. táblázat).

A fogaskerékpár a generátor hatására a generátor nagytengelye környezetében kapcsolódik. A generátor nagytengelyén a közös fogmagasságára és annak a hajtóműelemek rugalmas alakváltozása következtében bekövetkező csökkenésére tekintettel a hullámkerék w_0 sugárirányú elmozdulásának ajánlott értéke $w_0 = 1,1 \dots 1,2m$, ahol m a modul. A w_0 sugárirányú elmozdulás a hullámkeréket, az excentert és a tárcsát cserélve $0,6m, 0,7m, 0,8m, 1,1m, 1,2m$, és $1,3m$ volt, 3. táblázat. A hajtómű elemek cserélésével a w_0 sugárirányú elmozdulás, a hullámkerék generátorhoz simulálásának íve (a β szög, 4. ábra) és a hullámkerék alakváltozása (a ρ görbületi sugár) közötti kapcsolatot vizsgáltuk.

A e excentricitással csapágyazott d_t átmérőjű tárcsa 2β középponti szöghöz tartozó íven hat a hajlékony fogaskerekre. β ajánlott értéke a generátor nagytengely és kistengelye környezetében ébredő hajlító feszültség nagyságára tekintettel $\beta = 20^\circ \dots 40^\circ$. A tárcsához simulás ívén a középvonal görbületi sugara állandó, $r_\beta = r_0 + w_0 - e$, a tárcsa sugara $r_t = r_\beta - \frac{h_{e1}}{2}$.



4. ábra. a) Hajlékony kereket helyettesítő gyűrű.
b) Tárcsákkal deformált gyűrű

A w_0 , r_0 , r_β és β adatok közötti kapcsolat az

$$\frac{(r_0 - r_\beta)r_0}{w_0 r_\beta} = \frac{\frac{4}{\pi}(\cos \beta + \beta \sin \beta) - 2 \sin \beta}{\frac{\pi}{2} - \sin \beta \cos \beta - \beta - \frac{4}{\pi}(\cos \beta + \beta \sin \beta) + 2 \sin \beta}$$

összefüggés segítségével határozható meg. Adott w_0 , r_0 és r_β értékek alapján számított β értékeket a 3. táblázat tartalmazza.

3. táblázat

H21 hullámkerék. Belső átmérő $D = 191,5 \text{ mm}$. Vastagság $h_e = 3,715 \text{ mm}$

	Jelölés	E2-T12	E2-T56	E2-T34	E1-T12	E1-T56	E1-T34
Excentr., mm	e	3,40	3,40	3,40	3,90	3,90	3,90
Tárcsa- átm., mm	d_t	186,10	186,30	186,90	186,10	186,30	186,90
Elmozd., mm	w_0	0,7	0,8	1,1	1,2	1,3	1,6
Sugár, mm	r_0	97,6075					
Sugár, mm	r_β	94,975	95,0075	95,3075	94,9,75	95,0075	95,3075
Szög, fok	β	2,886	10,52	42,53	34,767	47,427	-

H22 hullámkerék. Belső átmérő $D = 191,7 \text{ mm}$. Vastagság $h_e = 3,455 \text{ mm}$

	Jelölés	E2-T12	E2-T56	E2-T34	E1-T12	E1-T56	E1-T34
Excentr., mm	e	3,40	3,40	3,40	3,90	3,90	3,90
Tárcsa- átm., mm	d_t	186,10	186,30	186,90	186,10	186,30	186,90
Elmozd., mm	w_0	0,6	0,7	1,0	1,1	1,2	1,5
Sugár, mm	r_0	97,5775					
Sugár, mm	r_β	94,7775	94,8775	95,1775	94,7775	94,8775	95,1775
Szög, fok	β	0	2,886	29,544	24,811	34,757	-

3.4. Merev fogaskerék, gyűrűkerék

A hajlékony fogaskerék a külső terhelés megjelenése előtt a generátor nagytengelye környezetében kapcsolódik a gyűrűkerékkel. A generátor nagytengelyén (3. ábra, $\varphi_1 = 0$) a kapcsolódó fogpár $O_1O_2 = a_w$ tengelytávja a hullámkerék sugárirányú elmozdulásával egyenlő, $a_w = w_0$. A gyűrűkerék

$$x_2 = \frac{z_2 - z_1}{2} \frac{\operatorname{inv} \alpha_{wt} - \operatorname{inv} \alpha}{\tan \alpha} + x_1$$

profileltolástényezője, és az

$$\alpha_{wt} = \arccos\left(\frac{z_2 - z_1}{2} \frac{m}{w_0}\right)$$

ismert összefüggésekkel számítható. A G22 és G23 gyűrűkerék jellemző méreteit a 4. táblázat tartalmazza

4. táblázat. A gyűrűkerék jellemző méretei

Gyűrűkerék, merev fogaskerék	Jelölés	G22	G23
Modul, mm	m	1	1
Fogsorszám	z_2	192	192
Tengelytáv, mm	a_w	1,2	1,2
Kapcsolószög, fok	α_{wt}	38,457	38,457
Hullámkerék profileltolástényezője	x_1	4,7	4,5
Gyűrűkerék profileltolástényezője	x_2	4,997	4,797
Mért profileltolástényező	x_{2m}	5,098	4,958
Fejkörátmérő, mm	d_{a2}	199,85	199,50
Fejk. profilsz., fok	α_{a2}	25,474	25,262
Fejköri fogvastagság, mm	s_{a2}	1,151	1,089
Fogmagas., mm	h_2	1,64	1,72

4. ÖSSZEFOGLALÁS

A fogaskerék-hajtómű megbízható működésének alapja a fogaskerék-test merevsége. A fogaskerék-hullámhajtómű fogaskerekei közül az egyiknek vagy mind a kettőnek a lényege a keréktest hajlékonysága. A cikk a hajlékony külső fogazatú és merev belső fogazatú fogaskerékpár laboratóriumi vizsgálatához [2,3,4] használt fogaskerék-hullámhajtómű alkatrészeinek geometriai adatait foglalta össze.

FELHASZNÁLT IRODALOM

[1] Musser C.W.: Elastic-Body Mechanics. Machine Design. 1961. No. 6. 150-156 p.

[2] Péter József: Fogazott hullámhajtómű kapcsolódásának vizsgálata. (a Miskolci Műszaki Egyetemen elfogadott egyetemi doktori értekezés). 1981. 174 p.

[3] Péter József: Fogaskerék-hullámhajtómű és tengelykapcsoló kapcsolódásának vizsgálata. (az MTA Tudományos Minősítő Bizottsága által elfogadott kandidátusi értekezés). 1992. 111 p.

[4] Péter József, Németh Géza: Fogaskerék-hullámhajtómű laboratóriumi vizsgálata II. Gép, 2011. (megjelenés alatt)

[5] Terplán Zénó, Apró Ferenc, Antal Miklós, Döbröczöni Ádám: Fogaskerék-bolygóművek. Műszaki Könyvkiadó. Budapest, 1979. 258 p.

[6] Suvalov Sz. A., Volkov A. D.: Deformacija gibkogo zubcsatogo kolesza dvumja diszkami. Izv. vuz. Mas. 1971. No 10. 44/49 p.

[7] US Pat. 2906143, 1959.

[8] US Pat. 2931248, 1959