

# CSŐSZELVÉNYŰ RÁCSOS TARTÓ TÉRFOGAT- ÉS KÖLTSÉG MINIMÁLÁSA ELMOZDULÁS-KORLÁT ESETÉN

## VOLUME AND COST MINIMIZATION OF A TUBULAR TRUSS WITH DISPLACEMENT CONSTRAINT

*Dr. Farkas József\*, Dr. Jármai Károly\*\**

### ABSTRACT

The minimum volume and cost of a simply supported planar truss with N-type bracing is optimized. The lower chord of the truss is horizontal, but the symmetric upper chord parts are non-parallel and their inclination angle as well as the cross-sectional area of CHS (circular hollow section) rods are optimized. For the calculation of required cross-sectional area of compression struts closed formulae are used as a good approximation of Eurocode 3 buckling curve. A special method is developed for the minimum volume design considering the deflection constraint. In the case of a strong displacement constraint the cross-sectional areas required for the allowed deflection are larger than those required for stress and buckling constraints. The cost function includes the cost of material, cutting and grinding of CHS strut ends, assembly, welding and painting. Special mathematical methods are used to find the optima in the case of a numerical problem.

### 1. BEVEZETÉS

Rácsos tartókat alkalmazunk számos teherhordó szerkezetnél, mint például tetőknél, hidaknál, tengeri fűrótoronyoknál, tornyoknál, stb. A jelen tanulmány célja az, hogy megmutassa az optimális méretezés menetét erős elmozdulási feltétel esetén. Feszültség-korlátozási feltételek esetén a húzott rudak folyáshatárra, nyomott rudak pedig kihajlásra méretezendők. Abban az esetben, ha szigorú az elmozdulási feltétel, akkor a szükséges keresztmetszet-terület nagyobb, mint ami szükséges feszültség-korlátozási feltétel esetén.

Az optimális tervezési folyamat során a rácsos tartóelemek keresztmetszet-területeit, valamint a rácsos tartó geometriai jellemzőit tekintjük változónak, melyek minimálisra csökkentik a célfüggvény értékét és megfelelnek a tervezési és gyártási feltételeknek. Célfüggvény a szerkezet térfogata (súly), vagy költsége lehet, a méretezési feltételek pedig a feszültségi, az elmozdulási, valamint a gyártást könnyebbé tevő feltételek (hegesztés). Arra az esetre, ha aktív az elmozdulás feltétel, egy speciális számítás került kifejlesztésre a szükséges keresztmetszet-területek és a rácsos tartó geometriája meghatározására.

\* professzor emeritusz, DSc, Miskolci Egyetem, GEIK, ALT

\*\* egyetemi tanár, DSc, Miskolci Egyetem, GEIK, ALT

Esetünkben a felső öv szöge (ismeretlenek  $h_9$  és  $h_{13}$  1. ábra) optimált. Egy másik probléma a rudak csoportosítása azonos keresztmetszet-terület szerint. A rudak tervezése különböző keresztmetszet-területre a gyártásnál nehézségeket okoz, de a teljesen azonos keresztmetszet-terület gazdaságatlan lenne. Így a gazdaságosság attól függ, hány rúd-csoportot választunk. A mi esetünkben négy csoport használata tűnik jónak.

A szerkezet térfogatának, vagy költségének minimálásához a rudak keresztmetszet-területeinek minimálására van szükség. A keresztmetszet-terület nyomott rúdnál nem lehet közvetlenül kiszámítani az Eurocode 3 kihajlási képleteiből. Ezért a Japán Útfelügyelet közelítő előírását használjuk. A feszültségi és a kihajlási feltételek számításánál biztonsági tényezővel megnövelt erőkkel számolunk, míg a lehajlás számításánál az erő biztonsági tényező nélküli. Azért, hogy összehasonlítható optimumokat kapjunk, a szükséges keresztmetszet-területet nem kerekítjük a járatos szelvényre és a leggazdaságosabb  $\delta = D/t = 50$  karcsúsági (átmérő/vastagság) arányt használjuk a CHS körcső-szelvényeknél.

Korlátozást kell figyelembe venni a CHS rúdelemek közötti szögre (minimum  $30^\circ$ ), mint gyártási feltételt. Egy másik gyártási feltétel, hogy az övrudak átmérője legyen nagyobb, mint az oszlop- és rácsrudak átmérője. Az önsúly hatását ez az összehasonlító tanulmány elhanyagolja.

### 2. A SZAKTERÜLET IRODALOMKUTATÁSA

Annak érdekében, hogy bemutassuk a szakirodalomban a rácsos tartók optimális méretezését, néhány cikket az 1. táblázat foglal össze.

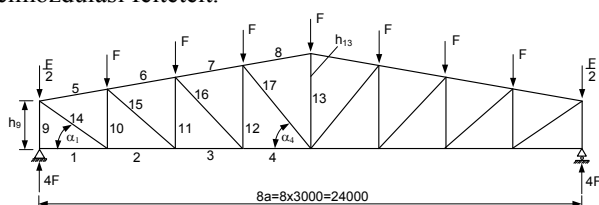
Megjegyzések: (1) A rácsos tartók nyomott elemeit kihajlásra kell méretezni. Az Euler-formula használata nem ad biztonságos tervezést, mivel nem veszi figyelembe a kezdeti alakpontatlanságot és a maradó feszültség hatását. Ezért a kihajlási képletként vagy az Eurocode 3 vagy más korszerű tervezési előírás képleteit kell alkalmazni. (2) A vizsgált keresztmetszet típusát meg kell adni, mivel igazoltuk [11], hogy a keresztmetszeti alak az optimumot jelentősen befolyásolja.

1. táblázat. Irodalmi áttekintés rácsos tartók optimalásáról. Rövidítések: AISC American Institute of Steel Construction, CHS körcső-szelvény, AASHTO American Assoc. of State and Highway Transportation Officials, EC3 Eurocode 3 [1], W – Amerikai hengerelt I-szelvény, PSO particle swarm optimizer, ACO ant colony strategy, HS harmony search, MINLP mixed-integer nonlinear programming, alum – aluminium

Szerző(k)	Példák	Matematikai módszer	Anyag	Kihajlás számítás	Kereszt-metszet	Feltétel
Gil [2]	nem párhuzamos övek	konjugált gradiens	acél	EC3		feszültségi és geometriai
Tong [3]	10-, 25-rudas	kombinatorikus	alum.			feszültségi és frekvencia
Makris [4]	3-,10-,25-,60-és 132-rudas	nyúlási energia sűrűség	alum.	Nincs kihajlás		alakváltozás
Hasancebi [5]	224-rúd 3D gúla, kéttámaszú	szimulált hűtés	acél	AISC	CHS, W-szelvény	elrendezés--optimalás
Kripakaran [6]	10-,18-,21-rudas	új algoritmus	acél, alum.	AASHTO, Euler	CHS	minimális költség
Lamberti [7]	18-rudas konzolos, 25-rudas 3D, 45-,72-és 200-rudas	szimulált hűtés	acél, alum.	Euler		feszültség, csomóponti elmozdulás
Silih [8]	nem párhuzamos övek	MINLP	acél	EC3	CHS	minimális tömeg, vagy költség
Kaveh [9]	10-,25-,120-200-, és 244-rudas távvezeték oszlop	PSO, ACO,HS	acél, alum.	AISC		feszültség, csomóponti elmozdulás
Jármai [10]	Szabadon felfekvő, párhuzamos övű, 5, 8 osztásos	Leap-frog, dynamic-Q	acél	EC3	CHS	optimális magasság, erőhatás, min. térfogat

### 3. MINIMÁLIS TÉRFOGATÚ RÁCSOS TARTÓ OPTIMÁLIS MÉRETEZÉSE NEM PÁRHUZAMOS ÖVEKKEL

Viszonylag egyszerű képletekkel határozható meg a rácsos tartó minimális térfogata, mely kielégíti az elmozdulási feltételt.



1. ábra. Kéttámaszú nem párhuzamos övű rácsos tartó

A rácsos tartó rúdjai  $n$  azonos keresztmetszet-területű ( $A_i$ ) csoportra vannak osztva, így

$$A_i = \mu_i A, \quad i = 1 \dots n, \quad (1)$$

ahol a  $\mu_i$  szorzók, és az elmozdulási feltétel

$$w = \frac{1}{EA} \sum_i \frac{S_i s_i L_i}{\mu_i} \leq w_0, \quad (2)$$

ahol  $E$  a rugalmassági modulus,  $S_i$  a rúderő,  $s_i$  a rúderő az egységnyi, a rácsos tartó közepén ható külső erő esetén,  $L_i$  a rúd hossza,  $w_0$  a megengedett lehajlás.

A (2) képletből kapjuk

$$A \geq \frac{1}{E w_0} \sum_i \frac{S_i s_i L_i}{\mu_i}. \quad (3)$$

A szerkezet térfogata

$$V = \sum_i A_i L_i = \frac{1}{E w_0} \sum_i \mu_i L_i \sum_i \frac{S_i s_i L_i}{\mu_i} = \frac{v_1 v_2}{E w_0} \quad (4)$$

ahol  $v_i$  paraméterek

$$v_1 = \sum_i \mu_i L_i, \quad v_2 = \sum_i \frac{S_i s_i L_i}{\mu_i}. \quad (5)$$

A minimális térfogatra való tervezésnél a rácsos tartó geometriáját keressük, amely

$$V_1 = v_1 v_2. \quad (6)$$

Abban az esetben, ha az 1. ábrán látható rácsos tartó feszítávja állandó, akkor a nem párhuzamos felső övet a változó magasságok,  $h_9$  és  $h_{13}$  határozzák meg. A rácsos tartóra függőleges statikus  $F$  erők hatnak a felső csomópontokban. Az elmozdulás az alsó övrúd közepén lévő csomópontokra van előírva. Feltételezzük, hogy a rácsos tartó csomópontjai meg vannak fogva a keresztirányú alakváltozás szempontjából. Az optimált változók a magasság  $h_9$  és  $h_{13}$ , valamint a rudak keresztmetszet-területei ( $A$  és  $\mu_i$ ).

A számítások azt mutatják, hogy ha szigorú az elmozdulás-korlátozás, akkor a szükséges rúd keresztmetszet-területek olyan nagyok, hogy a húzásnál a feszültségi, a nyomásnál pedig a kihajlási feltételek teljesülnek. Ennek ellenére ezeket a méretezési feltételeket ellenőrizni kell.

A csőszerkezet hegesztett csomópontjainak gyárthatósága érdekében az övrúd és a rácsrúd közötti minimális szögét  $30^0$ -ra vesszük (1. ábra)

$$\tan \alpha_1 = \frac{h_9}{a} \geq \tan 30^0 \quad (7)$$

ahol  $a$  az osztástávolság, ahonnan

$$h_9 \geq a \tan 30^0 = 1732 \text{ mm}, \quad (8)$$

$$\text{és } \tan \alpha_4 \leq 60^0 = \frac{\pi}{3}. \quad (9)$$

A mi esetünkben ezek a korlátok mindig aktívak.

A rúderök és hosszúságuk ( $S_i$ ,  $s_i$ ,  $L_i$ ) a  $h_9$  függvényében vannak kifejezve és a dőlésszög a felső övhöz képest  $\alpha$ .

$$\tan \alpha = \frac{h_{13} - h_9}{4a}, \cos \alpha = \frac{1}{\sqrt{(\tan \alpha)^2 + 1}}, \sin \alpha = \sqrt{1 - (\cos \alpha)^2} \quad (10)$$

2. táblázat Az alsó övrudak jellemzői

$i$	$S_i$	$s_i$	$L_i$
1	$0$	$0$	$A$
2	$3.5Fa/h_{10}$	$0.5a/h_{10}$	$A$
3	$6Fa/h_{11}$	$a/h_{11}$	$A$
4	$7.5Fa/h_{12}$	$1.5a/h_{12}$	$A$

3. táblázat A felső övrudak jellemzői

$i$	$S_i$	$s_i$	$L_i$
5	$\frac{3.5Fa}{h_{10} \cos \alpha}$	$\frac{0.5a}{h_{10} \cos \alpha}$	$\frac{a}{\cos \alpha}$
6	$\frac{6Fa}{h_{11} \cos \alpha}$	$\frac{a}{h_{11} \cos \alpha}$	$\frac{a}{\cos \alpha}$
7	$\frac{7.5Fa}{h_{12} \cos \alpha}$	$\frac{1.5a}{h_{12} \cos \alpha}$	$\frac{a}{\cos \alpha}$
8	$\frac{8Fa}{h_{13} \cos \alpha}$	$\frac{2a}{h_{13} \cos \alpha}$	$\frac{a}{\cos \alpha}$

4. táblázat Az oszloprudak jellemzői

$i$	$S_i$	$s_i$	$L_i$
9	$4F$	$0.5$	$h_9$
10	$-3.5F + S_5 \sin \alpha$	$-0.5 + s_5 \sin \alpha$	$h_{10} = h_9 + a \tan \alpha$
11	$-2.5F + S_6 \sin \alpha$	$-0.5 + s_6 \sin \alpha$	$h_{11} = h_9 + 2a \tan \alpha$
12	$-1.5F + S_7 \sin \alpha$	$-0.5 + s_7 \sin \alpha$	$h_{12} = h_9 + 3a \tan \alpha$
13	$-F + 2S_8 \sin \alpha$	$2s_8 \sin \alpha$	$h_{13}$

5. táblázat A rácsrudak jellemzői

$i$	$S_i$	$s_i$	$L_i$
14	$S_3 L_{14} \cos \alpha / a$	$s_3 L_{14} \cos \alpha / a$	$\sqrt{h_9^2 + a^2}$
15	$(2.5F - S_6 \sin \alpha) L_{15} / h_{10}$	$(0.5 - s_6 \sin \alpha) L_{15} / h_{10}$	$\sqrt{h_{10}^2 + a^2}$
16	$(1.5F - S_7 \sin \alpha) L_{16} / h_{11}$	$(0.5 - s_7 \sin \alpha) L_{16} / h_{11}$	$\sqrt{h_{11}^2 + a^2}$
17	$(0.5F - S_8 \sin \alpha) L_{17} / h_{12}$	$(0.5 - s_8 \sin \alpha) L_{17} / h_{12}$	$\sqrt{h_{12}^2 + a^2}$

A rudak négy csoportba oszthatók, melyek azonos keresztmetszetűek: alsó öv (1,2,3,4), felső öv (5,6,7,8), oszlop-rudak (9,10,11,12,13) és rácsrudak (14,15,16,17).

A gyártás könnyítése érdekében az alsó és felső övrudak azonos keresztmetszetűek ( $\mu_1 = \mu_2 = 1$ ) és a

keresett értékek  $\mu_3$  (szorzó az oszlopokra) és  $\mu_4$  (szorzó a rácsrudakra), amelyek kisebbek mint  $\mu_1$ .

A  $V_1 = v_1 v_2$  összetevőit minimálni kell a következők szerint,

$$v_1 = 8(a + L_7) + 2\mu_3 \sum_{i=9}^{12} h_i + \mu_3 h_{13} + 2\mu_4 \sum_{i=14}^{17} L_i \quad (11)$$

$$v_2 = 2a \sum_{i=2}^4 S_i s_i + 2L_7 \sum_{i=5}^8 S_i s_i + \frac{2}{\mu_3} \sum_{i=9}^{12} S_i s_i h_i + \frac{S_{13} s_{13} h_{13}}{\mu_3} + \frac{2}{\mu_4} \sum_{i=14}^{17} S_i s_i L_i \quad (12)$$

Az optimális értékek  $h_9$ ,  $h_{13}$ ,  $\mu_3$  and  $\mu_4$

$$A_1 = A_2 = \frac{v_{2opt}}{E W_{adm}}, A_3 = \mu_{3opt} A_1, A_4 = \mu_{4opt} A_1 \quad (13)$$

$$V_{min} = v_1 A_1. \quad (14)$$

Körcső szelvényre (CHS  $D$  átmérőjű és  $t$  vastagságú)

$$A = \pi D t = \pi D^2 / \delta, \delta = D / t \quad (15)$$

ahonnan

$$D = \sqrt{\frac{A \delta}{\pi}}, t = \frac{D}{\delta}. \quad (16)$$

A tervezésnél a  $\delta$  maximális értékét kell használni, de legfeljebb 50 lehet [12]. A rendelkezésre álló CHS profilok esetén [13]  $\delta$  10-50 között változik. Annak érdekében, hogy reális optimumot kapjunk,  $\delta = 50$  értéket alkalmazunk.

#### 4. A NYOMOTT RUDAK ELLENŐRZÉSE KIHAJLÁSRA

A kihajlás ellenőrzésére a Japán Road Association (JRA) [14] közelítő képleteit alkalmazzuk az Eurocode3 (b) görbéje helyett. Ebben az esetben zárt képlettel határozhatók meg a szükséges keresztmetszeti méretek.

$$N / A \leq \chi f_y, \quad (17)$$

$$\chi = 1 \quad \text{ha } 0 \leq \bar{\lambda} \leq 0.2, \quad (18a)$$

$$\chi = 1.109 - 0.545 \bar{\lambda} \quad \text{ha } 0.2 \leq \bar{\lambda} \leq 1, \quad (18b)$$

$$\chi = \frac{1}{0.773 + \bar{\lambda}^2} \quad \text{ha } \bar{\lambda} \geq 1, \quad (18c)$$

ahol  $f_y$  a folyáshatár,  $N$  a nyomóerő,  $\chi$  a kihajlási tényező. Bevezetve a következő paramétert

$$\vartheta = 100D / L \quad (19)$$

és használva a  $\bar{\lambda} = c / \vartheta$  összefüggést, a zárt képlet a következő:  $0.2 \vartheta \leq c \leq \vartheta$  esetén

$$\vartheta = 0.24572c \left[ 1 + \sqrt{1 + \frac{14.93475v}{c^2}} \right] \quad (20a)$$

és  $\vartheta \leq c$  -re

$$\vartheta = \left\{ 0.3865v \left[ 1 + \sqrt{1 + \frac{6.69424c^2}{v}} \right] \right\}^{1/2} \quad (20b)$$

a CHS szelvényekre

$$c = \frac{100K \sqrt{\delta}}{\lambda_E}, v = \frac{10^4 S}{L^2} \cdot \frac{\delta}{\pi f_y}, \quad (21)$$

ahol  $\delta = D/t = 50$

$$D = \frac{9L}{100} \quad (22)$$

Abban az esetben, ha nagyon hosszú merevítő rudak vannak kis nyomóerővel, akkor a rúd karcsúságának korlátozása meghatározó. A karcsúság korlátozása

$$\lambda = K_R L / r \leq \lambda_{\max}, \quad (23)$$

A szükséges inercia-sugár

$$r \geq K_R L / \lambda_{\max}. \quad (24)$$

A BS 5400 [15] szabvány szerint  $\lambda_{\max} = 180$ .

$K_R$  a rudak kihajlási fél-hullámhossza,  $K_R = 0.9$  oszlopok és  $K_R = 0,75$  rácsrudak esetén [16].

A következő feltételt kell kielégítenie minden nyomott rúdnak

$$A_i \geq \frac{\pi D_i}{\delta} \quad (25)$$

ahol  $A_i$  az optimális keresztmetszet-terület az elmozdulási feltétel esetén és  $D_i$  a szükséges átmérő a kihajlási feltétel esetén.

## 5. A KÖLTSÉGFÜGGVÉNY

A költségfüggvény tartalmazza az anyagköltséget, a vágási és köszörülési költséget a CHS rudak végén, az összeszerelési, hegesztési és festési költséget.

Az anyagköltség a következő módon számítható:

$$K_M = k_M \rho V_2, \quad (26)$$

ahol az átlagos fajlagos anyagköltség  $k_M = 1,0$  \$/kg értékű,  $\rho = 7.85 \times 10^{-6}$  kg/mm<sup>3</sup> acélsűrűség.  $V_2$  a tényleges szerkezeti térfogat (lásd (35) képlet).

A vágási és köszörülési költségeket a CHS rúdelem végén Glijnis [17] javaslata szerint lehet kiszámítani.

$$K_{CG} (\$) = k_F \Theta_{CG} \frac{2.5\pi D}{(350 - 2t) 0.3 \sin \alpha} \quad (27)$$

ahol  $k_F = 1,0$  \$/perc a specifikus gyártási költség,  $\Theta_{CG} = 3$  tényező, ami a munka összetettségét fejezi ki, 350 mm/perc a vágási sebesség, 0,3 a hatékonyság tényező,  $D$  átmérőjű és  $t$  vastagságú szelvényeknél mm-ben,  $\alpha$  a dőlésszög a rácsrúd és az övrúd között.

A mi esetünkben az oszlop-rudaknál

$$K_{CG} = \Theta_{CG} 2.5\pi 9D_3 \frac{1 + \frac{1}{\cos \alpha}}{(350 - 2t_3) 0.3}. \quad (28)$$

A rácsrudak az alsó övrudak végeinél

$$K_{CG1} = \Theta_{CG} 2.5\pi 2D_4 \frac{\sum_{i=1}^4 \frac{1}{\cos \alpha_i}}{(350 - 2t_4) 0.3}, \quad (29)$$

ahol

$$\tan \alpha_1 = h_3 / a, \quad \tan \alpha_2 = h_{10} / a, \quad \tan \alpha_3 = h_{11} / a, \quad \tan \alpha_4 = h_{12} / a \quad (30)$$

A rácsrudak a felső övrudak végén

$$K_{CG2} = \Theta_{CG} 2.5\pi 2D_4 \frac{\sum_{i=1}^4 \frac{1}{\cos \beta_i}}{(350 - 2t_4) 0.3}, \quad (31)$$

ahol  $\beta_i = 90^\circ - \alpha - \alpha_i$ ,  $i=1,2,3,4$ . (32)

Az általános képlet a hegesztési költségek meghatározására [17,18,19].

$$K_w = k_w \left( C_1 \Theta \sqrt{\kappa \rho V} + 1.3 \sum_i C_{wi} a_{wi}^n C_{pi} L_{wi} \right) \quad (33)$$

ahol  $k_w$  [\$/min] a hegesztési költségtényező,  $C_1$  a szerelési tényező, általában  $C_1 = 1$  min/kg<sup>0.5</sup>,  $\Theta$  az összeszerelés bonyolultsági tényezője. Az első tag adja meg az összeszerelés idejét,  $\kappa$  az összeszerelendő szerkezeti részek száma,  $\rho V$  az összeszerelt szerkezet tömege. A második tag a hegesztési idő,  $C_w$  és  $n$  állandók jellemzik az adott hegesztési technológiát és a hegesztett kötés típusát.

$C_{pi}$  a hegesztési helyzet tényezője (vízszintes 1, függőleges 2, fejfeletti 3),  $L_w$  a varrat hossza, az 1,3-as szorzó figyelembe veszi a járulékos hegesztési időket (salakolás, sorjázás, elektróda csere, stb.)

Esetünkben  $k_w = 1,0$  \$/perc,  $\Theta = 3$ . Az összeszerelés és hegesztés költségei SMAW eljárás segítségével (bevont elektródás ívhegesztés) sarokvarratokra oszlop-rudaknál

$$K_w = k_w \left[ \Theta \sqrt{21 \rho V_2} + 1.3 \times 0.7889 \times 10^{-3} \times 9 \pi D_3 \left( 1 + \frac{1}{\cos \alpha} \right) t_3^2 \right] \quad (34)$$

$$V_2 = 8aA_1 + 8L_7 A_2 + 2A_3 \sum_{i=9}^{12} h_i + A_3 h_{13} + 2A_4 \sum_{i=14}^{17} L_i. \quad (35)$$

A rácsrudak hegesztése az alsó öv végénél

$$K_{w1} = 1.3 \times 0.7889 \times 10^{-3} \times 2 \pi D_4 t_4^2 \sum_{i=1}^4 \frac{1}{\cos \alpha_i}. \quad (36)$$

A rácsrudak hegesztése a felső öv végénél

$$K_{w1} = 1.3 \times 0.7889 \times 10^{-3} \times 2 \pi D_4 t_4^2 \sum_{i=1}^4 \frac{1}{\cos \beta_i}. \quad (37)$$

A festési költség

$$K_p = k_p S_p, \quad k_p = 28.8 \times 10^{-6} \text{ $/mm}^2. \quad (38)$$

A befestendő felület

$$S_p = 8a\pi D_1 + 8L_7 \pi D_2 + 2\pi D_3 \sum_{i=9}^{12} h_i + \pi D_3 h_{13} + 2\pi D_4 \sum_{i=14}^{17} L_i. \quad (39)$$

Az összköltség

$$K = K_M + K_{CG} + K_{CG1} + K_{CG2} + K_w + K_{w1} + K_{w2} + K_p \quad (40)$$

## 6. SZÁMPÉLDA

Az alakváltozás számításához szükséges erő (biztonsági tényező nélkül)  $F = 120000$  N, a feszültség és a kihajlás számításához  $F_0 = 1.5F = 180000$  N (biztonsági tényező 1.5). Az acél folyáshatára  $f_y = 355$  MPa, rugalmassági modulusz  $E = 2.1 \times 10^5$  MPa, feszítáv  $L = 24$  m, megengedett lehajlás a tartó közepén  $w_0 = 32$  mm =  $L/750$ .

## 7. AZ OPTIMÁLÁS FOLYAMATA

Keressük  $h_9$ ,  $h_{13}$ ,  $\mu_3$  és  $\mu_4$  optimális értékeit  $V_{\min}$  vagy  $K_{\min}$ -hez, amelyek teljesítik a következő feltételeket: lehajlási, minimális szög  $\alpha_i$  (8 képlet), maximális szög

$\alpha_4$  (9 képlet), valamint a feszültségi és a kihajlási feltételeket.

A változók mérettartománya a következő:  $1732 < h_9 < 5000$  mm,  $4000 < h_{13} < 8000$  mm és  $h_9 < h_{13}$ ,  $0.5 < \mu_3 < 1$ ,  $0.5 < \mu_4 < 1$ .

Minimális térfogatra való méretezés esetén a (13) és (14) képletek adják meg az eredményt és (25) képletnek teljesülnie kell. Minimális költségre tervezés esetén a (40) képletet kell minimálnunk, melyhez szükségesek a (11), (12), (13), (16) és a (35) képletek.

## 8. AZ OPTIMÁLÁS EREDMÉNYEI

A gyártási feltételek (7 és 8 képlet) meghatározzák a két ismeretlen  $h_9$  és  $h_{13}$  optimális értékét a következő módon: egy adott  $h_9$  értéke esetén ha  $h_{13}$  értéke kisebb, mint  $h_{13opt}$  az nagyobb  $v_1v_2$  értékeket ad, ha nagyobb, akkor nem teljesíti a gyártási feltételt (8 képlet). A 6. táblázat mutatja a maximális  $h_{13}$  értékét a  $h_9$  függvényében.

6. táblázat. A maximális  $h_{13}$  értékei a  $h_9$  függvényében. Értékek mm-ben

$h_9$	1750	1850	1950	2000	2100	2200	2300
$h_{13opt}$	6340	6310	6280	6260	6220	6190	6160

Ezenkívül a számítások azt mutatják, hogy a legjobb érték  $\mu_3$ -ra és  $\mu_4$ -re a 0,6, mivel a 0,5 érték olyan keresztmetszeteket ad, amelyek nem teljesítik a kihajlási feltételt. Így a fennmaradó ismeretlen  $h_9$  optimálható a Mathcad program segítségével. A 7. táblázat a térfogat és a költség értékeit adja meg a  $h_9$  függvényében. Az optimális  $h_9$  minimálja  $v_1v_2$ -t (teljesíti a lehajlás korlátozást), valamint a  $V$  és  $K$  értékét.

7. táblázat. Térfogat és költség  $h_9$  függvényében.  $h$  mm-ben. Az optimum félkövér betűkkel van jelölve.

$h_9$	$h_{13}$	$v_1v_2 \times 10^{-15}$	$V \times 10^{-8} \text{ mm}^3$	$K$ \$
1750	6390	2.331	3.469	7854
1850	6310	2.324	3.459	7830
<b>1950</b>	<b>6280</b>	<b>2.321</b>	<b>3.454</b>	<b>7825</b>
2000	6260	2.322	3.456	7829
2100	6220	2.327	3.463	7843

A 7. táblázat azt mutatja, hogy a következő optimum adódik:  $\mu_3 = \mu_4 = 0,6$ ,  $h_{9opt} = 1950$  mm,  $h_{13opt} = 6280$  mm,  $v_1v_{2min} = 2.321 \times 10^{-15}$ ,  $V_{min} = 3.454 \times 10^8 \text{ mm}^3$ ,  $K_{min} = 7825$  \$,  $A_1 = A_2 = 3708$ ,  $A_3 = A_4 = 2225 \text{ mm}^2$ . A 7. táblázat azt mutatja, hogy az érzékenysége  $V$ -nek és  $K$ -nak kicsi.

A következő keresztmetszeti területek szükségesek a feszültségi és a kihajlási feltételek miatt:  $A_1 = A_2 = 2195$ ,  $A_3 = 2084$ ,  $A_4 = 2094 \text{ mm}^2$ . Ha az elmozdulási feltétel szigorú, akkor a keresztmetszeti területek nagyobbak, mint ami szükséges feszültségi és kihajlási feltétel esetén.

Ezen túlmenően a számítást elvégeztük  $\mu_3 = 0,7$  és  $\mu_4 = 0,5$  értékekre is.

Eredmények:  $h_9 = 1950$  mm:  $A_1 = A_2 = 3728$ ,  $A_3 = 2610$ ,  $A_4 = 1864 \text{ mm}^2$ .  $V = 3.462 \times 10^8 \text{ mm}^3$ ,  $K = 7818$  \$.

Mivel  $A_4 = 2094 \text{ mm}^2$  szükséges a kihajlás miatt,  $\mu_4$  értéke  $\mu_4 = 0,5$  túl kicsi és  $\mu_4 = 0,6$ -ot kell használni.

8. táblázat. Számítási eredmények  $\mu_3 = 0,7$  és  $\mu_4 = 0,5$  esetén. Az optimális méretek félkövér betűkkel jelöltek.

$h_9$	$h_{13}$	$v_1v_2 \times 10^{-15}$
1850	6310	2.329
<b>1950</b>	<b>6280</b>	<b>2.326</b>
2000	6260	2.328

Összehasonlításképpen az optimális méretek párhuzamos övek esetén:  $h_{9opt} = h_{13opt} = 5000$  mm,  $V_{min} = 5.852 \times 10^8 \text{ mm}^3$ .  $K_{min} = 11350$  \$. Látható, hogy a rácsos tartó nem párhuzamos övekkel sokkal gazdaságosabb, mint párhuzamos övekkel.

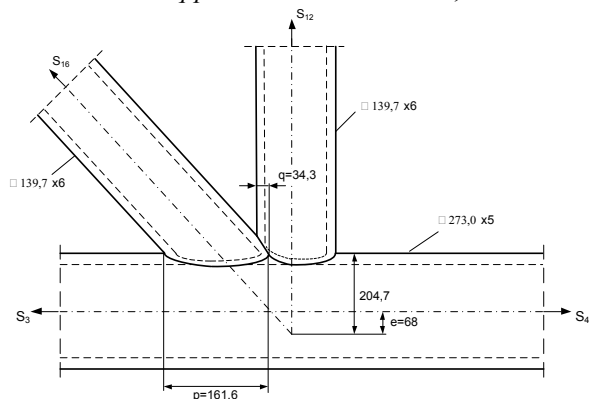
## 9. A RÁCSOS TARTÓ CSOMÓPONTJÁNAK ELLENŐRZÉSE

Az optimalás után az optimális keresztmetszeteket módosítani kell a gyártott profilok (EN 10291-2 [20]) szerint és a csomópontok szilárdságát ellenőrizni kell az új IIW előírások [21] szerint. Ennek illusztrálására a rácsos tartó optimált csomópontja a 2. ábrán látható.

A kapcsolat rüderői a következők:  $S_3 = 787,4$  kN (húzás),  $S_{12} = 11,1$  kN (húzás),  $S_{15} = 233,4$  kN (húzás), melyek meghatározók a rácsrudakra, a 16 rúdra, amelynek  $S_{16} = 13820$  N (nyomás).

A rendelkezésre álló CHS profilok az optimált szerkezetenél a következők: övrudak:  $\varnothing 273.0 \times 5$  mm, oszlop-rudak és rácsrudak:  $\varnothing 139.7 \times 6$  mm.

2. ábrának megfelelően a csomópont átlapoló K-kötés, az excentricitása  $e = 0.25 \times 273 = 68$  mm, az átlapolás mértéke  $O_v = 100q/p = 100 \times 34.3 / 161.6 = 21,2\%$ .



2. ábra Átlapoló rácsos tartó csomópontja

(a) Az átlapoló rácsrúd ellenőrzése feszültségre

$$N^* = f_y t_i L_{b,eff}, \quad L_{b,eff} = \frac{\pi}{4} (2d_i + d_{ei} + d_{e.ov} - 4t_i),$$

$$d_{ei} = \frac{12}{d_0/t_0} \frac{t_0}{t_i} d_i \leq d_i, \quad d_{e.ov} = \frac{12}{d_j/t_j} \frac{t_j}{t_i} d_i \leq d_i$$

Indexek: az átlapoló rácsrúd  $i$ , az átlapoló rúd  $j$ .

A mi esetünkben:

$$d_0 = 273, d_i = d_j = 139.7, t_i = t_j = 6, t_0 = 5$$

$$d_{ei} = 25.6, d_{eov} = 72, L_{b,eff} = 277.2.$$

$$N^* = 355 \times 6 \times 277.2 = 5900533 > 233400 \text{ N, megfelel.}$$

(b) Az övrúdelem ellenőrzése feszültségre

$$\left( \frac{N_0}{N_{pl,0}} \right)^{1.7} \leq 1, N_{pl,0} \geq N_0, N_{pl,0} = A f_y,$$

$$N_{pl,0} = 3781 \times 355 = 1342255 > 787400 \text{ N, megfelel.}$$

(c) A rácsrúd ellenőrzése nyírásra

$$N_i \cos \theta_i + N_j \cos \theta_j \leq N_s^*$$

$$N_s^* = \frac{\pi}{4} \left( 0.58 f_{ui} \frac{100 - O_v}{100} \frac{2d_i + d_{ei}}{\sin \theta_i} t_i + 0.58 f_{ui} \frac{2d_j + d_{ej}}{\sin \theta_j} t_j \right)$$

Esetünkben

$$O_v = 21.2, f_{ui} = 510, d_{ei} = d_{ej} = 25.6, d_i = d_j = 139.7, t_i = t_j = 6,$$

$$S_{15} \cos \theta_j = 116700 < N_s^* = 833513 \text{ N, megfelel.}$$

## 10. ÖSSZEFOGLALÁS

Az optimálási probléma a következő: megtalálni az optimális geometriát és a rudak keresztmetszeti területeit, amelyek minimálják a szerkezet térfogatát vagy költségét egy kéttámaszú rácsos csőszerkezet, nem-párhuzamos övek és szigorú lehajlási feltétel esetén.

Speciális számítási módszer szolgál a probléma megoldására. Az elmozdulási feltétel mellett a rudak ellenőrizve vannak feszültség és kihajlás szempontjából. Az eredmények azt mutatják, hogy abban az esetben, ha szigorú elmozdulás feltétel van, a keresztmetszeti területek nagyobbak, mint amik feszültség és kihajlás esetén szükségesek.

A gyártási (hegesztési) feltételek, melyek minimálják a rudak közötti szöveget ( $30^\circ$ ), szintén aktívak. A kihajlás számítását az Eurocode 3 képleteit közelítő Japán Road Association képleteivel végezzük, amely lehetővé teszi a szükséges keresztmetszeti terület explicit kifejezését.

Speciális képletek szükségesek a költségek kiszámításához. A célfüggvény tartalmazza az anyag, a vágás és köszörülés költségeit a csőelemeknél (CHS), az összeszerelés, a hegesztés és a festés költségét. Az eredmények azt mutatják, hogy ebben az esetben a szerkezet térfogat és költség minimuma azonos.

Ellenőriztük a csomópont szilárdságát, ami mutatja, hogy az öv- és rácsrudaknál a rendelkezésre álló CHS profilok megfelelnek a követelményeknek.

## KÖSZÖNETNYILVÁNÍTÁS

A kutatás az OTKA 75689 program támogatásával készült. A kutatás a TÁMOP-4.2.1.B-10/2/KONV-2010-0001 jelű projekt részeként az Európai Unió támogatásával, az Európai Szociális Alap társfinanszírozásával valósult meg.

## IRODALOM

- [1] EN 1993-1-1: (2005) Eurocode 3: *Design of steel structures*. Part 1.1. General rules and rules for buildings. European Committee for Standardization (CEN).
- [2] Gil L., Andreu A. (2001) Shape and cross-section optimization of a truss structure. *Computers and Structures* Vol. 79, pp. 681-689.
- [3] Tong W.H., Liu G.R. (2001) An optimization procedure for truss structures with discrete variables and dynamic constraints. *Computers and Structures* Vol. 79, pp. 155-162.
- [4] Makris P.A., Provatidis Ch.G. (2002) Weight minimization of displacement-constrained truss structures using a strain energy criterion. *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering* Vol. 191, pp. 2159-2177.
- [5] Hasancebi O., Erbatur F. (2002) Layout optimization of trusses using simulated annealing. *Advances in Engineering Software* Vol. 33, pp. 681-696.
- [6] Kripakaran P., Gupta A., Baugh J.W.jr. (2007) A novel optimization approach for minimum cost design of trusses. *Computers and Structures*, Vol. 85, pp. 1782-1794.
- [7] Lamberti L. (2008) An efficient simulated annealing algorithm for design optimization of truss structures. *Computers and Structures* Vol. 86, pp. 1936-1953.
- [8] Šilih S., Kravanja S. (2008) Topology, shape and standard sizing optimization of trusses using MINLP optimization approach. In: *Design, Fabrication and Economy of Welded Structures*. Internat. Conf. Proc. 2008. Miskolc, Hungary. Jármai, K., Farkas, J. (eds). Chichester, Horwood Publ. pp. 143-150.
- [9] Kaveh A., Talatahari S. (2009) Particle swarm optimizer, ant colony strategy and harmony search scheme hybridized for optimization of truss structures. *Computers and Structures* Vol. 87, pp. 267-283.
- [10] Jármai K., Snyman J.A., Farkas J. (2004) Application of novel constrained optimization algorithms to the minimum volume design of planar CHS trusses with parallel chords. *Engineering Optimization*, Vol. 36, No. 4, pp. 457-471.
- [11] Farkas J., Jármai K. (1997) *Analysis and optimum design of metal structures*. Balkema, Rotterdam-Brookfield.
- [12] Wardenier J., Kurobane Y. et al. (1991) *Design guide for circular hollow section joints under predominantly static loading*. Köln, TÜV Rheinland.
- [13] EN 10210-2: (2006) *Hot finished structural hollow sections*. European Committee for Standardization (CEN).
- [14] Hasegawa A., H., Abo et al. (1985) Optimum cross-sectional shapes of steel compression members with local buckling. *Proc. JSCE Structural Engineering/ Earthquake Engineering*, Vol. 2, pp. 121-129.
- [15] BS 5400 (1983) *Steel, concrete and composite bridges*. Part 3: Code of practice for design of steel bridges. British Standard Institution, London.
- [16] Rondal J., Würker K-G. et al. (1992) *Structural stability of hollow sections*. Köln, TÜV Rheinland.
- [17] Farkas J., Jármai K. (2003) *Economic design of metal structures*. Rotterdam, Millpress.
- [18] Farkas J., Jármai K. (1997) *Analysis and optimum design of metal structures*. Balkema, Rotterdam-Brookfield.
- [19] Farkas J., Jármai K. (2008) *Design and optimization of metal structures*. Chichester, UK, Horwood Publishing.
- [20] EN 10219-2: (2006) *Cold formed circular hollow section profiles*. European Committee for Standardization (CEN).
- [21] Static design procedure for welded hollow section joints. IIW Document XV-1329-09. International Institute of Welding, 2009.