

# Egyirányú nyomással terhelt cellalemez tervezése költségminimumra

## Minimum cost design of a cellular plate under unidirectional compression

Dr. Jármai Károly\*, Dr. Farkas József\*\*

### ABSTRACT

Cellular plates consist of two cover plates and stiffeners between them. Half I-beams employed as stiffeners for fabrication purposes. The cells are very rigid, due to their high torsional rigidity. In case of unidirectional compression overall buckling constraint comes from the Huber equation. The classical critical stress should be considered with the initial imperfection and the residual stresses. The cost function consists of material and welding costs. The unknowns of optimization are the thickness of the two cover plates, the stiffener height and the number of stiffeners in both directions. Two optimization methods have been used, the PSO, Particle swarm optimization and the IOSO, response surface methods.

### BEVEZETÉS

A cellaszerkezetű lemezek két fedőlemezről és a közéjük hegesztett bordarácsból állnak. Ha a két fedőlemez közti távolság (magasság) egy méternél kisebb, akkor legalább az egyik fedőlemez meg kell szakítani, hogy kívülről is hegeszthető legyen. Az egy méternél nagyobb magasságú cellalemezeket főleg kettős hajófeneknél lehet alkalmazni.

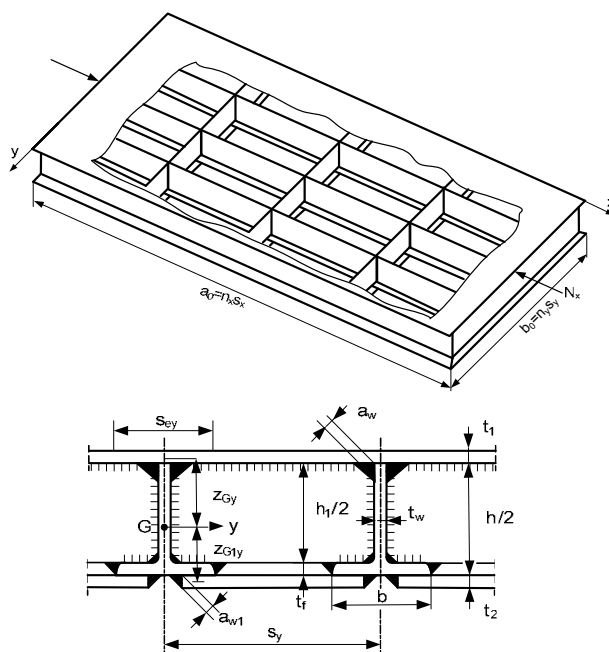
A cellalemezek a cellák nagy csavarási merevsége miatt sokkal szilárdabbak, mint az egy oldalt nyitott szelvényű bordákkal hegesztettek. Másik előnyük, hogy a varratok szimmetriája miatt kicsi a varratsugorodásból keletkező vetemedésük. Kimutatható, hogy izotrópként számíthatók, vagyis a keletkező feszültségek és alakváltozások az izotróp lemezekre ismert képletekkel határozhatók meg [1].

Előnyeik miatt sokfajta szerkezetben alkalmazhatók, például födémekben, tartálytetőkben, hidakban, gépszerkezetekben. Speciális cellalemez típus alkalmazható hajófödémekben [2]. Ezeknél bordákként négyzetes vékonyfalú csöveket használtunk, a fedőlemezeket mindkét oldalon ívpont-hegesztéssel rögzítettük.

Az egyik legjobban kivitelezhető gyártási módszert tárgyaljuk, amely szerint bordákként félbevágott hengerelt I szelvényeket alkalmazunk, melyek gerinclemezét a folytonos felső fedőlemezre hegesztjük,

az alsó fedőlemezrészeket pedig kívülről sarokvarratokkal erősítjük a bordák övlemezéhez (1. ábra).

Főként hegesztett szerkezetekre előnyösen alkalmazható költség-számítási módszert fejlesztettünk ki [2,3,4]. Ezzel az adott szerkezet típus gazdaságossága jól jellemezhető és a különböző szerkezet típusok gazdaságossága jól összehasonlítható. A minimálendő költségfüggvény tartalmazza az anyag-, összeállítási, és hegesztési költségeket és a gyártási sorrendnek megfelelően van megfogalmazva.



1. ábra. Két irányban bordázott cellalemez térbeli képe és keresztmetszete

### A CELLALEMEZEK ALAPVETŐ KÉPLETEI

Az ortotrop lemezek  $w(x,y)$  lehajlásaira vonatkozó Huber egyenlet  $N_x$  egyirányú nyomás esetére

$$B_x \frac{\partial^4 w}{\partial x^4} + 2H \frac{\partial^4 w}{\partial x^2 \partial y^2} + B_y \frac{\partial^4 w}{\partial y^4} + N_x \frac{\partial^2 w}{\partial x^2} = 0 \quad (1)$$

$$\text{ahol } H = B_{xy} + B_{yx} + \frac{\nu}{2}(B_x + B_y) \quad (2)$$

\* egyetemi tanár, DSc. Miskolci Egyetem, GEIK, ALT

\*\* professzor emeritus, DSc, Miskolci Egyetem, GEIK, ALT

az ortotrop lemez csavarási merevsége,  $\nu = 0.3$  a Poisson szám.

A megfelelő hajlítási és csavarási merevségek

$$B_x = \frac{E_1 I_y}{a_y}; B_y = \frac{E_1 I_x}{a_x}; E_1 = \frac{E}{1-\nu^2} \quad (3)$$

$E = 2.1 \times 10^5$  MPa a rugalmassági modulus.

Cellalemezekre  $G$  nyírási modulussal

$$B_{xy} = \frac{GI_y}{a_y}; B_{yx} = \frac{GI_x}{a_x}; G = \frac{E}{2(1+\nu)} \quad (4)$$

$$H = B_{xy} + B_{yx} + \frac{\nu}{2}(B_x + B_y) = \frac{E_1}{2} \left( \frac{I_y}{a_y} + \frac{I_x}{a_x} \right)$$

Az (1) egyenlet megoldása

$$N_E = \frac{\pi^2}{b_0^2} \left[ B_x \left( \frac{b_0}{a_0} \right)^2 + 2H + B_y \left( \frac{a_0}{b_0} \right)^2 \right] \quad (5)$$

### A TELJES CELLALEMEZRE VONATKOZÓ KIHAJLÁSÁRA FELTÉTEL

A kihajlási feltétel

$$\frac{N_x}{n_y A_{ey}} \leq \sigma_{cr} = \frac{f_y}{\sqrt{1+\lambda^2}}, \quad \lambda = \sqrt{\frac{f_y}{\sigma_E}}, \sigma_E = \frac{N_E S_y}{A_{ey}} \quad (6)$$

A  $\sigma_E$  klasszikus kritikus feszültséget a fenti módon csökkenteni kell, mert az nem tartalmazza a kezdeti alakpontatlanság és hegesztési maradó feszültségek hatását. Ezt a csökkentési módot a Det Norske Veritas (DNV) tervezési irányelvei alkalmazzák [5].  $f_y$  a folyási határ.

### A CELLALEMEZ GEOMETRIAI JELLEMZŐI

A fedőlemezek helyi horpadását együttdolgozó lemezszélességgel vesszük figyelembe (1. ábra,  $s_{ey}$ ). Az egy bordával számított hasznos keresztmetszeti területek a cellalemez mindkét ( $x, y$ ) irányában

$$A_{ey} = \frac{h_1 t_w}{2} + bt_f + s_{ey1} t_1 + s_{ey2} t_2 \quad (7)$$

$$A_{ex} = \frac{h_1 t_w}{2} + bt_f + s_{ex1} t_1 + s_{ex2} t_2 \quad (8)$$

$$h_1 = h - 2t_f \quad (9)$$

$$s_y = \frac{b_0}{n_y}, s_x = \frac{a_0}{n_x} \quad (10)$$

ahol  $n_y$  és  $n_x$  az  $y$  és  $x$  irányú bordaosztások száma.

Az együttdolgozó fedőlemez-szélességeket az Eurocode 3 Part 1-5 [6] szerint számítjuk

$$s_{ey1} = \rho_{y1} s_y, s_{ey2} = \rho_{y2} s_y, s_{ex1} = \rho_{x1} s_x, s_{ex2} = \rho_{x2} s_x \quad (11)$$

ahol

$$\rho_{y1} = \frac{\lambda_{py1} - 0.22}{\lambda_{py1}^2} \quad \text{ha} \quad \lambda_{py1} = \frac{s_y}{56.8 \epsilon t_1} \geq 0.673, \quad (12a)$$

$$\rho_{y1} = 1 \quad \text{ha} \quad \lambda_{py1} < 0.673 \quad \epsilon = \sqrt{\frac{235}{f_y}} \quad (12b)$$

A többi  $\rho$  képlete hasonló.

A súlyponti tengely-távolságok

$$z_{Gy} = \frac{1}{A_{ey}} \left[ \frac{h_1 t_w}{2} \left( \frac{h_1}{4} + \frac{t_1}{2} \right) + bt_f \left( \frac{h_1 + t_f + t_1}{2} \right) + s_{ey2} t_2 \left( \frac{h_1 + t_f + t_1 + t_2}{2} \right) \right] \quad (13a)$$

$$z_{Gx} = \frac{1}{A_{ex}} \left[ \frac{h_1 t_w}{2} \left( \frac{h_1}{4} + \frac{t_1}{2} \right) + bt_f \left( \frac{h_1 + t_f + t_1}{2} \right) + s_{ex2} t_2 \left( \frac{h_1 + t_f + t_1 + t_2}{2} \right) \right] \quad (13b)$$

és az ezekre vonatkozó másodrendű nyomatékok

$$I_y = s_{ey1} t_1 z_{Gy}^2 + \frac{h_1^3 t_w}{96} + \frac{h_1 t_w}{2} \left( \frac{h_1}{4} + \frac{t_1}{2} - z_{Gy} \right)^2 + I_{y1}$$

$$I_{y1} = bt_f \left( \frac{h_1 + t_f + t_1}{2} - z_{Gy} \right)^2 + s_{ey2} t_2 \left( \frac{h_1 + t_f + t_1 + t_2}{2} - z_{Gy} \right)^2 \quad (14)$$

$$I_x = s_{ex1} t_1 z_{Gx}^2 + \frac{h_1^3 t_w}{96} + \frac{h_1 t_w}{2} \left( \frac{h_1}{4} + \frac{t_1}{2} - z_{Gx} \right)^2 + I_{x1}$$

$$I_{x1} = bt_f \left( \frac{h_1 + t_f + t_1}{2} - z_{Gx} \right)^2 + s_{ex2} t_2 \left( \frac{h_1 + t_f + t_1 + t_2}{2} - z_{Gx} \right)^2 \quad (15)$$

### GYÁRTÁSI FELTÉTEL

A gyártási feltétel azt fejezi ki, hogy a bordák övei között minimum 300 mm távolságnak kell lennie. Ez biztosítja, hogy a bordák gerinclemezeit megfelelő hozzáféréssel lehessen a fedőlemezhez hegeszteni.

$$s_{y,x} - b \geq 300 \text{ mm} \quad (16)$$

### A KÖLTSÉGFÜGGVÉNY

Az alábbiakban az anyagköltséget ( $K_M$ ) és hegesztési költséget ( $K_W$ ) számítjuk.

$$K_M = k_M \rho V \quad (17)$$

ahol  $k_M = 1.0$  \$/kg,  $\rho = 7.85 \times 10^{-6}$  kg/mm<sup>3</sup>,  $V$  a térfogat.

A hegesztési költség általános képlete [2,3,4]

$$K_w = k_w \left( C_1 \Theta \sqrt{\kappa \rho V} + 1.3 \sum_i C_{wi} a_{wi}^n C_{pi} L_{wi} \right) \quad (18)$$

ahol  $k_w$  [\$/min] a hegesztési költségtényező,  $C_1$  összeállítási költségtényező, egységnyinek vesszük  $C_1 = 1$  min/kg<sup>0.5</sup>,  $\Theta$  az összeállítás bonyolultságát figyelembe vevő tényező. Az első tag az összeállítási időt számítja,  $\kappa$  az összeszerelendő szerkezeti elemek száma,  $\rho V$  az összeszerelt egység tömege, a második tag a hegesztési időt számítja,  $C_w$  és  $n$  a varrat alakjától és a hegesztési módszertől függő állandók,  $C_p$  a hegesztési helyzetét jellemző tényező (vályúhelyzetre 1, függőlegesre 2, felettire 3).

$L_w$  a varrathossz, az 1.3 szorzó a járulékos hegesztési időket veszi figyelembe (gyökfaragás, varrat salaktalanítás, elektród-csere).

A hegesztési költségeket a gyártási sorrendnek megfelelően fogalmazzuk meg.

(a) A felső fedőlemez hegesztése SAW tompavarratokkal (Submerged Arc Welding = fedett ívű hegesztés). A varrathossz  $L_{w1} = 3(a_0 + b_0)$ , a szerkezet tömeg  $V_1 = a_0 b_0 t_1$ ,  $\Theta_1 = 2$ , az elemek száma  $\kappa_1 = 16$ .  $k_w = 1.0$  \$/min.

$$\text{Ha } t_1 \geq 15 \text{ mm } C_w a_w^n = 0.1346 \times 10^{-3} t_1^2 \quad (19a)$$

$$\text{ha } t_1 < 15 \text{ mm } C_w a_w^n = 0.1033 \times 10^{-3} t_1^{1.94} \quad (19b)$$

$$K_{w1} = k_w (\Theta_1 \sqrt{\kappa_1 \rho V_1} + 1.3 C_w a_w^n L_{w1}). \quad (20)$$

(b) A hosszbordák gerinclemezeinek hegesztése a felső fedőlemezhez kettős SAW sarokvarratokkal  $L_{w2} = 2a_0(n_y + 1)$ ,  $\kappa_2 = n_y + 2$ ,  $V_2 = V_1 + a_0(b t_f + h_1 t_w / 2)(n_y + 1)$ ,  $a_w = 0.4 t_w$ ,  $\Theta_2 = 3$ .

$$K_{w2} = k_w (\Theta_2 \sqrt{\kappa_2 \rho V_2} + 1.3 \times 0.2349 \times 10^{-3} a_w^2 L_{w2}). \quad (22)$$

(c) A keresztirányú bordák hegesztése a felső fedőlemezhez és a hosszbordákhoz, a gerinceket kettős sarokvarratokkal (GMAW-C = CO<sub>2</sub>-védőgáz hegesztés), az öveket tompavarratokkal.

$$V_3 = V_2 + b_0(b t_f + h_1 t_w / 2)(n_x + 1), \quad \kappa_3 = 1 + n_y(n_x + 1), \\ L_{w3} = (n_x + 1)(2b_0 + n_y(h_1 + b)) \quad (23)$$

$$K_{w3} = k_w (\Theta_2 \sqrt{\kappa_3 \rho V_3} + 1.3 \times 0.3394 \times 10^{-3} a_w^2 L_{w3} + 1.3 C_w t_f^n L_{w3}) \quad (24)$$

$$\text{Ha } t_f \geq 15 \text{ mm } C_w t_f^n = 0.1496 \times 10^{-3} t_f^{1.9029}, \quad (25a)$$

$$\text{ha } t_f < 15 \text{ mm } C_w t_f^n = 0.1939 \times 10^{-3} t_f^2. \quad (25b)$$

$$L_{wf} = 2b n_y(n_x + 1) \quad (26)$$

(d) Az alsó fedőlemez-elemek hegesztése a bordák öveihez SAW sarokvarratokkal

$$V_4 = V_3 + a_0 b_0 t_2, \quad \kappa_4 = 1 + n_x n_y, \quad L_{w4} = 2(a_0 n_y + b_0 n_x), \quad a_{w1} = 0.7 t_2, \quad (27)$$

$$K_{w4} = k_w (\Theta_1 \sqrt{\kappa_4 \rho V_4} + 1.3 \times 0.2349 \times 10^{-3} a_{w1}^2 L_{w4}). \quad (28)$$

A teljes költség

$$K = K_M + K_{w1} + K_{w2} + K_{w3} + K_{w4}. \quad (29)$$

## SZÁMADATOK, VÁLTOZÓK

$b_0 = 8$  m,  $a_0 = 24$  m,  $N_x = 3 \times 10^7$  [N],  $f_y = 355$  MPa. Az optimalizandó változók:  $x_1 = t_1$  felső fedőlemez-vastagság,  $x_2 = t_2$  alsó fedőlemez-vastagság,  $x_3 = h$  az I szelvényű bordák magassága,  $x_4 = n_x$  az  $x$  irányú borda-osztások száma,  $x_5 = n_y$  az  $y$  irányú borda-osztások száma.

## A RÉSZECSEKCSOPORT MÓDSZER

A Részecskecsoport Módszer (Particle Swarm Optimization PSO) az evolúciós módszerek egy viszonylag új osztálya, mely alkalmas lehet az

optimális megoldás  $x^*$  megkeresésére általános optimalizálási feladatnál. Az eredeti PSO algoritmus, melyet Kennedy és Eberhardt javasolt 1995-ben [7], a nagy csoportokban élő élőlények szociális viselkedésén, egymásra-hatásán alapszik. A PSO különösen csapatviselkedéseket szimulál, amelyek legjobban madárcsapat, halraj, méhraj esetén érzékelhetőek.

Ahhoz, hogy végrehajtsunk egy optimalizálást a többdimenziós térben, a PSO irány vektorokat és sebességeket ad meg minden elemnek (részecskének) a csoportban az ő konkrét pozíciójában. Minden részecske ezután „mozog”, vagy „repül” a vizsgálati térben a részecske megadott sebességével, melyet módosíthat irányában és nagyságában a többi részecske a környezetében. Ezek a helyi hatások a szomszédos részecskéknél terjednek aztán végig a teljes csoporton és ezáltal kerül a csoport kedvezőbb helyzetbe, közelebb a probléma megoldásához. A határok, melyeken belül a részecskék hatni tudnak a többire az a „fitness”, a megfelelés mértéke, mely azt mutatja, hogy az adott részecske mennyire jó, a többi részecske „jóságához” képest. Az evolúciós elv „survival of the fittest” (természetes kiválasztódás) játszik szerepet csakúgy, mint a részecskék szociális viselkedése a „kövesd a helyi vezetőt” hatása, a kiemelkedő minta hatása.

Továbbá az egyes egyedek tanulnak másoktól, különösen a legjobbtól közülük. Minden egyed a csoportban egy elem a többdimenziós térben a pozíciójával és a sebességével. Ezen egyedek repülnek a hipertérben és emlékeznek a korábbi legjobb pozíciójukra. A rajban lévő egyedek kommunikálnak egymás között és igazítják a pozíciójukat és sebességüket a jobb pozíciókhoz.

Új sebességek és részecske pozíciók meghatározása:

Minden  $i=1,2,\dots,M$ :

$$\mathbf{v}_i^{k+1} := \mathbf{v}_i^k + c_1 r_1 (\mathbf{p}_i^b - \mathbf{x}_i^k) + c_2 r_2 (\mathbf{g}^b - \mathbf{x}_i^k) \quad (30)$$

$$\mathbf{x}_i^{k+1} := \mathbf{x}_i^k + \mathbf{v}_i^{k+1} \quad (31)$$

ahol  $r_1$  és  $r_2$  egymástól függetlenül generált véletlen számok az  $[0,1]$  intervallumon, és  $c_1$ ,  $c_2$  megfelelően választott paraméterek.  $F_i^b = F(\mathbf{x}_i^k)$  és  $\mathbf{p}_i^b = \mathbf{x}_i^k$  {a legjobb pont az  $i$  pályagörbén}

$F(\mathbf{x}_i^k) \leq F^g$  akkor legyen  $F^g = F(\mathbf{x}_i^k)$  és  $\mathbf{g}^b = \mathbf{x}_i^k$  {legjobb globális pont}

A módszer nem igényel deriváltakat és képes a célfüggvény globális optimumát meghatározni. A méretezési feltételek a büntetőfüggvények módszerével kezelhetők. Egy operátor, az „őrült madár” újra bevezetésre került a dinamikusan változó maximális sebességek és inercia bevezetése mellett [8].

A folytonos optimalizálási módszert alkalmazva adaptív módon, a tervezési változók diszkrét jellegét figyelembe véve kapjuk meg a szerkezet optimális méreteit.

PSO alkalmazásra került számos szerkezetoptimalizációs feladatnál, mint például két-irányban bordázott merevített lemezek költségoptimalizációja, merevített héjak optimalizációja, szélturbina torony optimalizációja, bordázott héjak optimalizációja, tűzvédelmi számításokra.

## AZ IOSO TECHNOLÓGIA FŐBB JELLEMZŐI

Az IOSO eljárás a válaszfelszín-technológián alapul. Ezért különbözik stratégiája jelentősen az optimalizációs jól ismert más megközelítéseitől. Nagyon hatékony és az alap algoritmus széles alkalmazhatóságú. Fő előnye, hogy az IOSO Technology nagyon összetett optimalizációs feladatokat is képes megoldani [9].

Az IOSO módszer válaszfelszín-módszerek és evolúciós szimulációs elvek alapján egy feltételes optimalizációs algoritmus. IOSO mindegyik iterációja két lépésből áll. Az első lépés a célfüggvény közelítésének a létrehozása. Mindegyik iteráció ebben a lépésben a kezdeti közelítés dekompozícióját jelenti egy egyszerű közelítésfüggvény rendszerbe. A végső válaszfüggvény egy többszintes grafikon.

A második lépés ennek a közelítő-függvénynek az optimalizációja. Ez a közelítés számításba veszi a szerkezetönjavításait és a válaszfelszín közelítési paramétereit. Ennek a megközelítésnek a megkülönböztető jegye a rendkívül alacsony számú vizsgált pont, hogy iniciálja az algoritmust, (30-50 pont az optimalizációs problémánál a majdnem 100-zal rendelkező változószám esetén).

A kapott válaszfüggvényt használja a többszintes optimalizációs eljárásaiban a szimuláció szint adaptív változtatásával, mind az egy, mind a többszintes analízis során. Az IOSO mindegyik iteráció alatt a válaszfüggvény optimalizálását végrehajtják az aktuális keresőterületen belül [10].

Ezt a lépést követi a vizsgált pontból a matematikai modell meghívása. Az információ, ami a célfüggvény viselkedésére vonatkozik a szélsőérték közelében, tárolásra kerül és a válaszfüggvény erre a keresőterületre lesz pontosabbá.

Így mindegyik iteráció alatt a közelítő-függvények sorozatát építi be az optimalizációs feltételbe. Ezek a függvények különböznek egymástól mind a szerkezet, mind az érvényességi kör vonatkozásában. Az adott közelítő-függvények következő optimalizációja lehetővé teszi számunkra, hogy meghatározzuk az optimális változókat egy készlet vektorát, amit arra használnak, hogy javuljon a közelítés az egyes iterációk során.

## EREDMÉNYEK

Az 1. táblázat mutatja a diszkrét optimumok értékeit a PSO és az IOSO módszerek alkalmazásával. A merevítők száma  $x$  irányban relatív kicsi. A számítások azt mutatják, hogy mindkét eljárás nagyon hatékony az optimum megkeresésében.

1. táblázat A cellalemez optimális méretei mm-ben, költsége USD-ben

Módszer	$x_1=t_1$	$x_2=t_2$	$x_3=h$	$x_4=n_x$	$x_5=n_y$
	[mm]	[mm]	[mm]		
PSO	6	5	533.1	2	12
PSO	<b>8</b>	<b>5</b>	<b>454.6</b>	<b>2</b>	<b>13</b>
IOSO	11	4	454.6	2	11
IOSO	<b>8</b>	<b>4</b>	<b>454.6</b>	<b>2</b>	<b>14</b>

Módszer	Költség [USD]	Iterációszám	Egyedek száma
PSO	46043.97		50
PSO	<b>44849.55</b>		<b>500</b>
IOSO	45867.42	211	
IOSO	<b>43769.13</b>	<b>522</b>	

## KÖSZÖNETNYILVÁNÍTÁS

A kutatás az OTKA 75689 program támogatásával készült. A kutatás a TÁMOP-4.2.1.B-10/2/KONV-2010-0001 jelű projekt részeként az Európai Unió támogatásával, az Európai Szociális Alap társfinanszírozásával valósult meg.

## IRODALOM

- [1] Farkas, J., Jármai, K. (2006) Optimum design and cost comparison of a welded plate stiffened on one side and a cellular plate both loaded by uniaxial compression. *Welding in the World*, 2006; 50: No.3-4, 45-51.
- [2] Farkas, J., Jármai, K. (2003) *Economic design of metal structures*. Millpress, Rotterdam
- [3] Farkas, J., Jármai, K. (1997) *Analysis and optimum design of metal structures*. Balkema, Rotterdam-Brookfield
- [4] Farkas, J., Jármai, K. (2008) Design and optimization of metal structures. Horwood, Chichester, UK
- [5] Det Norske Veritas (DNV) (1995) *Buckling strength analysis*, Classification Notes No.30.1. Høvik, Norway.
- [6] Eurocode 3 (2006) Design of steel structures. Part 1-5: Plated structural elements.
- [7] Kennedy, J. & Eberhart, R.C. (1995) Particle swarm optimization. *Proc. IEEE Int'l Conf. on Neural Networks*, IV, 1942-1948. IEEE service center, Piscataway, NJ, 1995. 1942-1948
- [8] Fourie, P.C. & Groenwold, A.A. (2000) Particle swarm in size and shape optimisation, *International Workshop on Multidisciplinary Design Optimization*, 7-10, Aug. 2000, Pretoria, South Africa, Proceedings 97-106.
- [9] Egorov, I.N. (1998) Indirect Optimization Method on the Basis of Self-Organization, *Proceedings of Optimization Techniques and Applications (ICOTA'98)*, 2, 683-691, Curtin University of Technology, Perth, Australia.
- [10] Egorov, I.N. and Kretinin, G.V. (1992) Multicriterion Stochastic Optimization of Axial Compressor, *Proceedings of ASME COGEN-TURBO-VI*, Houston, Texas