DOMBORÍTOTT FOGFELÜLET ELŐÁLLÍTÁSA KÉTPARAMÉTERES BURKOLÁSSAL

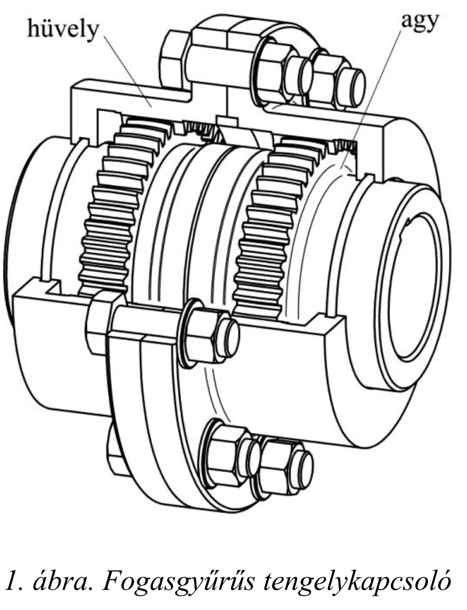
GENERATION OF CROWNED TOOTH SURFACE BY TWO-PARAMETER ENVELOPING

Kelemen László, PhD hallgató, Miskolci Egyetem
Dr. Szente József, PhD, Miskolci Egyetem

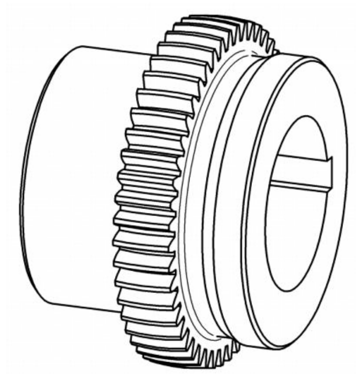
ABSTRACT. The most important component of gear coupling is the hub having crowned tooth surfaces. The crowned teeth are produced by hobbing, typically. The resulted tooth suface depends on several parameters. It is influenced by the size of the hob and the feed, hence an approximation is accepted and the idealized tooth surface is generated by two-parameter enveloping.

1. BEVEZETÉS

A fogasgyűrűs tengelykapcsoló (1. ábra) legfontosabb eleme a domborított fogfelületekkel rendelkező agy (2. ábra), mely alapvetően befolyásolja a tengelykapcsoló működését, teherbírását, hibakompenzáló képességét. A fogfelületek előállításának jellegzetes megoldása a lefejtőmarással történő gyártás. Tekintettel arra, hogy a kialakuló fogfelületek a marószerszám átmérőjétől és a mozgásparaméterektől függően változnak, a továbbiakban egy közelítő modellt alkotunk, amely a fogfelület két független paraméterrel történő előállításán alapszik [1, 2].



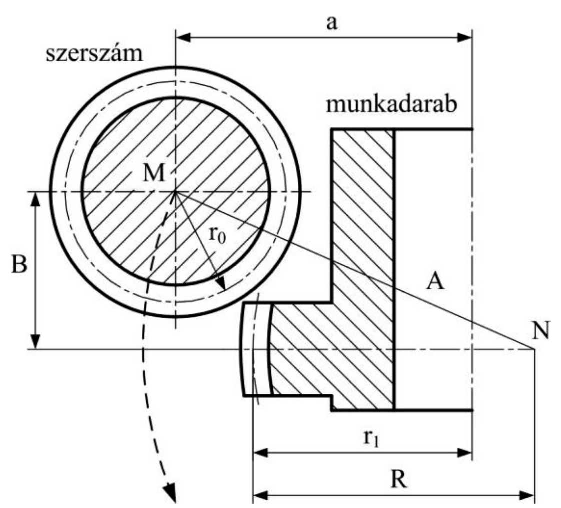
1. ábra. Fogasgyűrűs tengelykapcsoló



2. ábra. Domborított fogfelületű agy

2. A DOMBORÍTOTT FOGAZAT GYÁRTÁSA

A tengelykapcsoló agy domborított fogazata lefejtőmarással, a munkadarab és a szerszám összehangolt mozgatásával állítható elő, a 3. ábrának megfelelően.



3. ábra. A domborított fogfelület gyártásának elvi vázlata

A domborított fogfelület előállításához a szerszámot körpályán kell mozgatni. A lefejtőmarógép sajátos felépítése ezt általában nem teszi lehetővé, ezért a szükséges relatív mozgást a munkadarab-asztal sugárirányú és a szerszám axiális mozgásával érjük el.

Gyártás közben a tengelytáv folyamatosan változik. Legnagyobb értéke:

$$a_{\max} = r_0 + r_1, \tag{1}$$

ahol r_0 a lefejtőmaró osztókörsugara, r_1 a munkadarab osztókörsugara.

A szerszám és a munkadarab relatív mozgásának körpályáját az $A = \overline{MN}$ sugárral jellemezhetjük, mely függ a szerszám osztókörsugarától és a fogdomborításra jellemző R mérettől (3. ábra):

$$A = r_0 + R. \tag{2}$$

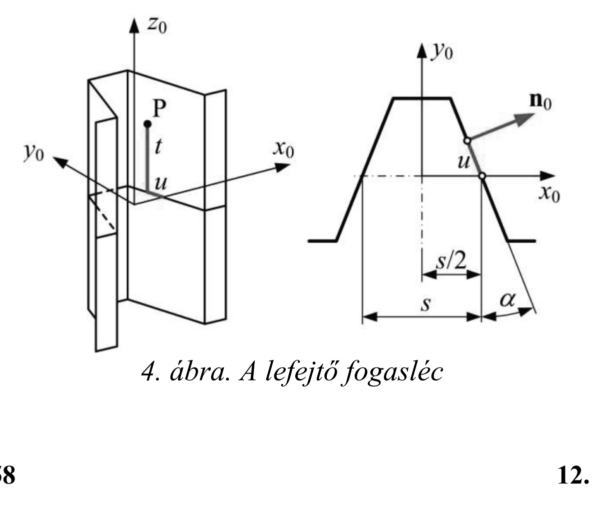
A tengelytáv pillanatnyi értékét fentiek mellett a lefejtőmaró axiális helyzete határozza meg, melyet a 3. ábrán B-vel jelöltünk. Mindezek alapján a pillanatnyi tengelytáv:

$$a = \sqrt{A^2 - B^2} - R + r_1. \tag{3}$$

3. A FOGFELÜLET MATEMATIKAI MODELLJE

A domborított fogfelület valóságos alakja függ a lefejtőmaró átmérőjétől, a kerületi, a sugárirányú és a tengelyirányú előtolások nagyságától. Ennek megfelelően ugyanannak a fogaskeréknek a valóságos fogfelülete az említett paraméterek különböző értéke mellett eltérő lesz.

A fogasgyűrűs tengelykapcsoló működésének, teherbírásának vizsgálatához szükség van a fogfelület matematikai leírására. Ehhez egy olyan általános érvényű elméleti fogfelület a legmegfelelőbb, mely független a felsorolt jellemzőktől, ugyanakkor a valóságos fogfelület jó közelítését adja. Az idealizált fogfelületet az evolvens geometria alap-profiljára építve, kétparaméteres burkolással fogjuk előállítani.



4. ábra. A lefejtő fogasléc

3.1. A lefejtő felület

A lefejtő felületek az evolvens alapprofilból előállított lökethasáb síkjai (4. ábra). A lefejtő fogasléc fogfelülete és normálisa a következő egyenletekkel írható le:

$$\left.\begin{aligned} x_0 &= s/2 - u\sin\alpha, \\ y_0 &= u\cos\alpha, \\ z_0 &= t. \end{aligned}\right\} \tag{4}$$

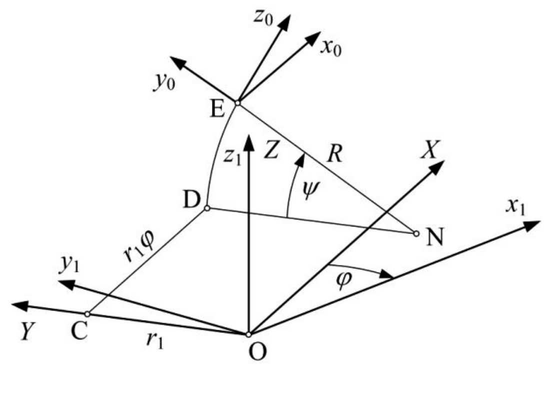
$$\left.\begin{aligned} n_{x0} &= \cos\alpha, \\ n_{y_0} &= \sin\alpha, \\ n_{z0} &= 0. \end{aligned}\right\} \tag{5}$$

Az egyenletekben u és t a felület paraméterei, s a domborított fogfelület fogvastagsága az osztókörön és a középsíkban mérve, α az alapprofilszög. A jelölések értelmezése a 4. ábrán látható.

Az egyenletek a jobboldali síkra érvényesek, ugyanakkor a baloldali síkra a szimmetria alapján könnyen felírhatók.

3.2. Koordinátarendszerek, a tagok mozgása

Az 5. ábrán az alkalmazott koordinátarendszerek láthatók.



5. ábra. Koordinátarendszerek

Az S_F (O, X, Y, Z) álló koordinátarendszerben vizsgáljuk a tagok mozgását. Az S_1 (O, x_1, y_1, z_1) koordinátarendszer origója azonos az S_F rendszerével, z_1 tengelye pedig egybeesik a Z koordináta tengellyel. S_1-et a fogaskerékhez rögzítettük, azzal együtt forog állandó szögsebességgel a Z tengely körül. Pillanatnyi elfordulását a φ szöggel jelöljük.

Az S_0 (E, x_0, y_0, z_0) koordinátarendszer a lefejtő fogasléchez kapcsolódik. Azzal együtt forog az N ponton átmenő, X tengellyel párhuzamos tengely körül, valamint haladó mozgást végez az X tengely mentén. Adott pillanatban az elfordulást a ψ szög, az elmozdulást az $r_1\varphi$ távolság jellemzi. Az 5. ábrán r_1 a fogaskerék osztókörsugara, R a domborítás paramétere.

A koordinátarendszerek közötti kapcsolatot a transzformáció mátrixai adják.

$$M_{F0} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & r_1\varphi \\ 0 & \cos\psi & -\sin\psi & r_1 - R(1-\cos\psi) \\ 0 & \sin\psi & \cos\psi & R\sin\psi \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \tag{6}$$

$$M_{1F} = \begin{bmatrix} \cos\varphi & -\sin\varphi & 0 & 0 \\ \sin\varphi & \cos\varphi & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \tag{7}$$

M_{F0} az S_0-ból S_F-be, M_{1F} az S_F-ből S_1-be való áttérés mátrixa.

3.3. A domborított fogfelület egyenlete

A domborított fogfelületet két független paraméterrel (φ, ψ) fogjuk előállítani.

A mozgó lefejtő felületet és normálisát írjuk fel az S_F álló koordinátarendszerben:

$$\left.\begin{aligned} X &= r_1\varphi + x_0, \\ Y &= r_1 - R(1-\cos\psi) + y_0\cos\psi - z_0\sin\psi, \\ Z &= R\sin\psi + y_0\sin\psi + z_0\cos\psi. \end{aligned}\right\} \tag{8}$$

$$\left.\begin{aligned} N_x &= \cos\alpha, \\ N_y &= \sin\alpha\cos\psi, \\ N_z &= \sin\alpha\sin\psi. \end{aligned}\right\} \tag{9}$$

(8) egyenleteket megvizsgálva megállapítható, hogy olyan felületsereget kapunk, melyben négy paraméter szerepel:

$$\left.\begin{aligned} X &= X(u,\varphi), \\ Y &= Y(u,t,\psi), \\ Z &= Z(u,t,\psi). \end{aligned}\right\} \tag{10}$$

Áttérve az S_1 forgó koordinátarendszerbe, a lefejtő felületsereget a következő egyenletrendszer állítja elő:

$$\left.\begin{aligned} x_1 &= X\cos\varphi - Y\sin\varphi, \\ y_1 &= X\sin\varphi + Y\cos\varphi, \\ z_1 &= Z. \end{aligned}\right\} \tag{11}$$

Az egyes koordináták paraméterektől való függését (10) és (11) felhasználásával tudjuk meghatározni:

$$\left.\begin{aligned} x_1 &= x_1(u,\varphi,t,\psi), \\ y_1 &= y_1(u,\varphi,t,\psi), \\ z_1 &= z_1(u,t,\psi). \end{aligned}\right\} \tag{12}$$

(12) alapján világos, hogy a domborított fogfelület leírásához kapcsolatot kell keresni a lefejtő felület u és t, valamint a mozgás φ és ψ paraméterei között. Egészen pontosan két olyan további egyenletet kell megadni, amelyekkel a fogfelület egyértelművé, két paraméterrel meghatározottá válik. Formálisan a két függvénykapcsolat:

$$\left.\begin{aligned} F_1(u,\varphi,t,\psi) &= 0, \\ F_2(u,\varphi,t,\psi) &= 0. \end{aligned}\right\} \tag{13}$$

A paraméterek közötti fenti összefüggéseket a kapcsolódási tengelyek segítségével határozzuk meg. A kapcsolódási tengely olyan egyenes vonal, amit elmetszenek az egymást kölcsönösen burkoló felületek pillanatnyi érintkezési vonalának összes pontjához tartozó normálisok.

Ha φ = konstans, a viszonylagos mozgás az N ponton átmenő, X tengellyel párhuzamos egyenes körüli forgás. A viszonylagos forgómozgás tengelye egyben kapcsolódási tengely is. Legyen az érintkezési pont helyvektora $\mathbf{R} = X\,\mathbf{i} + Y\,\mathbf{j} + Z\,\mathbf{k}$, ahol $\mathbf{i}$, $\mathbf{j}$ és $\mathbf{k}$ a koordinátairányok egységvektorai. Az érintkezési pontba a kapcsolódási tengelyen és a normálison keresztül is eljuthatunk. Ezt a következő egyenlet fejezi ki:

$$\mathbf{R} = A\mathbf{i} - (R - r_1)\mathbf{j} + B\mathbf{N}, \tag{14}$$

ahol A a metszéspont távolsága az origótól a kapcsolódási tengely mentén, B a metszéspont és az érintkezési pont távolsága normális irányban mérve.

Áttérve a skaláris egyenletekre:

$$\left.\begin{aligned} X &= A + B\cos\alpha, \\ Y &= r_1 - R + B\sin\alpha\cos\psi, \\ Z &= B\sin\alpha\sin\psi \end{aligned}\right\} \qquad (15)$$

összefüggésekhez jutunk. (15) második és a harmadik egyenletéből B-t kiküszöbölve és (8)-ból Y-t és Z-t behelyettesítve megállapítható, hogy csak $z_0 = 0$ ad egyértelmű megoldást, azaz az $F_1(u,\varphi,t,\psi) = 0$ paraméterkapcsolatnak

$$t = 0 \qquad (16)$$

felel meg. Ebből az következik, hogy a lefejtő felületnek csak a $z_0 = 0$ síkban lévő alapprofilja eredményez kapcsolódási pontokat.

További paraméterkapcsolat állítható elő ψ = konstans esetén. Ekkor a viszonylagos mozgás a C ponton átmenő, Z tengellyel párhuzamos egyenes körüli forgás. Ez az egyenes ugyancsak kapcsolódási tengely, tehát az érintkezési pontokban felvett normálisok keresztül mennek rajta. Bármely érintkezési pontra igaz, hogy

$$\mathbf{R} = r_1\mathbf{j} + G\mathbf{k} + H\mathbf{N}, \qquad (17)$$

ahol G a metszéspont távolsága az origótól a kapcsolódási tengely mentén, H a metszéspont és az érintkezési pont távolsága normális irányban.

Áttérve a skaláris egyenletekre:

$$\left.\begin{aligned} X &= H\cos\alpha, \\ Y &= r_1 + H\sin\alpha\cos\psi, \\ Z &= G + H\sin\alpha\sin\psi \end{aligned}\right\} \qquad (18)$$

adódik. (18) első egyenletéből H-t kifejezve és a második egyenletbe helyettesítve, majd (8)-ból X és Y összefüggéseit figyelembe véve, az alábbi függvénykapcsolathoz jutunk:

$$\varphi = \frac{1}{r_1\tan\alpha}\left(y_0 - z_0\tan\psi - R\frac{1-\cos\psi}{\cos\psi}\right) - \frac{x_0}{r_1}. \qquad (19)$$

(19) megfelel (13) $F_2(u,\varphi,t,\psi) = 0$ paraméterkapcsolatának. Mivel (16)-ból adódóan $z_0 = 0$, (19) egyszerűbb alakra hozható:

$$\varphi = \frac{1}{r_1\tan\alpha}\left(y_0 - R\frac{1-\cos\psi}{\cos\psi}\right) - \frac{x_0}{r_1}. \qquad (20)$$

(4) összefüggéseit behelyettesítve

$$\varphi = \frac{1}{r_1\tan\alpha}\left(u\cos\alpha - R\frac{1-\cos\psi}{\cos\psi}\right) - \frac{s/2 - u\sin\alpha}{r_1} \qquad (21)$$

adódik, ami megfelel a $\varphi = \varphi\,(u,\ \psi)$ paraméter összefüggésnek.

A kapcsolófelület meghatározásához a (8), (4), (16) és (20) egyenletekre van szükség, melyekkel a formális paraméterkapcsolat:

$$\left.\begin{aligned} X &= X(u,\psi), \\ Y &= Y(u,\psi), \\ Z &= Z(u,\psi). \end{aligned}\right\} \qquad (22)$$

A domborított fogfelület egyenleteit megkapjuk, ha (11) egyenletekbe (8), (4), valamint (16) és (20) összefüggéseket behelyettesítjük. A paraméterekkel kifejezve:

$$\left.\begin{aligned} x_1 &= x_1(u,\psi), \\ y_1 &= y_1(u,\psi), \\ z_1 &= z_1(u,\psi). \end{aligned}\right\} \qquad (23)$$

Valamely $z_1 = K$ = állandó tengelymetszeti profil esetén a paraméter összefüggés:

$$u = \frac{1}{\cos\alpha}\left(\frac{K}{\sin\psi} - R\right). \qquad (24)$$

KÖSZÖNETNYILVÁNÍTÁS

A bemutatott kutató munka a TÁMOP-4.2.1.B-10/2/KONV-2010-0001 jelű projekt részeként az Európai Unió támogatásával, az Európai Szociális Alap társfinanszírozásával valósul meg.

IRODALOM

[1] Litvin F. L.: A fogaskerékkapcsolás elmélete. Műszaki Könyvkiadó. Budapest. 1972.

[2] Litvin F. L.; Krylov N. N.; Erikhov M. L.: Generation of tooth surfaces by two-parameter enveloping. Mechanism and Machine Theory. Vol. 10. 1975. p. 365-373.

[3] Szente J.; Kelemen L.: Mathematical models for tooth surfaces of gear coupling. Design of Machines and Structures. Vol. 2. No 1. (2012). Miskolc. p. 73-82.

[4] Szente J.; Kelemen L.: Domborított fogazat matematikai modellezése fogasgyűrűs tengelykapcsolókhoz. Gép. LXII. évf. 9-10. szám (2011). p. 47-50.