

# HAJLÉKONY ELEMES HAJTÓMŰ ELMÉLETI ÉS LABORATÓRIUMI VIZSGÁLATA

## THEORETICAL CALCULATIONS AND LABORATORY TESTS OF FLEXIBLE GEAR DRIVE

Dr. Péter József egyetemi docens, a műszaki tudomány kandidátusa  
Miskolci Egyetem Gép- és Terméktervezési Tanszék

**Abstract.** The important parts of the research work are the following: determination of geometric data of the parts of the drive, revealing of phenomenon disturbing the proper operation, kinematic analyses, survey of the influence of load, production of test drive, laboratory tests and development of drives for industrial production. This paper summarises the achievements.

**Key words:** flexible, gear drive, kinematic analyses, laboratory test, radius of curvature

### 1. BEVEZETÉS

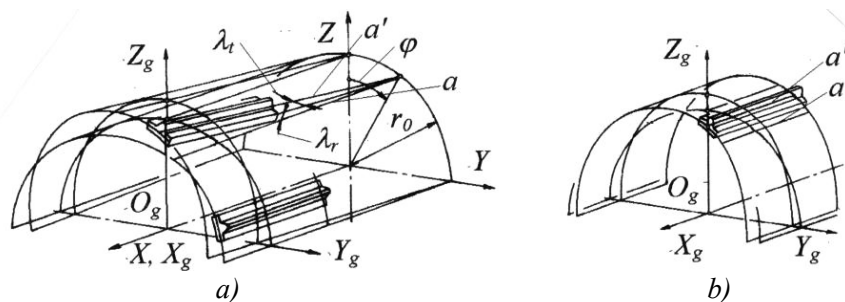
Jóllehet a terhelés és a testek terhelés hatására bekövetkező rugalmas alakváltozásának kapcsolata Robert Hooke 1675-ben megjelent tanulmánya óta széles körben ismert, a jól ismert rugón kívül kevés olyan gépelem és gép van, amely működése a testek rugalmas alakváltozásán alapszik. A kivételek közé tartozik a hullámhajtómű és annak egyik változata a fogaskerék-hullámhajtómű. A hajtómű világában a klasszikus fogaskerék-hajtómű

üzembiztoságának feltétele a keréktest merevsége, a fogaskerék-hullámhajtóműben pedig a működés alapja a fogaskerékpár egyikének vagy mindkettőnek a hajlékonysága.

### 2. A FOGASKERÉK-KAPCSOLÓDÁS KÜLÖNLEGES ESETE

#### 2.1. A fogaskerék-hullámhajtómű részei

A fogaskerék-hullámhajtómű alapeleme a hajlékony fogaskerék, a merev fogaskerék és a hullámgenerátor. A hajlékony fogaskerék vékonyfalú henger, középfelülete  $r_0$  sugarú egyenes körhenger. A fogak a hengeralkotók irányában helyezkednek el. A hajlékony kerék fogai a generátorral oválisra deformált hajlékony keréken is alkotóirányúak maradnak. A pohár alakú keréken a fogak a kerék tengelyéhez viszonyítva ferdék (1.a) ábra), a gyűrű alakú hajlékony kerék fogai pedig a kerék tengelyével párhuzamosak (1.b) ábra).



1. ábra. A hajlékony kerék középfelülete és fogai. a) Poháralakú, és b) gyűrű alakú fogaskerék középfelülete

#### 2.2. A hajlékony fogaskerék (2. ábra)

A generátor  $Y_g X_g$  síkja a középhengerből az  $r_0$  sugarú középkört metszi ki. A középkör tetszőleges pontja  $A$ , ennek szögkoordinátája  $\varphi_2^g$ . A generátor hajlékony kerékbe bujtatását követően az  $A$  pont az  $A'$ -be megy át, a sugárirányú elmozdulás  $w=w(\varphi)$ , az érintőirányú elmozdulás  $v=v(\varphi)$ , az  $f_2$  normális elfordulása  $\theta = \theta(\varphi)$ . Az  $A$  ponthoz tartozó görbületi sugar

$r_0 = konst.$ , az  $A'$  ponthoz tartozó görbületi sugar  $\rho = \rho(\varphi)$ , a görbületi kör középpontja a deformált középvonal  $e$  evolútáján  $O_2^P$ .

A hajlékony kerék fogprofiljának változása a működő fogmagasság tartományában a megengedett profilhibán belül van, ezért a fogakat merevnek tekintjük. A tetszőleges fog szimmetriatengelye a  $k$  középvonal  $f_2$  normálisa. Amikor a hajlékony kerék

generátorhoz viszonyítva elfordul, a fog pillanatnyi forgáspontja az  $e$  evolútán  $O_2^P$  pont.

Mivel a hajlékony fogaskerék hajlító merevsége a kerület mentén a fog és a fogárok miatt változik, a hajlékony kerék egy végetlenített lánchoz hasonló; merevnek tekinthetők a fogak, a csapoknak pedig a fogak közötti hajlékony szakaszok felelnek meg.

### 2.3. A fogpárok kapcsolódása (3. ábra)

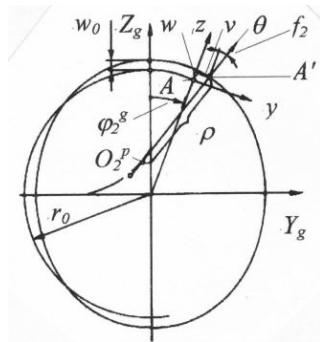
Általános esetben a fogpárok kapcsolódása egy belső fogazatú és egy külső fogazatú kerék kapcsolódására vezethető vissza. A fogaskerekek tengelyei kitérőek, a tengelyszög és a tengelytáv a "fogaskerékpár" generátorhoz viszonyított elfordulása függvényében változik [1-5].

Amennyiben a hajlékony kerék fogai a kerék tengelyével párhuzamosak (vagyis a fogak

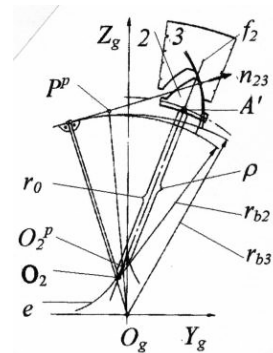
ferdeségét elhanyagoljuk), a fogpár kapcsolódása egy változó tengelytávú és változó kinematikai áttételű fogaskerékpár kapcsolódására vezethető vissza. A pillanatnyi tengelytáv az  $O_3$  forgáspont és középpont valamint a  $O_2^P$  pillanatnyi forgáspont távolsága. A kapcsolódás pillanatnyi pólusa  $P^P$ . A fogpár pillanatnyi kinematikai áttétele

$$i_{23}^g = P^P O_3 / P^P O_2^P$$

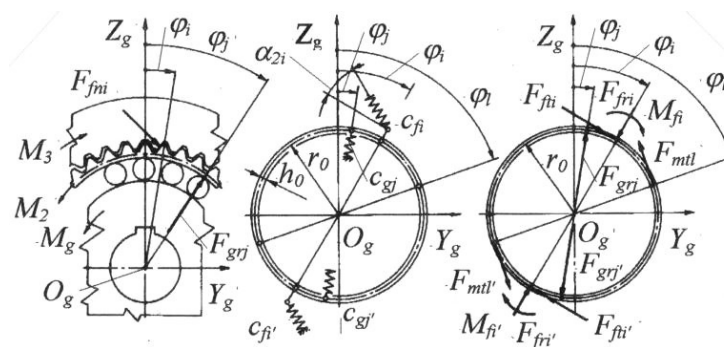
Az  $O_2^P$  pillanatnyi forgáspontnak a deformált középvonal  $A'$  pontjához viszonyított helyét a fog  $f_2$  szimmetriatengelyén a  $\rho$  görbületi sugár határozza meg.



2. ábra. A hajlékony fogaskerék középvonala



3. ábra. A fogpár kapcsolódása



4. ábra. A hajlékony fogaskerékre ható erők és nyomatékok

## 3. GÖRBÜLETI SUGÁR SZÁMÍTÁSA

### 3.1. A hajlékony kerékre ható erők és nyomatékok (4. ábra)

A hajlékony kerék egyik felén  $o$  számú fogpár kapcsolódik, a  $\varphi_i$  koordinátájú fogra  $F_{fni}$  erő hat. A fél hajlékony fogaskereket  $p$  számú görgő támasztja meg (vagy a sokszög alakúra

deformálódott kereket  $p$  számú fog alatt támasztja a generátor tárcsája).

Az  $F_{grj}$  támasztóerő koordinátája  $\varphi_j$ . Az  $M_2/2$  nyomatékot a hajlékony keréken az  $r_0$  sugarú kör mentén elhelyezett  $q$  számú erő helyettesíti, az  $F_{mtl}$  erő koordinátája  $\varphi_l$ . A kerék

másik felén hasonló erők és nyomatékok hatnak, de az előbbiekkal általában nem azonosak, mivel a kerekek fogszámát és a generátor görgőinek számát páratlanra célszerű választani. Amennyiben a generátor tárcsás, a deformációs hullámok eleve aszimmetrikusak.

3.2. A görbületi sugár meghatározása számítással (4. ábra)

A gyűrű kerülete mentén elhelyezett erők és nyomatékok Fourier-sorok segítségével az eredetivel egyenértékű, a kerület mentén megoszló erőrendszerre ( $p_\varphi$ ,  $p_z$ ,  $m_x$ ) alakíthatók

$$p_z = \sum_{i=1}^o \sum_{k=2,4,\dots}^{\infty} \frac{2F_{fri}}{\pi r_0} \cos k(\varphi - \varphi_i) + \sum_{j=1}^p \sum_{k=2,4,\dots}^{\infty} \frac{2F_{grj}}{\pi r_0} \cos k(\varphi - \varphi_j)$$

$$p_\varphi = \sum_{i=1}^o \sum_{k=2,4,\dots}^{\infty} \frac{2F_{fti}}{\pi r_0} \cos k(\varphi - \varphi_i) + \sum_{l=1}^q \sum_{k=2,4,\dots}^{\infty} \frac{2F_{mtl}}{\pi r_0} \cos k(\varphi - \varphi_l)$$

$$m_x = \sum_{i=1}^o \sum_{k=2,4,\dots}^{\infty} \frac{2M_{fi}}{\pi r_0} \cos k(\varphi - \varphi_i)$$

A középvonal pontjainak  $w = w(\varphi)$  sugárirányú elmozdulása a

$$\frac{d^5 w}{d\varphi^5} + 2 \frac{d^3 w}{d\varphi^3} + \frac{dw}{d\varphi} = \frac{r_0^4}{EI_x} \left( \frac{dp_z}{d\varphi} + p_\varphi \right) + r_0^3 \left( \frac{d^2 m_x}{d\varphi^2} + m_x \right)$$

differenciálegyenlet megoldásával határozható meg [6]. A középvonal pontjai sugárirányú elmozdulásának és a görbület megváltozásának kapcsolata

$$\kappa_\varphi = -\frac{1}{r_0^2} \left( \frac{d^2 w}{d\varphi^2} + w \right)$$

összefüggéssel adható meg. A görbületi sugár

$$\kappa_\varphi = \frac{2r_0}{I_x E} \left\{ \sum_{i=1}^o F_{fti} \left[ \sum_{k=2,4,\dots}^{\infty} \frac{\sin k(\varphi - \varphi_i)}{k(k^2 - 1)} - \operatorname{tg} \alpha_2 \sum_{k=2,4,\dots}^{\infty} \frac{\cos k(\varphi_i - \varphi)}{(k^2 - 1)} - \frac{h_2}{r_0} \sum_{k=2,4,\dots}^{\infty} \frac{\sin k(\varphi - \varphi_i)}{k} \right] + \right.$$

$$\left. + \sum_{j=1}^p F_{grj} \sum_{k=2,4,\dots}^{\infty} \frac{\cos k(\varphi - \varphi_j)}{(k^2 - 1)} - \sum_{l=1}^q F_{mtl} \sum_{k=2,4,\dots}^{\infty} \frac{\sin k(\varphi - \varphi_l)}{k(k^2 - 1)} \right\}$$

összefüggéssel számítható. A  $\rho = \rho(\varphi)$  görbületi sugár a görbületi sugár változása  $\kappa_\varphi = \kappa_\varphi(\varphi)$  ismeretében

$$\rho(\varphi) = \frac{1}{1/r_0 + \kappa_\varphi(\varphi)},$$

vagy a  $h_0$  vastagságú kerék palástjára ragasztott nyúlásmérő bélyeggel ( $\varepsilon_\varphi = \varepsilon_\varphi(\varphi)$ ) határozható meg

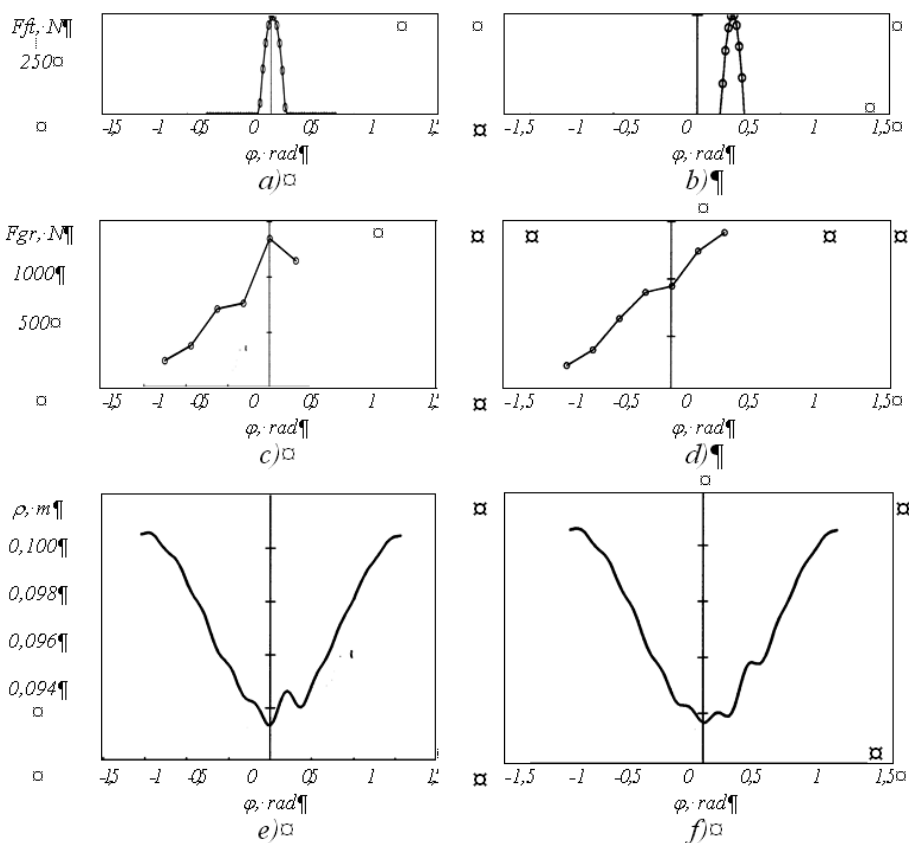
$$\rho(\varphi) = \frac{1}{1/r_0 + \varepsilon_\varphi(\varphi)(2/h_0 + 1/r_0)}$$

3.2. A kísérleti hajtómű jellemző geometriai adatai

Fogprofil	Evolvens fogprofil		
Alaprofilszög	20°		
Fejmagasságtényező	1.0		
Hajlékony fogaskerék	Fogszám	Profileltolás-tényező	Fejkörátmérő, mm
H22	190	4.70	200.10
Merev fogaskerék	Fogszám	Profileltolás-tényező	Fejkörátmérő, mm
G21	190	7.025	199.85
G22	192	5.100	199.85
G33	192	4.950	199.50
Generátor	Tárcaátmérő	Excentricitás	$w_0$ sugárirányú elmozdulás, mm
	mm	mm	
T1	186.3	3.9	1.2
T2	186.1	3.9	1.1
T3	186.9	3.4	1.0
Generátor	Ellipszis alakú bütők		1.1

#### 4. SZÁMITOTT ÉRETÉKEK

4.1. A görbületi sugár, az érintőirányú fogerő és a sugárirányú generátorerő számított értéke



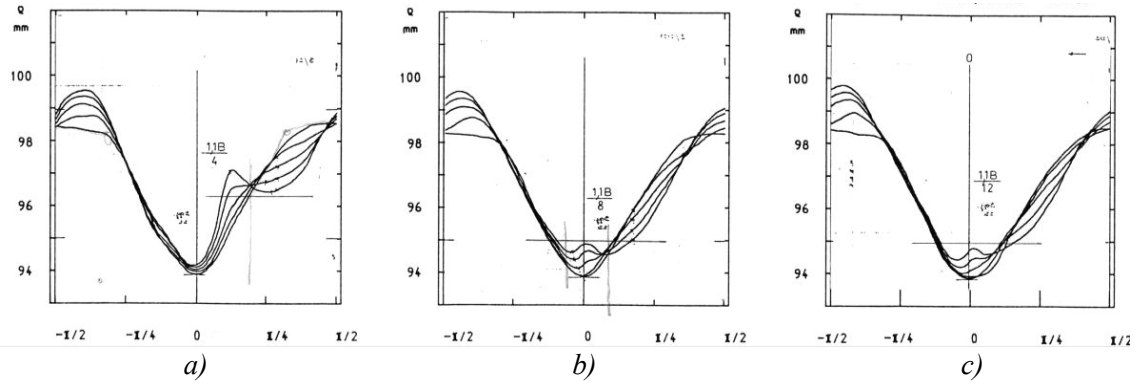
5. ábra folytatása. Számított értékek. a) és b) érintőirányú fogerő, c) és d) sugárirányú generátorerő e) és f) görbületi sugár. a), c) és d) fogaskerék-hullámhajtómű. b), d) és f) hullámzó fogasgyűrűs tengelykapcsoló.

$$w_0 / m = 1,1 \quad w_0 / m = 1,1, \quad m = 1 \text{ mm}, \quad r_0 = 97,1 \text{ mm}, \quad h_e = 3,7 \text{ mm}, \quad b_e = 80 \text{ mm}, \quad M_2 = 600 \text{ Nm}$$

## 5. GÖRBÜLETI SUGÁR MÉRÉSE

A hajtómű lassan forgó tengelyére ismert nagyságú (példánkban  $M_2 = 0, 200, 400, 600, 800 Nm$ ), és állandó irányú nyomaték hat. Az  $M_2$  nyomaték irányától és a generátor forgásirányától

függően a hajtómű lassít vagy gyorsít.



5. ábra. A görbületi sugár mért értékei a) Hullámzó fogasgyűrűs kapcsoló, b) és c) lassító és gyorsító fogaskerék-hullámhajtómű

### 5.2. A mért értékek

a) A hajlékony kerék homlokfelületével párhuzamosan felragasztott nyúlásmérő bélyegekkel mérhető a  $\rho = \rho(\varphi_g^3)$  görbületi sugár.

b) A gyűrűkerék mérőfogára ragasztott nyúlásmérő bélyegekkel mérhető az  $F_{23} = F_{23}(\varphi_g^3)$  fogerő.

c) A hajlékony kerék homlokfelülete mellett mérhető a merev kerékhez viszonyított  $w = w(\varphi_g^3)$  sugárirányú elmozdulása.

## 6. KÖVETKEZTETÉSEK

A görbületi sugár azonos  $M_2$  terhelés mellett eltér attól függően, hogy a) fogaskerék-hullámhajtómű vagy hullámzó tengelykapcsoló, b) a hajtómű lassít vagy gyorsít, c) milyen nagyságú a foghézag, d) a generátor tárcsás vagy bütykös és e) milyen nagyságú a deformációs hullám. *Optimális fogprofil csak a hajtómű várható terheléstartománya ismeretében választható. Amennyiben a gyűrű alakú hajlékony kerék egyik fele hajtómű, a másik fele tengelykapcsoló, optimális fogprofil csak az egyik fél részére választható.*

## FELHASZNÁLT IRODALOM

- [1] Peter, J.: Investigation of the Engagement of Harmonic Drives. Part I. Acta Technica Academie Scientiarum Hungaricae, 94 (1-2).pp.91-100 (1982)
- [2] Peter, J.: Investigation of the Engagement of Harmonic Drives. Part II. Acta Technica Academie Scientiarum Hungaricae, 94 (3-4).pp.223-233 (1982)
- [3] Peter, J.: Geometric Conditions of Harmonic Drives. Acta Technica Academie Scientiarum Hungaricae, 94 (1-2).pp.63-72 (1982)
- [4] Peter, J.: Investigation of the Engagement of Toothed Harmonic Drive. Univ. doctoral thesis. Technical University of Heavy Industry, Miskolc, 1981. (magyar nyelven)
- [5] Peter, J.: Investigation of the Engagement of Toothed Harmonic Drive and Toothed Harmonic Coupling. Ph.D. thesis, 1992. p.111. (magyar nyelven)

A bemutatott kutató munka a TÁMOP-4.2.1.B-10/2/KONV-2010-0001 jelű projekt részeként az Európai Unió támogatásával, az Európai Szociális Alap társfinanszírozásával valósul meg. This research was carried out as part of the TAMOP-4.2.1.B-10/2/KONV-2010-0001 project with support by the European Union, co financed by the European Social Fund.