# VESZÉLYES HIBALEHETŐSÉGEK A VÉGESELEMES MODELLEZÉS ÉS OPTIMÁLÁS SORÁN II.

# DANGEROUS ERROR POSSIBILITIES DURING FINITE ELEMENT MODELLING AND OPTIMIZATION II.

*Szabó Ferenc János, PhD, Miskolci Egyetem Gép- és Terméktervezési Tanszék*

ABSTRACT
During the study, education and practice of the finite element simulation of machine elements and products, it is easy to find some finite element modelling problems which can contain dangerous situations, which can have serious consequences if ignored or improperly modelized. In this work the effects of hydrostatic loading is investigated. This paper is the second member of a series of papers showing these kind of situations, which shows that designers and product developers can face frequently to these dangers. Further elements of this paper series would be presented in MicroCAD international conferences and Hungarian Seminar of Machine Designers and Product Developers.

## 1. BEVEZETÉS

A végeselemes programrendszerek fejlődését követve azt tapasztalhatjuk, hogy ezeknek a programoknak a fejlesztése, főleg 1995 óta, (a Windows 95 megjelenésétől) két fő ágra vált szét:

- az első fejlesztési ág a tervezők munkáját segítendő, könnyen áttekinthető, a CAD rendszerekkel rugalmasan kommunikáló, a tervezett szerkezet feszültségi és deformációs viselkedésére gyorsan áttekinthető, könnyen létrehozható eredményt adó verziók fejlesztése (pl. COSMOS Design Star, COSMOS Works, ANSYS Design Space [1], Workbench), nevezzük ezeket „integrált" verzióknak.
- a második ág pedig az eredeti programok további fejlesztése, melyek tartalmazzák az eddig összegyűlt teljes tudását a programrendszereknek, de emiatt több tudást, előképzettséget igényel a felhasználóktól, sőt néha kényelmetlennek tűnik a használata, mivel ezt a teljes tudást sokszor csak úgy lehet kihasználni, ha a szerkezetünket már a kezdet kezdetétől ebben a rendszerben építjük fel, nem pedig egy CAD rendszerből indulva próbáljuk azt tovább vizsgálni, fejleszteni. Ezekre példa a COSMOS/M vagy az ANSYS TM programok, ezeket pedig nevezzük „mindentudó" verzióknak.

A kétféle fejlesztési ágból származó programok között sokszor különbségek tapasztalhatóak a felhasználó részére nyújtott szolgáltatásokban, a vizsgálható szerkezettípusban, az elvégezhető analízisekben, az alkalmazható véges elemek típusában, stb., még akkor is, ha ezeknek többféle moduljai kaphatók a szoftverpiacon és tudásuk, szolgáltatásaik folyamatosan bővülnek az újabb és újabb verziók megjelenésével.

A főbb különbségekre nézve nézzünk néhány jellemző példát, szolgáltatást, amit az eredeti „mindentudó" verziók tartalmaznak, az integrált verziók pedig nem:

- beépített programnyelv, a COSMOS/M [2] esetén ennek neve Macro Language, nagyon hasonló a FORTRAN programnyelvhez. Az ANSYS esetében APDL a neve (ANSYS Parametric Design Language), nagyon hasonló az előzőhöz. Ebben hozzáférhetünk a felépített végeselemes modellünk összes adatához, a végeselemes futási eredményekhez, és ezek felhasználásával olyan programot építhetünk, mely további vizsgálatokat, kiértékeléseket, esetleg optimálást végez, melyek a program által felkínált menükből már nem lennének kiválaszthatók [3], így felhasználó- specifikus továbbfejlesztések lehetségesek;
- különleges végeselem- típusok (pl. többrétegű szálerősítéses kompozit- elem), melyekkel speciális szerkezettípusok vizsgálhatók;
- speciális analízis típusok (fejlett dinamikai vizsgálatok [4], nemlinearitások, stb.), melyek szintén igénylik és támogatják a programozhatóságot is.

Ide sorolható a hidrosztatikus terhelés kezelése is. Az „integrált" verziókban (pl. ANSYS DesignSpace v 14.,), a hidrosztatikus nyomás egy külön menüpontként választható nyomás-fajta, a szokásos egyenletesen megoszló nyomás mellett. A leírás szerint a folyadékok,

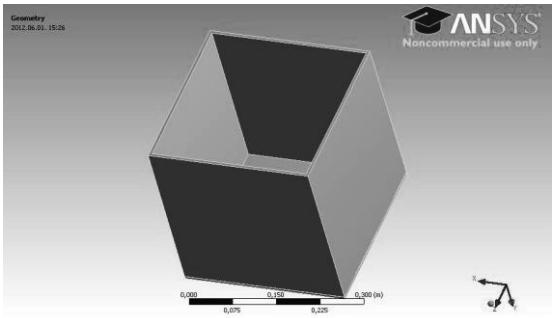
porszerű anyagok esetén a közeg által kifejtett terhelés figyelembevételére szolgál. Főleg tartályok, silók, esetleg gátak, falak vizsgálatánál fontos a közeg által okozott hidrosztatikus terhelés figyelembe vétele.
Ezt alkalmazva, a tervező és a felhasználó abban a csalóka hitben ringathatja magát, hogy az ilyen szerkezetek vizsgálata esetén a sima terhelés helyett a hidrosztatikus terhelést választva teljesen kielégítő és megnyugtató eredményeket kapunk, melyekből aztán következtetéseket vonhatunk le a tervezett szerkezet megfelelő voltáról, teherbírásáról, viselkedéséről.
Az ezzel a terheléssel történő modellezés hatásairól, az ezzel kapcsolatos veszélyekről próbálunk a következőkben néhány gondolatot bemutatni, számpéldákkal illusztrálva.

## 2. A HIDROSZTATIKUS TERHELÉS DEFINÍCIÓJA, ALKALMAZÁSA

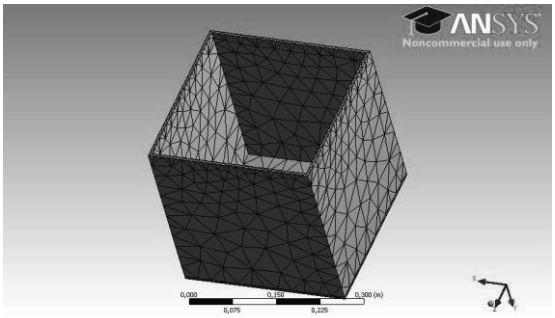
A hidrosztatikus terhelés leggyakrabban alkalmazott definíciója, hogy a nyomás értéke változik a mélység függvényében, azaz a közegben mélyebbre haladva a mélység lineáris függvénye a nyomás értéke p [MPa]:

$$p = \rho g h \quad . \qquad (1)$$

A képletben ρ [kg/m$^3$] a közeg sűrűsége, g a gravitációs gyorsulás (9.81 m/s$^2$), h [m] pedig a mélységet jelöli.
Az említett programrendszerekben is, ha hidrosztatikus terhelésről beszélnek, ezt a definíciót értik hidrosztatikus nyomás, hidrosztatikus terhelés alatt.
Ez a definíció csak akkor lenne teljes mértékben kielégítő, ha a terhelést skalár mennyiségnek tekintjük, vagy elhanyagoljuk a terhelésnek az alakváltozási folyamat során bekövetkező esetleges irányváltozásait.
Ritkábban hangsúlyozzák a definíciónak azt a részét, ami ezt a megfogalmazást pontosítja, kiegészíti, és különbséget tesz iránytartó terhelés és hidrosztatikus terhelés között:
Az iránytartó terhelés az alakváltozási folyamat során végig megtartja eredeti irányát. (Tehát pl. egy y irányú erő mindig y irányú marad, de a nyomás is, ha eredetileg az adott felületre merőlegesként lett megadva, megtartja eredeti irányát).
A hidrosztatikus terhelés viszont mindig merőleges az adott felületre, még akkor is, ha a felület az alakváltozás közben elferdül, vagy helyet változtat. Tehát a hidrosztatikus terhelés az alakváltozási folyamat során mintha irányt változtatna, azért, hogy merőleges maradhasson az alakváltozott felületre. (Emellett természetesen az továbbra is igaz, hogy a mélységnek lineáris függvényeként számolható az értéke).
Mivel a folyadékokban a nyomás minden irányban egyformán hat, ezért az igazi hidrosztatikus (tehát folyadékból származó) nyomásnak nincs szüksége irányváltozásra, hanem eleve tud merőlegesen hatni mind az eredeti felületre, mind pedig az alakváltozott felületre.
Azok a veszélyek, amikre itt fel szeretnénk hívni a figyelmet, főleg a hidrosztatikus terhelés nem- iránytartó viselkedésére vezethetők vissza.
Számpéldaként tekintsük egy akvárium (hasáb alakú tartály) egyszerű modelljét, melyet síklapokból építünk fel (200 X 200 mm mérettel és 5 mm falvastagsággal). A lapok anyaga az egyszerűség kedvéért legyen, pl. átlátszó plexi, amit a végeselemes modellben polietilén anyagként veszünk figyelembe, a program anyagkönyvtárából ez könnyen kiválasztható.
Az akvárium képe az 1. ábrán, behálózva az 1.a ábrán látható.



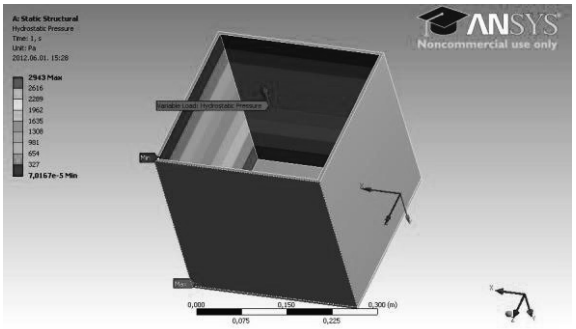

*1. ábra. Az akvárium háromdimenziós modellje*




*1.a ábra. Az alkalmazott végeselemes háló*

Peremfeltételként azt adtuk meg, hogy az akvárium valamilyen felületen nyugszik, (azaz pl. asztallap), nem mozdítható el sem x, sem y, sem z irányba, azaz a merevtest- szerű

elmozdulások nem engedélyezettek. Ezt biztosítja a „fixed support” kényszer az alsó felületen. Terhelésként minden oldalfalon, a belső felületen az akváriumban lévő víz által kifejtett hidrosztatikus nyomást adtuk meg, ezt mutatja a 2. ábra.




*2. ábra. A hidrosztatikus nyomás eloszlása*

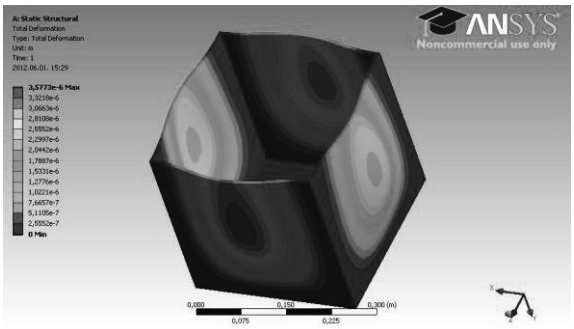
Itt érdemes megemlíteni, hogy a hidrosztatikus terhelés megadása az ANSYS 14 Design Space verzióban nagyon kényelmes, logikus, világos módon történik, könnyen változtatható a közeg sűrűsége, a nehézségi gyorsulás értéke, iránya, sőt a közeg szabad felszíne is megadható, változtatható, esetleg meglévő felületek közül kiválasztható. Az erre szolgáló párbeszéd panel látható a 3. ábrán, a megadott értékek hatására kialakuló nyomás eloszlását (a melység irányában növekedő nyomás érték) pedig a 2. ábra szemlélteti.

Details of "Hydrostatic Pressure"

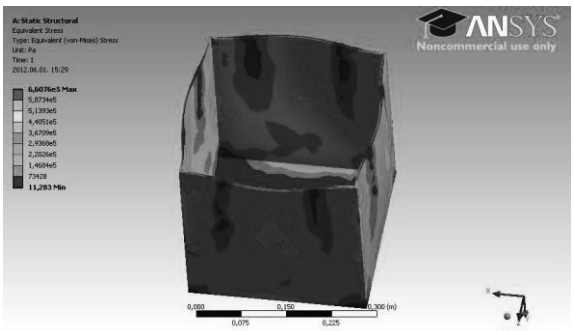
| | |
|---|---|
| **Scope** | |
| Scoping Method | Geometry Selection |
| Geometry | 4 Faces |
| **Definition** | |
| Type | Hydrostatic Pressure |
| Coordinate System | Global Coordinate System |
| Suppressed | No |
| Fluid Density | 1000, kg/m³ |
| **Hydrostatic Acceleration** | |
| Define By | Components |
| X Component | 0, m/s² |
| Y Component | 9,81 m/s² |
| Z Component | 0, m/s² |
| **Free Surface Location** | |
| X Coordinate | 0,12454 m |
| Y Coordinate | -0,305 m |
| Z Coordinate | 0,11465 m |
| Location | Click to Change |

*3. ábra. A hidrosztatikus nyomás megadása*

A terhelés hatására fellépő feszültségi és deformációs értékek színes kontúros formában a 4. és 5. ábrán találhatók.



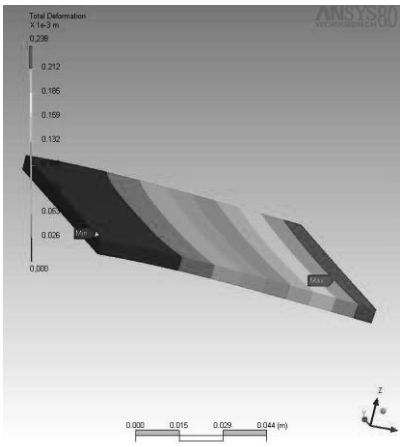

*4. ábra. Az akvárium deformációs kontúrjai*



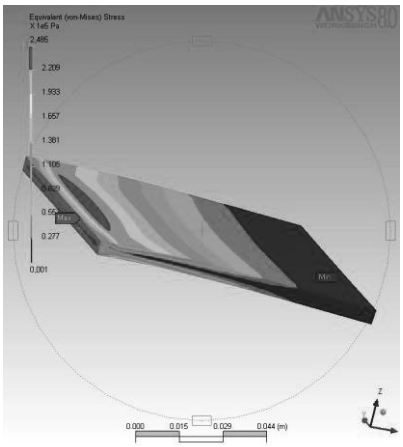

*5. ábra. A feszültségkontúrok*

Felmerül a kérdés, hogy az így figyelembe vett terhelés iránytartó-e, vagy esetleg követi a hidrosztatikus terhelés nem iránytartó jellegét? Ennek bizonyítására egy külön végeselemes vizsgálatot végeztünk. Az akvárium egy lapját kiragadva, megadtuk a belső felületére az előzőekben leírt módon a hidrosztatikus terhelés felét, majd leolvastuk a hossz mentén több pontban az elmozdulás értékeket. Létrehoztuk a lemez alakváltozás utáni modelljét, a sík alak helyett a lehajlások érékeit görbülő felülettel közelítve. Erre, a deformáció utáni állapotra adtuk meg a hidrosztatikus terhelés másik felét, ekkor biztos, hogy az így megadott terhelés az alakváltozás utáni felületre merőleges lesz. Ezt a módszert természetesen lehetne finomítani, több lépésben felbontani az alakváltozási folyamatot, amit a „mindentudó” rendszerekben a programozási nyelv lehetőségei is megkönnyíthetnének, ám a viszonyokat már ez az egy lépéses felbontás is jól mutatja. A sík lemezen kialakuló feszültségi és deformációs állapotot a 6.a és b. ábrán, az alakváltozás utáni állapotra tett terhelés hatására bekövetkező helyzetet a 7.a és b. ábrán láthatjuk.

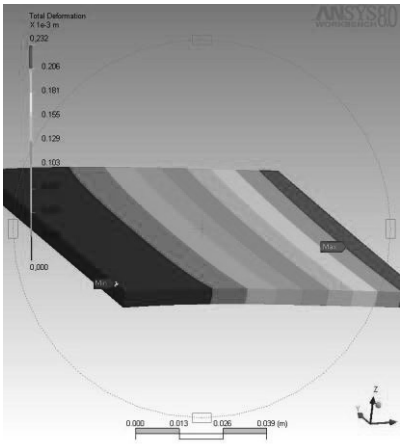
A sík lemezre alkalmazott egyszerre ráadott hidrosztatikus terhelés esetén a kialakuló maximális feszültség 0.2485 MPa, a maximális deformáció értéke pedig 0.238 mm.



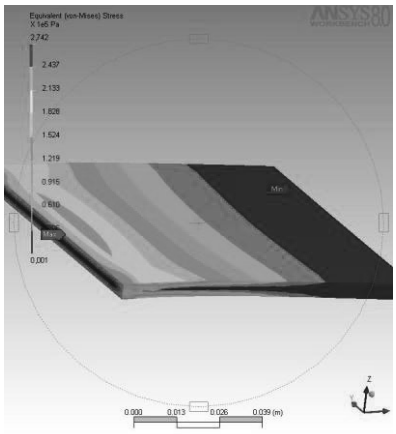

*6.a. ábra. A sík lemezre alkalmazott terhelés hatására kialakuló deformációk*




*6.b. ábra. A 6.a ábrabeli esethez tartozó feszültségek*




*7.a. ábra. Az alakváltozás utáni állapotra tett terhelésre adódó deformációk*




*7.b. ábra. A 7.a. ábrabeli eset feszültségei*

Az alakváltozás utáni állapoton alkalmazott hidrosztatikus terhelés (a terhelés második fele) esetén a maximális feszültség értéke 0.2742MPa volt, a legnagyobb deformáció pedig 0.232 mm.

Megjegyzendő, hogy a feszültségek viszonylag kis értéke arra vezethető vissza, hogy a tartály kis méretei miatt a terhelés értéke is viszonylag csekély. Nagyobb tartály esetén ezek az értékek jóval nagyobbak is lehetnének, de akkor a deformációk is nagyobbak lennének. Azért vizsgáltuk ezt az esetet, hogy megmaradhassunk a „kis alakváltozások" tartományában, hiszen így a legnagyobb alakváltozás mértéke kb. 20-ad része a lemez vastagságának, tehát még „kis" alakváltozásnak tekinthető.

A feszültségek esetén 10.34% eltérés mutatkozik (az alakváltozott szerkezetet terhelve nagyobb feszültség adódik), míg a deformációk értékét tekintve az eltérés mértéke 2.58%. Ezek az eltérések a terhelés növekedésével, a lehajlás értékének növelésével még jelentősebbek lennének, valamint most csak egy lépésben vizsgáltuk az alakváltozás utáni szerkezetre történő terhelés- irányváltozást, több lépcső alkalmazásával a különbségek tovább nőnének.

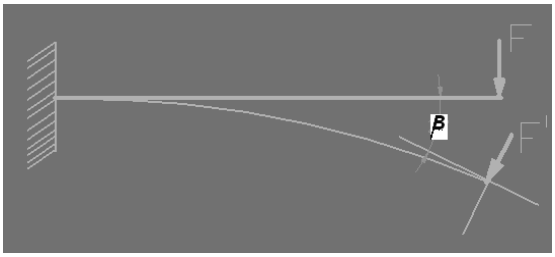
Elmondható tehát, hogy a végeselemes program által alkalmazott hidrosztatikus terhelés iránytartó terhelésként viselkedik, tehát nem veszi figyelembe, hogy az alakváltozás során megváltozó felületre merőlegesnek kellene maradnia.

Az eltérésekből levonható másik, fontos következtetés pedig az, hogy azoknál a szerkezeteknél, ahol fontos a hidrosztatikus terhelés figyelembevétele, nem elegendő csupán a mélység szerinti nyomásváltozás követése, hanem elengedhetetlen az iránytartástól való eltérés, azaz a felületre

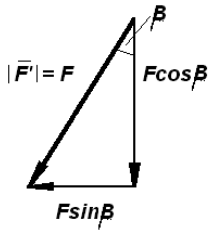
merőleges maradás követése is, hiszen ennek elhanyagolása jelentős eltéréseket eredményezhet, ráadásul a merőlegesen maradó terhelés nagyobb feszültségi értékeket okoz. Ezek az eltérések már kis alakváltozások esetén is jelentősek, nagyobb alakváltozásoknál még jelentősebb méreteket ölthetnek.
Ha az iránytartóan viselkedő hidrosztatikus terhelésből adódó feszültségek alapján vonnánk le azt a következtetést, hogy a tervezett szerkezet megfelelő, akkor az a veszély áll fenn, hogy a valóságos, merőlegesen maradó hidrosztatikus terhelés esetén létrejövő, jelentősen nagyobb feszültségek esetleg már tönkremenetelt okozhatnak! Egy ilyen eltérés akár olyan mértékű katasztrófát, tönkremenetelt is okozhat, mint amilyen az Ajka közelében tapasztalt vörös iszap- katasztrófa is volt.
Mivel a merőlegesen maradás modellezése nehézkes, körülményes (újra kell építeni a háromdimenziós modellt, a deformációkat is figyelembe véve, két, esetleg több lépésben), ezért esetleg korrekciós tényező alkalmazása is javasolható, vagy elfogadható lehet a hidrosztatikus terhelés merőlegesen maradó hatásának a figyelembevételéhez, de ennek elhanyagolását komoly szerkezetek tervezésekor semmiképpen sem javasoljuk!

## 3. AZ IRÁNYTARTÓ ÉS A HIDROSZTATIKUS TERHELÉS RÉSZLETES ÖSSZEHASONLÍTÁSA

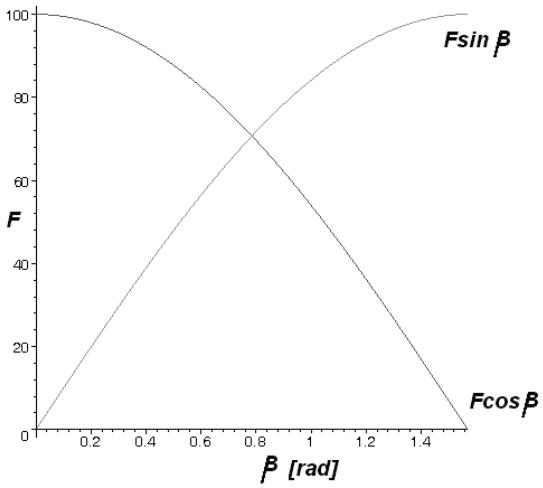
Vizsgáljuk meg részletesen, milyen következményekkel jár, ha a terhelés az iránytartás helyett mindig normális a felületre! Ehhez tekintsük a 8. ábrát, melyen sematikusan ábrázoltuk egy befalazott tartó lehajlását. A terhelést az egyszerűség kedvéért koncentrált erőként ábrázoltuk.
Hidrosztatikus terhelés esetén a merőlegesen maradás miatt kialakuló irányváltozásból az iránytartó erőhöz képest egy újabb, vízszintes erőkomponens jelenik meg, ami iránytartó terhelés esetén elmarad. Ennek az erőkomponensnek feszültség- következményei skalár- szerűen hozzáadódhatnak a hajlítás okozta, megfelelő irányú feszültségekhez, viszont az ez által okozott megnyúlás csak vektorosan adódhat hozzá a hajlításból adódó lehajláshoz, hiszen más irányú, így a teljes lehajlás abszolút értékén az általa okozott eltérés kevésbé látszik meg, mint a feszültség értékében. Ugyanakkor az eredeti irányban a merőlegesen maradó erőnek már csak egy része mutat, ami látszólagos terheléscsökkenést eredményez. Ez meg is mutatkozik a 6. és 7. ábra elmozdulási és feszültségi eredményeit összehasonlítva.
Külön ábrázoltuk az erővektorokat az alakváltozás előtti és az alakváltozott esetre, ahol a β- val jelölt szög az alakváltozás mértékét jelöli, nagyobb alakváltozáshoz nagyobb szög tartozik (8.a ábra).
F jelöli a terhelést, ha ez iránytartó, akkor az ábrán vázolt helyzetben a terhelés mindig függőleges. Hidrosztatikus esetben az irányváltozást figyelembe véve az eredeti irányba mutató erőkomponens Fcosβ , a megjelenő új erőkomponens, pedig Fsinβ nagyságú. Ezeket a β függvényében ábrázoltuk is a 9. ábrán.



*8. ábra. Az alakváltozás előtti és utáni helyzet*



*8.a. ábra. Az erőkomponensek*



*9. ábra. Erőkomponensek a szög függvényében [N]*

## 4. KÖVETKEZTETÉSEK

A hidrosztatikus terhelés definíciójának megadásakor figyelembe kell venni, hogy a terhelések vektormennyiségek, azaz nagyságuk és irányuk van, tehát a definíciót is ennek megfelelően kell felépíteni. A terhelés nagyságát illetően a definíció azt mondja ki, hogy a hidrosztatikus nyomás értéke a mélység lineáris függvénye. Sok esetben (pl. végeselemes programok által felkínált hidrosztatikus terhelés lehetőségek) meg is állnak ezen a ponton és nem veszik figyelembe a definíciónak a terhelés irányára vonatkozó részét, mely szerint a hidrosztatikus terhelés (főleg, ha ez valamilyen folyadék vagy hasonló közeg hatásából adódik) mindig merőleges a felületre, még ha a felület az alakváltozás során meg is változtatja helyét, pozícióját, stb.

Egy, síklapokból felépített akvárium példáján keresztül bemutattuk a hidrosztatikus terhelés használatát egy végeselemes programban, majd egy oldalfalat kiragadva, bebizonyítottuk, hogy a program által felkínált hidrosztatikus terhelés iránytartó, azaz nem marad merőleges az alakváltozás közben a felületre.

Az alakváltozási folyamatot a terhelés felénél megszakítva, létrehoztuk a deformáció utáni helyzetet, majd erre az alakváltozás utáni állapotra alkalmaztuk a terhelés másik felét, immár merőlegesen az alakváltozott felületre. Az így kapott eredményeket összehasonlítva az iránytartó esetre kapott eredményekkel, megállapítottuk, hogy a terhelés által okozott feszültségek értékében nem elhanyagolható növekedés tapasztalható a merőlegesen maradó terhelés esetén. Az elmozdulásokat tekintve kisebb az eltérés.

Mivel tehát a valóságban nagyobb feszültségek fordulnak elő, mint a program által számolt érték, ha csak a végeselemes számításokra hagyatkozunk, veszélybe kerülhet az általunk tervezett szerkezet, hiszen a számolt értéknél nagyobb feszültségek, főleg határállapotok közelében, nem várt tönkremeneteleket, esetleg fáradásos töréseket eredményezhetnek.

A másik fontos következtetés, hogy az elmozdulások tekintetében nem jelentősek az eltérések, tehát egy szerkezet esetleges állapotellenőrzései, felmérések, monitoring során ne csak a lehajlás, deformáció mért vagy érzékelhető mértékéből induljunk ki és vonjunk le következtetéseket a szerkezet állapotát, várható élettartamát illetően, hanem ennél sokkal fontosabb a feszültségállapot figyelése, felmérése, hiszen az eltérések a feszültségek esetében jelentősebbek.

Az erőkomponenseknek az alakváltozás mértékének függvényében való ábrázolása alapján az is látható, hogy minél nagyobb a szerkezet terhelése és az ebből adódó alakváltozás mértéke, annál jelentősebbek lesznek az eltérések, az ezt mutató görbék meredekek. Ebből arra lehet következtetni, hogy határállapotok közelsége, nagy terhelések esetén az így leselkedő veszélyek még nagyobb mértékűek. Mivel a hidrosztatikus terhelésnek a felületre merőlegesen maradása körülményesen modellezhető, az alakváltozás utáni felületre történő terhelés megadása időigényes, az egyszerűség kedvéért esetleg korrekciós tényezőt is alkalmazhatunk az itt bemutatott hatások tervezés során való figyelembe vételére, így csökkentve vagy kiküszöbölve az elhanyagolásukból adódó veszélyeket.

## 5. IRODALOM


[1] ANSYS Inc.; SAS IP Inc. (2011): ANSYS *Mechanical APDL Technology Demonstration Guide*, Southpointe, 275 Technology Drive, Canonsburg, PA 15137, USA.

[2] SRAC, Structural Research and Analysis Corporation (1997): *COSMOS/M User's Guide*, SRAC, Santa Barbara CA, USA.

[3] Szabó, F. J. (2008): Multidisciplinary optimization of a structure with temperature dependent material characteristics, subjected to impact loading. *International Review of Mechanical Engineering* (IREME), Vol. 2. No. 3. May, 2008, Naples, Italy. ISSN 1970- 8734

[4] Szabó, F. J. (2010): *Modál- analízis*. 19.1 fejezet a ***Rezgésdiagnosztika*** című tankönyvben, Szerkesztő.: Dömötör Ferenc, Főiskolai Kiadó, Dunaújváros, 2010. pp. 191- 206.


## 6. KÖSZÖNETNYÍLVÁNÍTÁS


Jelen munka a TÁMOP-4.2.1.B- 10/2/KONV-2010-0001 sz. projekt részeként, az Új Magyarország Fejlesztési Terv keretében jött létre (4. sz. Kiválósági Központ, 4. sz. Tudományos Műhely). A projekt megvalósulását az Európai Unió az European Social Fund társfinanszírozásában támogatta. A szerző ezúton kíván köszönetet mondani a munka során kapott támogatásért és segítségért.