

RADIÁLISAN RÉTEGEZETT HENGER KVÁZISZTATIKUS SÍKBELI HŐRUGALMAS ÁLLAPOTA ASZIMMETRIKUS HEVÍTÉS ESETÉN

THE QUASISTATIC PLANE PROBLEM OF THERMOELASTICITY FOR RADially LAYERED CYLINDER WITH ASYMMETRIC HEATING

*Szulim Georgiy *, Scsukin Valentyin **, Turcsin Igor ***, Timár, Imre *****

ABSTRACT

The paper presents a solution for the plane problem of quasistatic thermoelasticity for the radially layered cylinder with non-axisymmetric heating on its boundary surfaces. The solution of the considered problem is constructed with the help of Laguerre integral transform with respect to time variable and Fourier transform with respect to angular displacement. The stresses are presented for the three layered cylinder under local heating on the outer surface.

1. BEVEZETÉS

A szerkezetileg inhomogén és rétegzett szerkezetekben lejátszódó instacio-nárius folyamatok vizsgálata az alakváltozó szilárd testek mechanikájának aktuális feladata mind elméleti, mind gyakorlati szempontból.

A legújabb szakirodalmakban a kompozit testekben és közegekben a fizikai-mechanikai mezők legelterjedtebb vizsgálati módszere a tulajdonságaik egy vagy néhány koordináta szerinti homogenizálása majd ezt követően a viselkedésük tanulmányozása elméletileg homogén szerkezetet feltételezve [3]. Az ilyen megközelítés lehetővé teszi a feladat általános megfogalmazásának egyszerűsítését és a fizikai-mechanikai mezők ismert vizsgálati módszereinek alkalmazását homogén testekben.

Ennek ellenére ilyen megközelítésben gyakran nem sikerül megbízhatóan tanulmányozni magában a kompozitban az inhomogenitás okozta folyamatok minőségi és mennyiségi jellemzőit.

A másik megközelítési mód, amelyik figyelembe veszi a kompozit egyes alkotójának belső inhomogenitását és kölcsönhatását, minden egyes kompozitelemre vonatkozóan külön feladatok vizsgálatát igényli az illesztési feltételek figyelembevételével. E megközelítési mód keretén belül, például a [2], [4], [5] irodalomban és más szerzők munkáiban sikerült figyelembe venni minden egyes réteg reális állapotát és meg lehetett határozni a határoló felületeken a fizikai-mechanikai mezők átalakulásának jellemzőit. Napjainkra elég alaposan tanulmányozták az ilyen testekben lejátszódó stacionárius folyamatokat, ennek ellenére a szakirodalomban gyakorlatilag hiányoznak azok a szintetizáló analitikus módszerek, amelyek lehetőséget adnának a hasonló problémák megoldására instacionér folyamatok esetén a matematikai modellezésből kiindulva egészen a megbízható mennyiségi és minőségi vizsgálatig.

Célunk, hogy analitikus módszert dolgozzunk ki a radiálisan rétegzett testek kváziszztatikus síkbeli hőrugalmasságtani feladatának megoldására. A megoldás alapján vizsgálni kívánjuk a szögkoordináta mentén lokálisan hevített, radiálisan rétegzett testek hőfeszültségi állapotát.

* egyetemi tanár, Ivan Franko Nemzeti Egyetem, 79000 Lviv, Universitetska 1, Ukrajna

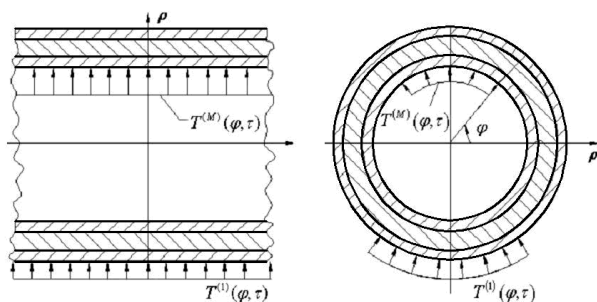
** tudományos főmunkatárs, Ukrán Tudományos Akadémia, Matematikai Modellezési Központ, 79005 Lviv, Dudajev u. 15

*** egyetemi docens, Ivan Franko Nemzeti Egyetem, 79000 Lviv, Universitetska 1, Ukrajna

**** egyetemi tanár, Pannon Egyetem, 8200 Veszprém, Egyetem u. 10

2. A HŐVEZETÉSI PROBLÉMA

A továbbiakban egy olyan kompozitot vizsgálunk, amelyik M darab különböző vastagságú és különböző fizikai-mechanikai jellemzőkkel rendelkező egymásba helyezett hengerből áll (1. ábra). Az 1-es index a kompozit külső hengeres rétegét jelöli, míg az M a belsőt. A kompozitban az instacionér hőmérsékletmező forrásaként a határfelületein fellépő lokális hőmérséklet változást tekintjük.



1. ábra. A rétegzett cső

A kompozitban az instacionér hőmérsékletmezőt a kezdetiperemérték feladat megoldása révén határozzuk meg:

$$\rho^{-1} \partial_{\rho} (\rho \partial_{\rho} T^{(i)}) + \rho^{-2} \partial_{\varphi\varphi}^2 T^{(i)} = \tilde{a}_i \partial_{\tau} T^{(i)}, \quad i = \overline{1, M}; \quad (1)$$

$$T^{(1)}(1, \varphi, \tau) = T_c^{(1)}(\varphi, \tau),$$

$$T^{(M)}(\rho_M, \varphi, \tau) = T_c^{(M)}(\varphi, \tau),$$

$$T^{(i)} = T^{(i+1)}; \quad \tilde{\lambda}_T^{(i)} \partial_{\rho} T^{(i)} = \tilde{\lambda}_T^{(i+1)} \partial_{\rho} T^{(i+1)},$$

$$\rho = \rho_i, \quad i = \overline{1, M-1}$$

$$T^{(i)}(\rho, \varphi, 0) = 0, \quad i = \overline{1, M},$$

ahol $T^{(i)}(\rho, \varphi, \tau)$ – az i -edik henger hőmérséklet mezeje, $T_c^{(1)}(\varphi, \tau)$ és $T_c^{(M)}(\varphi, \tau)$ – a kompozit külső és belső felületének hőmérséklete, $(\tau = at / R_0^2)$, λ_T^i , a_i – az i -edik réteg hővezetési és hőmérsékletvezetési tényezője ($\tilde{a}_i = a / a_i$, $\tilde{\lambda}_T^i = \lambda_T^i / \lambda_T$), λ_T, a – a hővezetési és hőmérsékletvezetési tényező vonatkoztatási alapja (valamelyik anyagé), R_0, R_M – a kompozit külső és belső felületének sugara ($\rho_i = R_i / R_0$), $\rho = r / R_0$ – a

dimenziótlan radiális irányú változó, R_i ($i = \overline{1, M-1}$) – a rétegek közti érintkezési sugarak.

A hővezetési egyenlet analitikus megoldása céljából az (1) - es egyenletre vonatkozóan alkalmazzuk a τ változó szerinti Laguerre-féle integrál transzformációt. A zérus kezdeti feltételek figyelembevételével (4) a következő feladatok sorozatához jutunk

$$\rho^{-1} \partial_{\rho} (\rho \partial_{\rho} T_n^{(i)}) + \rho^{-2} \partial_{\varphi\varphi}^2 T_n^{(i)} = \lambda \tilde{a}_i \sum_{m=0}^n T_m^{(i)},$$

$$n = 0, 1, 2, \dots, \quad i = \overline{1, M} \quad (5)$$

ahol $T_n^{(i)}(\rho, \varphi) = \int_0^{\infty} \exp(-\lambda\tau) T^{(i)}(\rho, \varphi, \tau) L_n(\lambda\tau) d\tau$ – a Laguerre-féle transzformáció, melynek inverziós összefüggése a következő sor:

$$T^{(i)}(\rho, \varphi, \tau) = \lambda \sum_{n=0}^{\infty} T_n^{(i)}(\rho, \varphi) L_n(\lambda\tau). \quad (6)$$

$L_n(\cdot)$ - a Laguerre polinomok, λ - az un. léptéktényező, ami a τ változó kis és nagy értékeinél lehetőséget nyújt a (6) alatti sor numerikus összegzési eljárásának optimalizálására.

Az (5)-ös egyenletekre vonatkozóan alkalmazzuk a φ szögváltozó szerinti Fourier-transzformációt. Az n indexű tagnak a jobb oldalról a bal oldalra történő átvitele után a közönséges differenciálegyenletekre vonatkozóan peremérték feladatok sorozatát kapjuk:

$$\rho^{-1} d_{\rho} (\rho d_{\rho} \bar{T}_{n,m}^{(i)}) - (\beta_i + m^2 \rho^{-2}) \bar{T}_{n,m}^{(i)} = \beta_i \sum_{k=0}^{n-1} \bar{T}_k^{(i)},$$

$$n = 0, 1, 2, \dots; \quad m = 0, 1, 2, \dots; \quad i = \overline{1, M} \quad (7)$$

A megfelelő peremfeltételekkel (2) és illesztési feltételekkel (3):

$$\bar{T}_{n,m}^{(i)}(1) = \bar{T}_{c,n,m}^{(1)}, \quad \bar{T}_{n,m}^{(M)}(\rho_M) = \bar{T}_{c,n,m}^{(M)}(\xi), \quad (8)$$

$$\begin{aligned} \bar{T}_{n,m}^{(i)} &= \bar{T}_{n,m}^{(i+1)}; \quad \tilde{\lambda}_T^{(i)} d_\rho \bar{T}_{n,m}^{(i)} = \tilde{\lambda}_T^{(i+1)} d_\rho \bar{T}_{n,m}^{(i+1)}, \\ \rho &= \rho_i, \quad i = \overline{1, M-1} \end{aligned} \quad (9)$$

$$\text{Itt } \bar{T}_{n,m}^{(i)}(\rho) = \int_{-\pi}^{\pi} e^{im\varphi} \left[\int_0^{\infty} e^{-\lambda\tau} T^{(i)}(\rho, \varphi, \tau) L_n(\lambda\tau) d\tau \right] d\varphi$$

– a Laguerre és Fourier transzformáció, $\beta_i = \lambda \tilde{\alpha}_i$.

A (7)-es sorozat általános megoldását algebrai konvolúció formájában lehet felírni:

$$\bar{T}_{n,m}^{(i)}(\rho) = \sum_{j=0}^n \left[A_{n-j,m}^{(i)} G_{j,m}(\rho) + B_{n-j,m}^{(i)} W_{j,m}(\rho) \right]. \quad (10)$$

Az $A_{n-j,m}^{(i)}$, $B_{n-j,m}^{(i)}$ – függvények, melyek (8)-as és (9)-es átalakított feltételekből határozhatók meg, a $G_{j,m}(\rho)$ és $W_{j,m}(\rho)$ - a (6) alapmegoldásainak lineárisan független sorozatai, melyeket a következő formában lehet előállítani:

$$\begin{aligned} G_{j,m}(\rho) &= \sum_{p=0}^j a_{j,p} \frac{(\beta_i \rho)^p I_{p+m}(\beta_i \rho)}{2^p p!}, \\ W_{j,m}(\rho) &= \sum_{p=0}^j a_{j,p} \frac{(-\beta_i \rho)^p K_{p+m}(\beta_i \rho)}{2^p p!}, \end{aligned}$$

ahol $I_p(\cdot)$, $K_p(\cdot)$ - a módosított Bessel függvények, az $a_{j,p}$ értékek kielégítik az alábbi rekurziós összefüggéseket

$$a_{j,p+1} = \sum_{k=p}^{j-1} a_{k,p}; \quad j=1, 2, \dots; \quad p = \overline{0, j-1}.$$

A (8)-as peremfeltételekből és a (9)-es illesztési feltételekből az $A_n^{(i)}$ és $B_n^{(i)}$ ismeretlenek szerinti lineáris egyenlet-rendszerek sorozatait kapjuk:

$$\begin{aligned} (b_{k,l}^m) \{ A_{n,m}^{(1)}, B_{n,m}^{(1)}, \dots, A_{n,m}^{(M)}, B_{n,m}^{(M)} \}^T &= \{ c_{n,m,k} \}^T, \\ n &= 0, 1, 2, \dots; \quad m = 0, 1, 2, \dots \end{aligned} \quad (11)$$

A $(b_{k,l}^m)$ mátrix együtthatói nem függenek az n rendszámától, de struktúrája lehetővé teszi,

hogy viszonylag egyszerűen lehessen háromszög mátrixszá alakítani és ily módon tetszőleges M -re vonatkozóan lehetőség nyílik a (11)-es egyenletrendszer rekurziós megoldásának előállítására.

A (11)-es egyenletrendszerből az $A_{n,m}^{(i)}$ и $B_{n,m}^{(i)}$ ismeretlenek meghatározása után az (1)-(4)-es feladat megoldása a (6)-os összefüggés és az inverz Fourier transzformáció alapján az alábbi kettős sor alakjában írható fel

$$T^{(i)}(\rho, \varphi, Fo) = \frac{\lambda}{2\pi} \sum_{n=0}^{\infty} L_n(\lambda Fo) \sum_{m=-\infty}^{\infty} \bar{T}_{n,m}^{(i)}(\rho) e^{-im\varphi}. \quad (12)$$

3. A KOMPOZIT ALAKVÁLTOZÁSI ÉS FESZÜLTSGÉGI ÁLLAPOTA

A (12)-es hőmérsékletmező által előidézett alakváltozási és feszültségi állapot meghatározása céljából, figyelembe véve, hogy az összetett henger határfelületei feszültségmentesek, meg kell határozni a hőrugalmas közeg egyensúlyi egyenlet-rendszerének a $\theta^{(i)}(\rho, \varphi, Fo) = \rho^{-1} \partial_\rho(\rho u^{(i)}) + \rho^{-1} \partial_\varphi v^{(i)}$ és $\omega^{(i)}(\rho, \varphi, Fo) = \rho^{-1} \partial_\rho(\rho v^{(i)}) - \rho^{-1} \partial_\varphi u^{(i)}$ kulcsfüggvények szerinti megoldásait, ahol $u^{(i)}$ és $v^{(i)}$ a ρ és φ tengely irányú elmozdulásvektor komponensei:

$$\kappa^2 \partial_\rho \theta^{(i)} - \rho^{-1} \partial_\varphi \omega^{(i)} = \beta_T^{(i)} \partial_\rho T^{(i)}, \quad i = \overline{1, M}; \quad (13)$$

$$\kappa^2 \rho^{-1} \partial_\varphi \theta^{(i)} + \partial_\rho \omega^{(i)} = \beta_T^{(i)} \rho^{-1} \partial_\varphi T^{(i)}, \quad i = \overline{1, M} \quad (14)$$

a következő zérus kezdeti feltételek

$$\theta^{(i)}(\rho, \varphi, 0) = \omega^{(i)}(\rho, \varphi, 0) = 0, \quad i = \overline{1, M};$$

valamint peremfeltételek

$$\begin{aligned}\sigma_{\rho\rho}^{(1)}(\rho_0, \varphi, F_0) &= \sigma_{\rho\rho}^{(1)}(\rho_0, \varphi, F_0) = 0, \\ \sigma_{\rho\rho}^{(M)}(\rho_M, \varphi, F_0) &= \sigma_{\rho\rho}^{(M)}(\rho_M, \varphi, F_0) = 0\end{aligned}\quad (15)$$

és a rétegek illesztési feltételei (ideális mechanikai érintkezési feltételek) esetén

$$\begin{aligned}u^{(i)}(\rho_i, \varphi, F_0) &= u^{(i+1)}(\rho_i, \varphi, F_0), \quad i = \overline{1, M-1} \\ v^{(i)}(\rho_i, \varphi, F_0) &= v^{(i+1)}(\rho_i, \varphi, F_0), \quad i = \overline{1, M-1} \\ \sigma_{\rho\rho}^{(i)}(\rho_i, \varphi, F_0) &= \sigma_{\rho\rho}^{(i+1)}(\rho_i, \varphi, F_0), \quad i = \overline{1, M-1} \\ \sigma_{\rho\varphi}^{(i)}(\rho_i, \varphi, F_0) &= \sigma_{\rho\varphi}^{(i+1)}(\rho_i, \varphi, F_0), \quad i = \overline{1, M-1}\end{aligned}\quad (16)$$

ahol $\lambda^{(i)}$, $\mu^{(i)}$, – az i -edik henger anyagának Lamé állandói, $\kappa_i^2 = (\lambda^{(i)} + 2\mu^{(i)}) / \mu^{(i)}$, $\beta_T^{(i)} = (3\kappa_i^2 - 4)\alpha_T^{(i)}$, $\alpha_T^{(i)}$ – a lineáris hőtágulási együttható, ν_i – a Poisson tényező.

A (13), (14)-es egyenletre alkalmazzuk a Laguerre-Fourier integrál transzformációt, így a következő eredményt kapjuk

$$\begin{aligned}\bar{\theta}_{n,0}^{(i)}(\rho) &= A_{n,0}^{(i)} + \beta_T^{(i)} \kappa^{-2} \bar{T}_{n,0}^{(i)}, \\ \bar{\theta}_{n,m}^{(i)}(\rho) &= A_{n,m,1}^{(i)} \rho^m + A_{n,m,2}^{(i)} \rho^{-m} + \beta_T^{(i)} \kappa^{-2} \bar{T}_{n,m}^{(i)}, \\ & m = 1, 2, \dots\end{aligned}\quad (17)$$

$$\begin{aligned}\bar{\omega}_{n,0}^{(i)}(\rho) &= \tilde{A}_{n,0}^{(i)}, \\ \bar{\omega}_{n,m}^{(i)}(\rho) &= i\kappa^2 A_{n,m,1}^{(i)} \rho^m - i\kappa^2 A_{n,m,2}^{(i)} \rho^{-m}, \quad m = 1, 2, \dots\end{aligned}\quad (18)$$

A $\bar{\theta}_{n,m}^{(i)}(\rho)$ (17), valamint a $\bar{\omega}_{n,m}^{(i)}(\rho)$ (18) figyelembevételével, továbbá a $P_{n,m}^{(i)}(\rho)$ és $Q_{n,m}^{(i)}(\rho)$ függvények segítségével meg lehet határozni az $\bar{u}_{n,m}^{(i)}(\rho)$, és $\bar{v}_{n,m}^{(i)}(\rho)$ elmozdulások transzformáltjait

$$\begin{aligned}\bar{u}_{n,m}^{(i)}(\rho) &= \partial_\rho P_{n,m}^{(i)} - in\rho^{-1} Q_{n,m}^{(i)} \\ \bar{v}_{n,m}^{(i)}(\rho) &= -in\rho^{-1} P_{n,m}^{(i)} - \partial_\rho Q_{n,m}^{(i)},\end{aligned}\quad (19)$$

a $P_{n,m}^{(i)}(\rho)$ и $Q_{n,m}^{(i)}(\rho)$ függvények az alábbi egyenletekből határozhatók meg:

$$\rho^{-1} \partial_\rho (\rho \partial_\rho P_{n,m}^{(i)}) - n^2 \rho^{-2} P_{n,m}^{(i)} = \bar{\theta}_{n,m}^{(i)} \quad (20)$$

$$\rho^{-1} \partial_\rho (\rho \partial_\rho Q_{n,m}^{(i)}) - n^2 \rho^{-2} Q_{n,m}^{(i)} = -\bar{\omega}_{n,m}^{(i)} \quad (21)$$

A (20), (21)-es egyenletek megoldása után kapjuk, hogy

$$\begin{aligned}P_{n,0}^{(i)} &= \tilde{B}_{n,0}^{(i)} + B_{n,0}^{(i)} \ln(\rho) + A_{n,0}^{(i)} \rho^2 / 4 + \beta_T^{(i)} \bar{T}_{n,0}^{(i)} / (s\kappa^2) \\ P_{n,1}^{(i)} &= B_{n,1,1}^{(i)} \rho + B_{n,1,2}^{(i)} \rho^{-1} + A_{n,1,1}^{(i)} \rho^3 / 8 + \\ &+ A_{n,1,2}^{(i)} \rho \ln(\rho) + \beta_T^{(i)} \bar{T}_{n,1}^{(i)} / (s\kappa_i^2)\end{aligned}\quad (22)$$

$$\begin{aligned}P_{n,m}^{(i)} &= B_{n,m,1}^{(i)} \rho^m + B_{n,m,2}^{(i)} \rho^{-m} + A_{n,m,1}^{(i)} \rho^{m+2} / 4(m+1) + \\ &+ A_{n,m,2}^{(i)} \rho^{-m+2} / 4(1-m) + \beta_T^{(i)} \bar{T}_{n,m}^{(i)} / (s\kappa_i^2), \quad m = 2, 3, \dots \\ Q_{n,0}^{(i)} &= \tilde{C}_{n,0}^{(i)} + C_{n,0}^{(i)} \ln(\rho) - \tilde{A}_{n,0}^{(i)} \rho^2 / 4 \\ Q_{n,1}^{(i)} &= C_{n,1,1}^{(i)} \rho + C_{n,1,2}^{(i)} \rho^{-1} - i\kappa_i^2 A_{n,1,1}^{(i)} \rho^3 / 8 + \\ &+ i\kappa_i^2 A_{n,1,2}^{(i)} \rho \ln(\rho)\end{aligned}\quad (23)$$

$$\begin{aligned}Q_{n,m}^{(i)} &= C_{n,m,1}^{(i)} \rho^m + C_{n,m,2}^{(i)} \rho^{-m} - i\kappa_i^2 A_{n,m,1}^{(i)} \rho^{m+2} / 4(m+1) + \\ &+ i\kappa_i^2 A_{n,m,2}^{(i)} \rho^{-m+2} / 4(1-m), \quad m = 2, 3, \dots\end{aligned}$$

és a (19)-es összefüggéseknek megfelelően

$$\bar{u}_{n,0}^{(i)} = B_{n,0}^{(i)} \rho^{-1} + A_{n,0}^{(i)} \rho / 2 + \beta_T^{(i)} \partial_\rho \bar{T}_{n,0}^{(i)} / (s\kappa_i^2) \quad (24)$$

$$\begin{aligned}\bar{u}_{n,1}^{(i)} &= B_{n,1,1}^{(i)} - B_{n,1,2}^{(i)} \rho^{-2} + (3 - \kappa_i^2) A_{n,1,1}^{(i)} \rho^2 / 8 + \\ &+ A_{n,1,2}^{(i)} (1 + (1 + \kappa_i^2) \ln(\rho)) / 2 - iC_{n,1,1}^{(i)} - \\ &- iC_{n,1,2}^{(i)} \rho^{-2} + \beta_T^{(i)} \partial_\rho \bar{T}_{n,1}^{(i)} / (s\kappa_i^2)\end{aligned}\quad (25)$$

$$\begin{aligned}\bar{u}_{n,m}^{(i)} &= nB_{n,m,1}^{(i)} \rho^{m-1} - nB_{n,m,2}^{(i)} \rho^{-m-1} + \\ &+ (2 + (1 - \kappa_i^2)m) A_{n,m,1}^{(i)} \rho^{m+1} / 4(m+1) + \\ &+ (2 - (1 - \kappa_i^2)m) A_{n,m,2}^{(i)} \rho^{-m+1} / 4(1-m) - \\ &- imC_{n,m,1}^{(i)} \rho^{m-1} - imC_{n,m,2}^{(i)} \rho^{-m-1} + \\ &+ \beta_T^{(i)} \partial_\rho \bar{T}_{n,m}^{(i)} / (s\kappa_i^2), \quad m = 2, 3, \dots\end{aligned}\quad (26)$$

$$\bar{v}_{n,0}^{(i)} = -C_{n,0}^{(i)} \rho^{-1} + \tilde{A}_{n,0}^{(i)} \rho / 2 \quad (27)$$

$$\begin{aligned} \bar{v}_{n,1}^{(i)} = & -iB_{n,1,1}^{(i)} - iB_{n,1,2}^{(i)} \rho^{-2} + i(3\kappa_i^2 - 1)A_{n,1,1}^{(i)} \rho^2 / 8 - \\ & -i + A_{n,1,2}^{(i)} (\kappa_i^2 + (1 + \kappa_i^2) \ln(\rho)) / 2 - C_{n,1,1}^{(i)} - \\ & -C_{n,1,2}^{(i)} \rho^{-2} - i\beta_T^{(i)} \bar{T}_{n,1}^{(i)} / (s\kappa_i^2) \end{aligned} \quad (28)$$

$$\begin{aligned} \bar{v}_{n,m}^{(i)} = & -inB_{n,m,1}^{(i)} \rho^{m-1} - inB_{n,m,2}^{(i)} \rho^{-m-1} + \\ & + i(2\kappa_i^2 - (1 - \kappa_i^2)m) A_{n,m,1}^{(i)} \rho^{m+1} / 4(m+1) - \\ & - (2\kappa_i^2 + (1 - \kappa_i^2)m) A_{n,m,2}^{(i)} \rho^{-m+1} / 4(1-m) - \\ & - mC_{n,m,1}^{(i)} \rho^{m-1} + mC_{n,m,2}^{(i)} \rho^{-m-1} - \\ & - im\beta_T^{(i)} \bar{T}_{n,m}^{(i)} / (s\kappa_i^2), \quad m = 2, 3, \dots \end{aligned} \quad (29)$$

A transzformált peremfeltétek (15) és a réteghatár felületekre vonatkozó feltételek (16) kielégítésével algebrai egyenletrendszer kapunk:

$$\begin{aligned} (h_{k,m,l}) \{ A_{n,m,1}^{(1)}, A_{n,m,2}^{(1)}, B_{n,m,1}^{(1)}, \dots, B_{n,m,2}^{(M)}, C_{n,m,1}^{(M)}, C_{n,m,2}^{(M)} \}^T = \\ = \{ f_{n,m,k} \}^T \end{aligned} \quad (30)$$

A $4M \times 4M$ méretű egyenletrendszer (30) hővezetési feladatok esetén is lehetővé teszi tetszőleges M -re vonatkozó rekurziós megoldás felírását és így módon a (13)-(16)-os feladat zárt alakú analitikus megoldásának előállítását Laguerre polinomok szerinti sorként

$$u^{(l)}(\rho, \varphi, \tau) = \frac{\lambda}{2\pi} \sum_{n=0}^{\infty} L_n(\lambda\tau) \sum_{m=-\infty}^{\infty} \bar{u}_{n,m}^{(l)}(\rho) e^{-im\varphi}, \quad (31)$$

$$\sigma_{\varphi\varphi}^{(l)}(\rho, \varphi, \tau) = \frac{\lambda}{2\pi} \sum_{n=0}^{\infty} L_n(\lambda\tau) \sum_{m=-\infty}^{\infty} \bar{\sigma}_{\varphi\varphi,n,m}^{(l)}(\rho) e^{-im\varphi}. \quad (32)$$

4. NUMERIKUS VIZSGÁLAT

A továbbiakban megvizsgáljuk a táblázatban megadott fizikai mechanikai jellemzőkkel rendelkező, kerámiából (Al_2O_3) és alumínium ötvözetből készült háromrétegű kompozit hőmérséklet és feszültség-eloszlását.

1. táblázat. A kompozit elemek fizikai-mechanikai jellemzői

	Al. ötvözet	Al_2O_3
a_i [m ² /s]	90.6×10^{-6}	11.9×10^{-6}
$\lambda_T^{(i)}$ [W/mK]	22.2×10	3.6×10
$\alpha_T^{(i)}$ [1/K]	23.6×10^{-6}	8.0×10^{-6}
E_i [GPa]	7.0×10	34.3×10
ν_i	0.33	0.22

A (12)-es összefüggés alapján meghatároztuk a kompozit hengerben kialakult hőmérsékletmezőt a következő bemenő paraméter értékek esetén

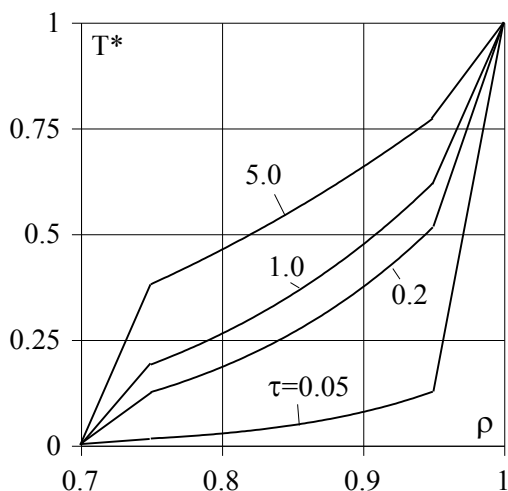
$$R_M = 0.7; \rho_1 = 0.95; \rho_2 = 0.75;$$

$$T_c^{(M)} = 0, T_c^{(1)} = \begin{cases} T_c \cos(\varphi), & |\varphi| \leq \pi/2 \\ 0, & |\varphi| > \pi/2 \end{cases}$$

Esetünkben a hővezetési és hőmérséklet-vezetési tényező vonatkoztatási alapja az alumínium ötvözet volt.

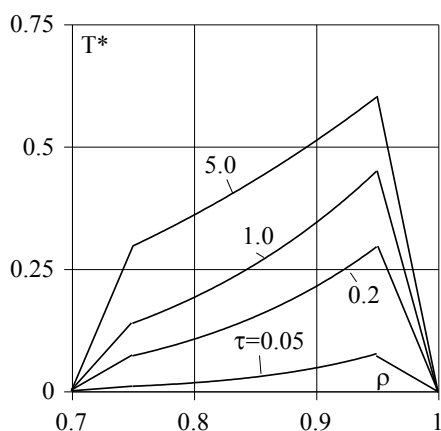
Numerikus vizsgálatokkal megállapítottuk, hogy ilyen bemenő adatok esetén a számítás relatív hibája nem haladja meg az 1%-ot a Laguerre polinomok szerinti sor 30 tagjának és a trigonometrikus sor 25 tagjának meghagyásakor.

Az 2. ábra a $T^*(\rho, \varphi, \tau) = T(\rho, \varphi, \tau) / T_c$ számított hőmérséklet értékeket mutatja különböző τ időváltozó esetén a hevítési zóna közepén, a 3. ábra pedig a zóna peremén.



2. ábra. Hőmérséklet eloszlás a kompozit vastagsága mentén, a hevítési zóna közepén ($\varphi = 0$)

Az eredmények alapján meg lehet állapítani, hogy kompozitban az átmeneti folyamat $\tau = 5$ dimenziótlan időtartamig meghosszabbodik (nagy τ értékek esetén a hőmérsékletmező 0.1%-os határokon belül változik).



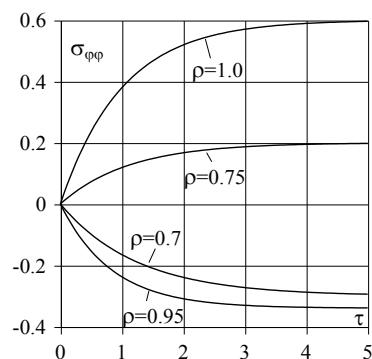
3. ábra. Hőmérséklet eloszlás a kompozit vastagsága mentén, a hevítési zóna peremén ($\varphi = \pi/2$)

A hőmérséklet a ρ függvényében gyakorlatilag lineárisan változik, ami a hengeres rétegek viszonylag kis vastagságával magyarázható.

A hőmérséklet eloszlás grafikonján jellegzetes törések láthatók a hengeres rétegek határainál, melyek az összetevők (komponensek) eltérő hővezetési tényezői miatt

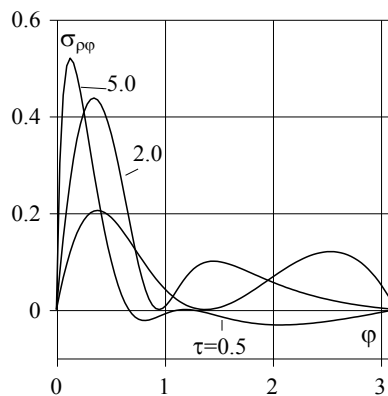
keletkeznek. A második és harmadik réteg közti határfelület valamennyi pontjában a törések jellege (élessége) az idővel párhuzamosan növekszik. Az első és második réteg között, a hevítési zóna középpontjában az említett törések jellege (élessége) az idővel párhuzamosan csökken, a hevítési zóna peremén pedig növekszik.

A 4. ábra a (32)-es egyenlet alapján számított dimenziótlan tangenciális feszültségek változását mutatja a határfelületeken és a rétegek határvonalain a τ dimenziótlan időváltozó függvényében, a hevítési zóna középpontjában ($\varphi = 0$).



4. ábra. A tangenciális feszültségek változása a határfelületeken és a rétegek határvonalain

Látható, hogy az említett feszültségek abszolút értéküket stacionáris esetben érik el és a kompozit összetevőinek függvényében előjelet váltanak.



5. ábra. A nyírófeszültségek változása a külső és belső réteg határvonalán

Az 5. ábra különböző τ értékek esetén mutatja a dimenziótlan nyírófeszültségek

változását a külső $l=1$ és a belső $l=2$ réteg határán. Látható, hogy a feszültségek abszolút maximumukat a hevítési zóna középpontjának közelében $\varphi = \pi/6$ -nál érik el, míg a középponttól távolabbi területen

abszolút értékben lényegesen kisebbek és az átmeneti folyamat során előjelet váltanak.

A cikk a Magyar-Ukrán Kormányközi Tudományos és Technológiai (TÉT) Együttműködés keretében készült. (UA-6/2008).

IRODALOM

- [1] GALAZJUK, V. A.: Metod polinomov Csebiseva-Laguerra v szmesannoj zadace dlja linejnogo differencial'nogo uravnenija vtorogo porjadka s postojannymi koefficientami. Doklady AN USSR, 1981, No. 1, p.: 3-7
- [2] KOLJANO, JU. M.: Metodü teploprovodnosti i termouprugosti neodnorodnogo tela. Naukova Dumka, Kiev, 1992.
- [3] MATYSIAK, S., WOZNIAK, CZ.: On the modelling of heat conduction problem in laminated bodies. Acta mech., 65, 1986, p.: 223-238.
- [4] TANIGAWA, Y.: Some Basic Thermoelastic Problems for Nonhomogeneous structural materials. Appl. Mech. Rev., ASME, 1995, Vol. 48, No. 6, p.: 287-300.
- [5] TIMÁR, I., TURCSIN, I., SZULIM, G., SCSUKIN, V.: Quasistatic thermal elastic task for layer-elastic half space system with local pulsed heating. GÉP, 2007. Vol. 58, No. 12. p.: 39-42.

CONTENTS

1. Bodzás S.; Dudás I.:

Generating of conical worm surface with changing of lead angle correction 3

Authors propose a new grinding procedure, in which the wear of grinding wheel is compensated by continuous change of lead angle. As an example the grinding of a spiroidal worm are presented.

2. Bauernhuber A.; Markovits T.:

New opportunity in joining technology: the laser assisted metal-plastic hybrid joining 7

Paper presents a new laser assisted joining technology can be applied for making metal-polymer hybrid connections. The new technology has several advantages against concurrent processes. The quality of the joint mainly depends on the heating time, the pressure force, the laser power and the surface roughness.

3. Hajdu D.; Inspurger T.:

Analysis of the Smith predictor in time domain 12

Smith predictor can be successfully applied first of all in stable processes. Authors present the principal equations describing the Smith predictor. A simple example is shown for presenting the parameter sensitivity of a closed control loop.

4. Ladányi G.; Ladányi G.:

Fault diagnosis in squirrel-cage induction motors using vibration and current analysis jointly 16

In case of squirrel-cage induction motors the application of condition based maintenance strategies help to avoid the unexpected failures and consequent downtime. As an additional advantage, the time between planned shutdowns for planned maintenance may be increased.

5. Tóth P.:

Adaptive acoustic source model for microphone array signal processing 21

The phased array microphone measurement is an acoustic source localization technique requiring much computing time for data processing. The Department of Fluid Mechanics of BME develops this technique and applies for fan noise research of axial fans.

6. Vásárhelyi J.; Kovács L.:

Hardware implementation analysis of concept lattice as classification tool in information systems 26

Paper analyses the implementation possibilities in field programmable gate array (FPGA) hardware. It tries to give an answer for the implementation limits and advantages. The hardware implementation allows the speed up of the lattice construction and search on it.

7. Schwarzenberger J.; Juhász I.:

Development of lathes machining centres at ExCel Csepel Szerszámgyártó Kft. (ExCel Csepel Tool Manufacturing Ltd.) capable of 5D machining 34

8. Szulim G.; Scsukin V.; Turcsin I.; Timár, I.:

The quasistatic plane problem of thermoelasticity for radially layered cylinder with asymmetric heating 36

The paper presents a solution for the plane problem of quasistatic thermoelasticity for the radially layered cylinder with non-axisymmetric heating on its boundary surfaces. The solution of the considered problem is constructed with the help of Laguerre integral transform with respect to time variable and Fourier transform with respect angular displacement. The stresses are presented for the three layered cylinder under local heating on the outer surface.

GÉP

INFORMATIVE JOURNAL

for Technics, Enterprises, Investments, Sales, Research-Development, Market of the Scientific Society of Mechanical Engineering

Dr. Döbröczöni Ádám
President of Editorial Board

Vesza József
General Editor

Dr. Jármái Károly
Dr. Péter József
Dr. Szabó Szilárd
Deputy

Dr. Barkóczi István
Bányai Zoltán
Dr. Beke János
Dr. Bercsey Tibor
Dr. Bukoveczky György
Dr. Czitán Gábor
Dr. Danyi József
Dr. Dudás Illés
Dr. Gáti József
Dr. Horváth Sándor
Dr. Illés Béla
Kármán Antal
Dr. Kulcsár Béla
Dr. Kalmár Ferenc
Dr. Orbán Ferenc
Dr. Pálincás István
Dr. Patkó Gyula
Dr. Péter László
Dr. Penninger Antal
Dr. Rittinger János
Dr. Szabó István
Dr. Szántó Jenő
Dr. Tímár Imre
Dr. Tóth László
Dr. Varga Emilné Dr. Szűcs Edit

DEAR READER,

The Scientific Society of Mechanical Engineers has undertaken considerable professional work in organizing the MACH-TECH International Trade Exhibition of Machine Manufacturing held at HUNGEXPO Budapest Fair Centre for the eleventh time. End of May 2013 the MACH-TECH will open its gates and the INDUSTRIAUTOMATION International Industrial Automation Exhibition, which Exhibitions offer complex solutions for small, medium and large businesses. The Society appears at a separate stand, and provides an opportunity, for the companies interested in our services to directly get in touch with our representatives at the fair. In addition we want to contribute with the organization of the professional conference to deepen the relationship between the exhibitors and the exhibition visitors, as a basis of productive cooperation between industry and applied research.

At the fair the organizers are designed to help, that the universities and other academic institutions, research centres dealing with manufacturing engineering devices and procedure systems, e.g. MTA SZTAKI similar to other major international professional exhibitions should appear here with their results, which can strengthen the economy, including the relationship between industry and higher education and institutional research centres. The National Presidency of GTE is looking up its members, the professional visitors of the fair and the exhibitors well-trained experts with the hope that this year too it can offer appropriate programme according to interests with the events of MACH-TECH:

- Related to the Exhibition at the conference on 30. May 2013., in the exhibition pavilion area titled 'Automotive engineering developments impact on competitiveness' successful companies experts and the countries several university professors will report on the technological research carried out by the Hungarian industry, and those who are interested are informed about new tender opportunities.

- HUNGEXPO ZRT, has announced this year again the 'MACH-TECH Grand Prize' with this awarding the new innovations and products presented at the exhibition, and as well for technical services 'Exhibition Grand Prize' awarding the distinctive mark of quality. The professional jury of the awards was provided by GTE. The winning products presentation was undertaken by the editors of the journal entitled GÉP.

The organizers expect all who are interested, mainly from the area of parts manufacturing small and medium companies who wish to use more efficient, more modern technologies and tooling components.

As the exhibition is an effective option for the economy and research centres to strengthen the relationship, we hope that this initiative will meet their concepts, and as a visitor we expect participation and active involvement.

A target journal will be published for the occasion of the exhibition by the GTE GÉP, which is obtainable for exhibitors and visitors of the fair at the stand of GTE. The journal presents the grand prize winners of the exhibition, the conference presentations, and articles about important industrial and scientific research.

Allow me, on behalf of the Scientific Society of Mechanical Engineers to heartily recommend this exhibition targeted journal to the reader's hand. Consider our efforts as the renew of knowledge communities and its professional works newest product, please receive it with such interest as the commitment with which the editing commission staff had prepared it.

*Dr. Habil. Takács János,
professor, president of GTE*

Managing Editor: Vesza József. Editor's address: 3534 Miskolc, Szervezet utca 67.
Postage-address: 3501. Pf. 55. Phone/fax: (+36-46) 379-530, (+36-30) 9-450-270 • e-mail: mail@gepujsag.hu

Published by the Scientific Society of Mechanical Engineering, 1027 Budapest, Fő u. 68.
Postage-address: 1371, Bp, Pf. 433
Phone: 202-0656, Fax: 202-0252, E-mail: a.gaby@gteportal.eu, Internet: www.gte.mtesz.hu
Responsible Publisher: Dr. Igaz Jenő Managing Director

<http://www.gepujsag.hu>
Printed by Gazdász Nyomda Kft. 3534 Miskolc, Szervezet u. 67.
Price per month: 1260 Ft.
Distribution in foreign countries by Kultúra Könyv és Hírlap Külkereskedelmi Vállalat H-1389
Budapest, Pf. 149. and Magyar Média H-1392 Budapest, Pf. 272.

INDEX: 25 343 ISSN 0016-8572

EXCEL CSEPEL SZERSZÁMGÉPGYÁRTÓ KFT.
H-1211 Budapest, Varrógépgyár u. 1.
Tel.: + 36-1/278 5800, 278 5802 Fax: + 36-1/425 7605
www.excel-csepel.hu
E-mail: a.pinter@excel-csepel.hu



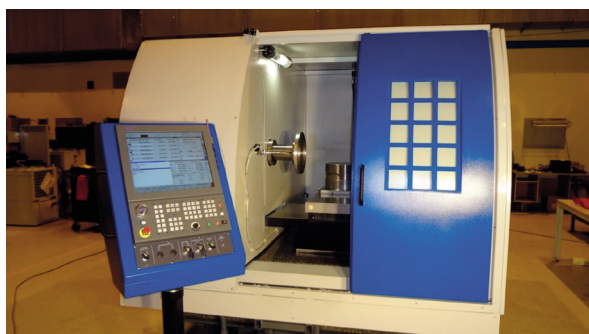
SZLOGEN: „MÚLT, JELEN, JÖVŐ”

UP – Az ultra precíziós – esztergák képviselik legjobban a múlt, jelen és a jövő gondolatát. Gyártásuk a 80-as évek második felében egy licence vásárlást követően indult, majd több mint 25 esztendő elteltével kezdtük újra gyártani a csepei szerszámgyépgyárban. A tavalyi év elején kezdődött tervezési és gyártási folyamat fejeződött be 2012 végével és került 2 egység kiszállításra az külföldi megrendelő részére. Napjaink modern technológiái, mint az optikai ipar, mikroelektronika használják ezeket a kiemelt pontosságú gépeket. (Pl. a napenergia direktben történő hasznosításához parabola tányéros síktükrös naperómű elemeinek gyártásához lehet felhasználni.) A hidraulikus rendszereket és a DIN 3 – DIN 4 pontosságú osztályba sorolható fogaskerekeket gyártóknál a bázis köszörülések kiváltása indokolja az edzett (HRC 59-63 keménységű) alkatrészek nagy pontossággal történő megmunkálását.

A sikeres szerszámgyépgyártás folytatásához továbbra is folyamatos műszaki fejlesztésre van szükség. A megrendelők igényeinek megfelelő megoldások kidolgozása, megvalósítása szintén rendkívül fontos. A nagy munkaterű összetett gépek, mint TMB-5D-710 célgépek és nagy pontosságú gépek tervezésén, gyártásán keresztül van esély a magyarországi és külföldi piacokon jelen lenni. Természetesen elengedhetetlen a hazai és a külföldi partner cégekkel történő szorosabb együttműködés. Természetesen legkedvezőbb számunkra a fejlődő, bővülő piac kialakulása lenne, megfelelő finanszírozási háttérrel.

Budapest, 2013.05.07.

Pintér Ákos ügyvezető
+36-302-790-091



AUTM	mm	REF	Storage Card: \GLDA\AZ02.prg
Abszolút pozíció			
Abszolút pozíció G56	Maradékút	Végpozíció	ió:
oX + 203.91271mm	- 163.91271 +	40.00000	71mm
Z + 0.00000mm	+ 0.00000 +	0.00000	90mm
oX2 + 694.51271mm	- 163.91271 +	530.60000	79mm
Z2 + 93.11800mm	+ 0.00000 +	93.11800	24mm
B + 0.00000tok	+ 0.00000 +	0.00000	00tok
Kopás korr.: 1			
Kopás			
+ 0.00000mm			
+ 0.00000mm			

MACH-Ko-ga-me

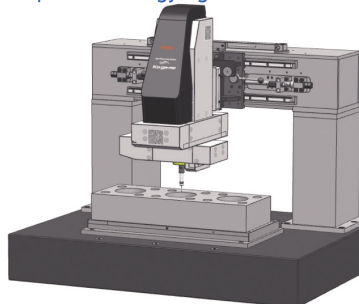
a "kicsiben - NAGY" mérőgép

MACH Ko-ga-me

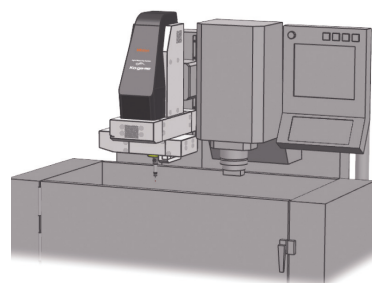
■ Külön állványra szerelve



■ MACH Ko-ga-me pozícionáló egységen



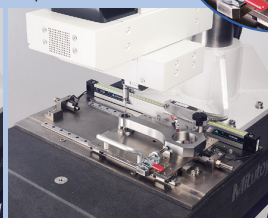
■ Szerszámgépre integrálva



1. lépés Mérés



2. lépés Pozícionálás



JAPAN
QUALITY by Mitutoyo

A MACH-TECH 2013
NAGYDÍJ pályázat
nyertes terméke!

