

# KÖRÍV FOGIRÁNYVONALÚ KÚPKERÉK FOGFELÜLETI PONTJAINAK MEGHATÁROZÁSA KÉTFÉLE MEGKÖZELÍTÉSBEN

## CALCULATION OF THE FLANK POINTS OF A SPIRAL BEVEL GEAR WITH CIRCULAR TOOTH TRACE BY USING TWO DIFFERENT APPROACH

*Patai Patrik József*\*, *Dr. Lelkes Márk*\*\*, *Dr. Eleőd András*\*\*\*

### ABSTRACT

*Accurate gear design and sizing rely on the detailed information about the surfaces of the mating gears. This article provides a brief overview of two different methods, both can be utilized to obtain the flank points of a spiral bevel gear. One is based on kinematic equations, whereas the other simulates the cutting process.*

### 1. BEVEZETÉS

Fogaskerek tervezése és méretezése során nagy fontossággal bír, hogy a fogaskerék teherbírását alapvetően meghatározó fő méreteken túl a kapcsolódó fogfelületek topográfiáját is részleteiben ismerjük. A lefejtett kerek fogfelülete a gyártás geometria és kinematikai viszonyaitól függ, így két, fő méreteiben (fogszám, modul, osztókúpszög stb.) egyébként megegyező fogaskerék kapcsolódó fogfelülete lényegesen

---

\* PhD hallgató, BME, Járműelemek és Jármű-szerkezetanalízis Tanszék

\*\* egyetemi adjunktus, BME, Járműelemek és Jármű-szerkezetanalízis Tanszék

\*\*\* egyetemi tanár, BME, Járműelemek és Jármű-szerkezetanalízis Tanszék

eltérhet a gyártási paraméterek függvényében. A fogfelületi pontok meghatározása számítógépes algoritmusokkal lehetséges. A korszerű és manapság elterjedt számítások többnyire Faydor L. Litvin nevéhez köthetők és a fogfelületi pontokat a fogazatok kapcsolódási egyenletei alapján analitikus vagy numerikus módszerrel határozzák meg. Egy létező bár sokkal kevésbé ismert és alkalmazott módszer az ún. DDS (Direct Digital Simulation) módszer, amely S.V. Lunin és V.I. Goldfarb nevéhez fűződik [2]. Ez utóbbi módszer a lefejtő gyártási művelet szimulációjának útján keresi a fogfelületi pontokat.

### 2. KINEMATIKAI MÓDSZER

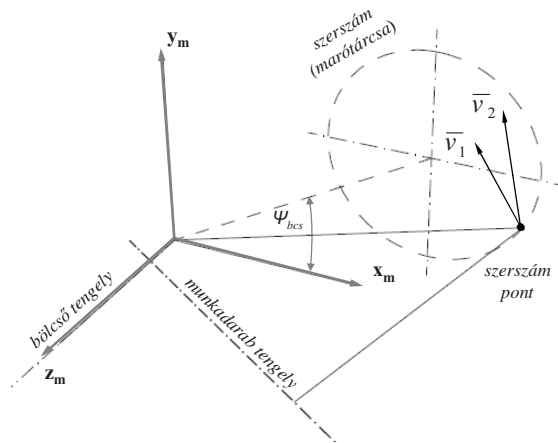
A kinematikai módszer alkalmazásakor a következő tételből indulhatunk ki: *az egymást kölcsönösen burkoló fogprofilok érintkezési pontjában a viszonylagos elmozdulás sebességvektorának merőlegesnek kell lennie a normális vektorra* [1].

Ez lényegében azt jelenti, hogy a kapcsolódás pillanatában az érintkező felületek egymáson csak elcsúsznak, a felületek sem egymástól eltávolodni, sem egymásba hatolni nem igyekeznek. Ha ez a feltétel a kapcsolódási pontok mindegyikére teljesül, akkor a mozgásátvitel homokinetikus.

A fenti tétel a következő vektoregyenlettel fejezhető ki:

$$\mathbf{n}_i \cdot \mathbf{v}_i^{(12)} = 0 \quad (1)$$

Az 1. ábrán egy térbeli fogazási elrendezés vázlata látható. A munkadarab a fogazó gép koordináta rendszerében van elhelyezve a gépbeállítási számításoknak megfelelő pozícióban és orientációval. A lefejtő eljárás során a munkadarab összegördül egy képzelt síkkerékkel (vagy kúpkerékkel). A képzelt ellenkerék fogait a szerszámtengely körül forgó forgácsoló szerszámélek testesítik meg. A szerszámtengely együtt forog a bölcsővel. A bölcső és a munkadarab mozgása között határozott kapcsolat van.

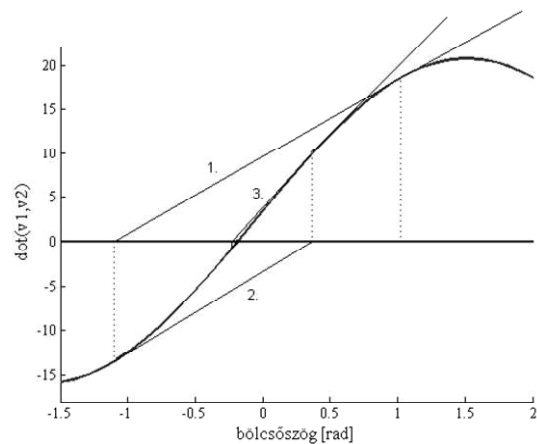


1. ábra. Fogazási elrendezés vázlata

A szerszámtengely körül forgó kések forgácsoló élei a szerszám koordináta rendszerében egy forgásfelületen mozognak, egyenes szerszámél kialakítás esetén egyszerű kúpfelületen. Ebben a koordináta rendszerben tetszőleges szerszámfelületi pont és a hozzá tartozó felületi normális két paraméter segítségével kijelölhető.

Adott szerszámpontra gépi koordináta-rendszerben történő mozgása során minden  $\Psi$  bölcsőszög pozícióban meghatározható az (1) skaláris szorzat értéke. Az ebből képzett  $d = f(\Psi)$  (2) nemilnéaris,  $2\pi$  szerint periodikus függvény gyökei az (1) egyenlet megoldásai. A (2) függvény a zérus

átmenet közelében „kellően” lineáris ahhoz, hogy Newton-Raphson módszerrel, alkalmasan választott kezdőpontból, nagyon gyorsan jó közelítéshez jussunk. (2. ábra)



2. ábra. Kapcsolódási függvény megoldása Newton-Raphson módszer segítségével

A kapott megoldás az a bölcsőszög, amelynél az adott paraméterű szerszámpontra a megadott kinematikai és geometriai feltételek mellett kapcsolódik. Ez a pont egyben a kapcsolófelület egy pontja is. A kapcsolófelületi pontok ismeretében a Reuleaux szerkesztéssel analóg módon a kapcsolópontok, a munkadarab tengelye körül visszaforgathatók egy referencia helyzetbe. Az így kapott pontok a keresett fogfelületi pontok.

Két eltérő gépbeállítással fogazott kúpkerék fogfelületeinek összehasonlításához szükséges feltétel, hogy az összehasonlítandó pontpárok hengerkoordinátái közül  $\rho$  és  $z$  azonosak legyenek, azaz a koordináták csak a  $\varphi$  komponensükben különbözzenek. Ilyen előre definiált mérőhálóra való számításához, az algoritmust iteratív ciklusba lehet szervezni.

### 3. GYÁRTÁSSZIMULÁCIÓS MÓDSZER

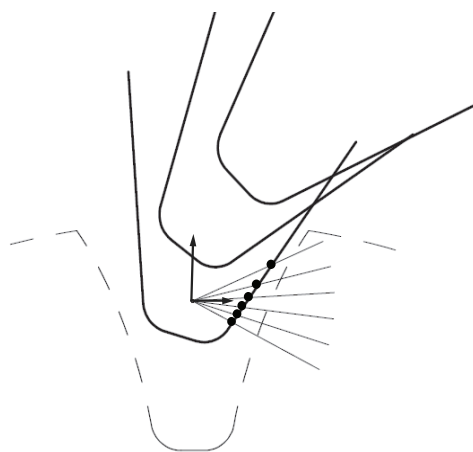
A DDS (Közvetlen Digitális Szimuláció) alapuló fogfelület számító eljárások 3D-s boolean műveleteken alapulnak. Egy DDS alkalmazást legegyszerűbben CAD szoftverek programozásával lehet készíteni. A szerszám

és a fogazandó (nyers)munkadarab 3D modelljét a lefejtő fogazási eljárásnak megfelelő relatív pozíciókba helyezik és apró lépésenként haladva a szerszám térfogatát minden lépésben kivonják a munkadarab még meglévő térfogatából így szimulálva az anyageltávolítást.

Az ebben a cikkben bemutatásra kerülő módszer, a DDS módszerek filozófiáján alapul, azonban megvalósítása nem igényel CAD szoftvert.

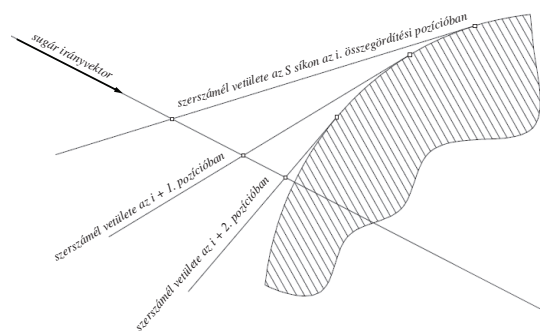
Ennél a módszernél a lefejtő mozgás különböző pozícióiban a szerszám forgácsolóéleit (élek szegmenseit) körív mentén előre meghatározott síkokra vetítjük így ezeken a síkokon regisztrálhatjuk a szerszám nyomát. Ezeket a vetítési síkokat praktikusán a kiforgácsolandó fogárok normálmetszeteiként vehetjük fel és a fogszélesség mentén egyenletesen helyezhetjük el őket. A síkok a munkadarab koordináta rendszerében vannak felírva és azzal együtt mozognak. A vetítési síkok koordinátarendszereinek origója a fogárok egy alkalmasan választott pontja. Ebből az origóból sugárszerűen vektorok indulnak ki. A könnyebb érthetőség kedvéért képzeljük el egy már készre fogazott kúpkerék fogárkának normálmetszetét (szaggatott vonal) (3.ábra). A fogárok alkalmas pontját origónak választva a fogprofil tetszőleges pontja polárkoordináták alakban megadható. A virtuális gyártásszimuláció során ebben a koordináta rendszerben keressük a folyamatosan változó (de az elforgácsolás miatt csak távolni tudó) fogárok kontúrpointjait, amelyek, a fogárok végleges alakjának és méretének kialakulása után, egyben a fogárok két partján lévő fogak profilpontjai is lesznek. Az irányvektorok polárkoordinátái közül a szögkoordináták állandók, azaz a mérési irányok (a munkadarab koordináta rendszerében) állandók.

A szerszám és a munkadarab összegördülése folyamán egy adott síkon a szerszám vetületi képe más és más.



3. ábra. Szerszám „nyomának” meghatározása és regisztrálása egy mintavételi síkon

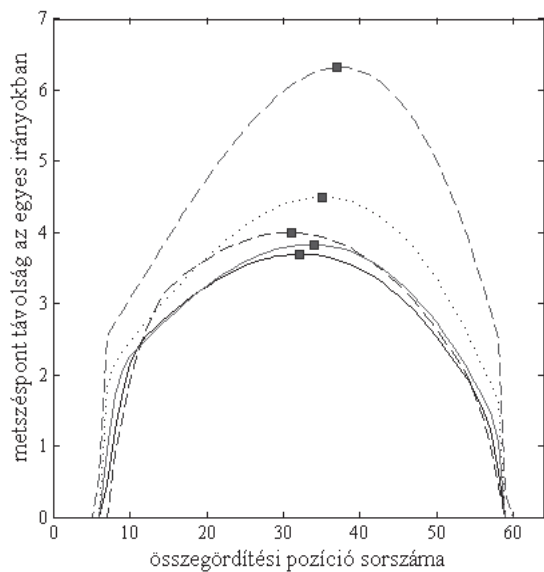
Minden egyes síkon, minden egyes összegördülési pozícióban meg kell határozni a sugárvektorok és a szerszámvetület (mint összefüggő törtvonal) metszéspontjait illetve azok távolságát a sík koordináta rdsz.-ének origójától. A metszéspontokat a sugár- és élvektorok egyenleteivel felállított lineáris egyenletrendszerek megoldásai szolgáltatják. Mivel az anyageltávolítás következtében a fogárok csak távolul lehet, ezért a végső eredményt az egyes irányokban mért legnagyobb metszési távolságok adják (4.ábra).



4. ábra. Adott sugáregyenesen lévő metszéspont változása a szerszámél burkoló mozgása közben

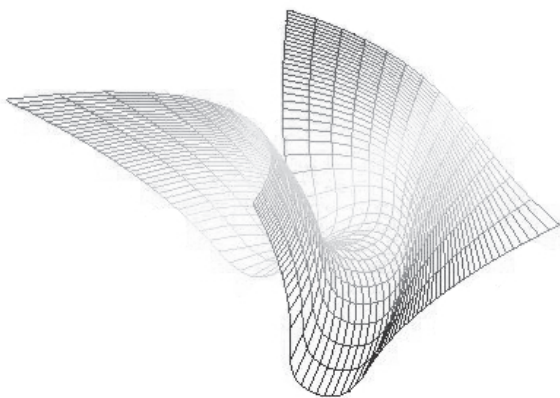
Az 4. ábra alapján sejthető, hogy a metszési távolságértékeket az összegördítési szögpozíció függvényében ábrázolva maximum értéket felvevő (harang alakú) görbéket kell, hogy kapjunk (5.ábra). Ezek az

ábrák felhasználhatók a szimuláció megfelelő lefutásának visszaellenőrzésére.



5. ábra. Adott síkon, különböző irányokban mérhető metszési távolságok alakulása a teljes összegördítési folyamat során (külön jelölve a maximum értékeket)

A szimuláció futásának eredményeként a meghatározni kívánt fogfelületi pontok számával egyező számú távolságvérték adódik. A távolságokat a megfelelő síkokon, a megfelelő vektorok (sugarak) mentén felmérve, a felületre illeszkedő pontháló közvetlenül előáll (6. ábra).



6. ábra. DDS módszerrel számított fogárok felület

#### 4. ÖSSZEFOGLALÁS

A kapott pontok koordinátáinak összehasonlításával megmutatható, hogy a két módszerrel kapott felület azonos. A két eljárás geometriai és kinematikai bemenő adatai megegyeznek, a megoldási módok közötti különbség az alapkérdések megfogalmazásával szemléltethető. Az első módszer kérdése az lehet, hogy „Adott geometriai és kinematikai feltételeknek a tér mely pontjai tesznek eleget?“, míg a másodiké, „Milyen felületet eredményez, ha szerszámot és munkadarabot adott kinematikai és geometriai feltételek mellett összegördítünk?“. A DDS módszer alapötlete igazán egyszerű és világos, számítógépes implementációja azonban bonyolultabb, a szimulációs beállításokra való érzékenysége következtében használata nehezebb, mint a kinematikai módszeren alapuló algoritmusé. Ezen felül a gyártásszimulációs (DDS-en alapuló) algoritmus futási ideje 1-2 nagyságrenddel hosszabb. A számítási igény, különböző heurisztikák bevezetésével csökkenthető, ez azonban a módszer megbízhatóságát kedvezőtlenül befolyásolhatja. A kapott felületekkel való további számítások (pl. kapcsolódás vizsgálata) szempontjából nem mellékes, hogy a felületi normálisok meghatározása is jóval bonyolultabb feladat a DDS eljárás alkalmazásakor.

Összességében fogazatszámítási feladatokhoz határozottan a kinematikai módszer használata tűnik előnyösebbnek. Ezzel együtt nem kizárt, hogy néhány feladathoz a DDS módszer valamely különleges körülmény fennállása miatt praktikusán használható.

#### 5. IRODALOM

- [1] F.L. Litvin: A fogaskerékkapcsolás elmélete, Műszaki könyvkiadó, p.43, 1972
- [2] S.V. Lunin, V.I. Goldfarb: Direct Digital Simulation for gears, Volume 1