

A FOGASKERÉK-KAPCSOLÓDÁS KÜLÖNLEGES ESETE SPECIAL CASE OF GEAR MESHING

Péter József Ph.D.

Drágár Zsuzsa tanársegéd

Miskolci Egyetem Gép- és terméktervezési Tanszék

Abstract. The team-mates of the Department of Machine Elements and Product Design, University of Miskolc have been working on epicyclic gear drives for decades therefore one of the variants of the epicyclic gear drive got into the group of analysed and tested gear drives. The important parts of the research work are the following: determination of geometric data of the parts of the drive, revealing of phenomenon disturbing the proper operation, kinematic analyses, survey of the influence of load, production of test drive, laboratory tests and development of drives for industrial production.

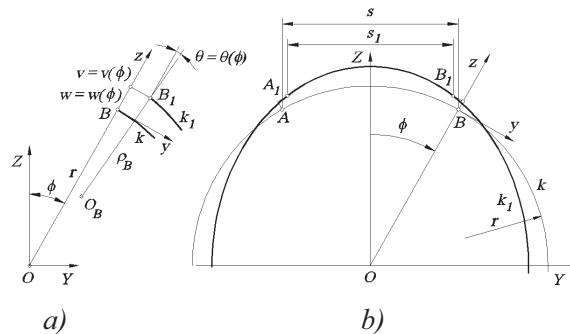
1. BEVEZETÉS

A fogaskerék-bolygómű a Miskolci Egyetem Gép- és Terméktervezési Tanszéke (korábban Gépelemek Tanszék) alapítása óta kutatott terület. A fogaskerék-bolygómű egyik változata, a fogaskerék-hullámhajtómű az 1970-

es évek közepétől tartozik a vizsgált gépelemek közé. A fogaskerék-hullámhajtóművel (továbbiakban hullámhajtóművel) foglalkozó kutatások része a hajlékony-merev fogaskerékpár kapcsolódásának vizsgálata.

2. A HULLÁMHAJTÓMŰ

Jóllehet a testek terhelése és a terhelés hatására bekövetkező rugalmas alakváltozás kapcsolata Robert Hooke 1675-ben megjelent tanulmánya óta széles körben ismert, mégis kevés olyan gépelem van, amely működése a testek rugalmas alakváltozásán alapszik. A kivételek közé tartozik a hullámhajtómű és annak egyik változata, a fogaskerék-hullámhajtómű [1]. A klasszikus fogaskerék-hajtómű megbízható működése a keréktest merevségén, a fogaskerék-hullámhajtóműé az egyik vagy mindkét keréktest rugalmas alakváltozásán nyugszik.



1. ábra. Ívhajlítás. a) A tetszőleges pont elmozdulása, b) a középvonal alakváltozása

Az 1. ábrán látható állandó keresztmetszetű síkgörbe rúd k középvonala egy r_0 sugarú körív. Terhelés hatására a rúd k középvonala a k_1 vonalba megy át. A középvonal pontjai érintő irányban és sugár irányban elmozdulnak; $w = w(\varphi)$, $v(\varphi) = -\int w(\varphi) d\varphi$, a normális elfordulása, $g(\varphi) = \frac{1}{r_0} \left(v - \frac{dw}{d\varphi} \right)$, a középvonal

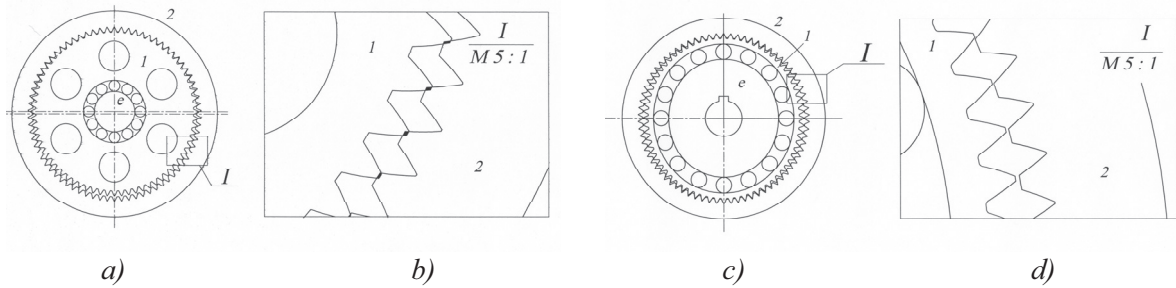
görbülete, $\kappa(\varphi) = \frac{1}{\rho(\varphi)} = -\frac{1}{r_0^2} \left(\frac{d^2 w}{d\varphi^2} + w \right)$. A húr

hosszváltozása $s_1 - s = f(\rho(\varphi), r_0)$.

A 2.a) ábrán egy b típusú fogaskerék-bolygómű, a b) ábrán változata, a fogaskerék-hullámhajtómű látható. A fogaskerék-hullámhajtómű l külső fogazatú kerékét az e generátor oválisra deformálja, a fogaskerék kapcsolódás lehetséges ívén görbületi sugara csökken $\rho(\varphi) < r$, a fogfejek között a

húrhossz kisebb lesz, $s > s_1$, a fogak nem akadnak, amint a 2.d) ábra mutatja.

A fogaskerékpárt az e excenter/generátor hozza kapcsolatba. A hajtómű elemek házhöz viszonyított



2. ábra. a) és b) b típusú fogaskerék-bolygómű, c) és d) fogaskerék-hullámhajtómű

Ha az 1 kerék hajtja a 2 kereket ($1 \rightarrow 2$), az excenterhez viszonyított szögsebességek hányadosa, az áttétel $i_{12} = \frac{\omega_1 - \omega_e}{\omega_2 - \omega_e} = \frac{z_2}{z_1}$. Az áttétel $\omega_2 = 0$ és $e \rightarrow 1$

esetben $i_{e1} = \frac{\omega_e}{\omega_1} = -\frac{z_1}{z_2 - z_1}$. A b típusú

fogaskerék-bolygómű áttételét a z_1 fogszámmal arányos méretek növekedése és a kis fogszám különbséggel együtt járó fogakadás (2.b) ábra) korlátozza. A kéthullámú fogaskerék-hullámhajtóműben a fogszám különbség $z_2 - z_1 = 2$ -ig csökkenthető.

3. A FOGAZÁS

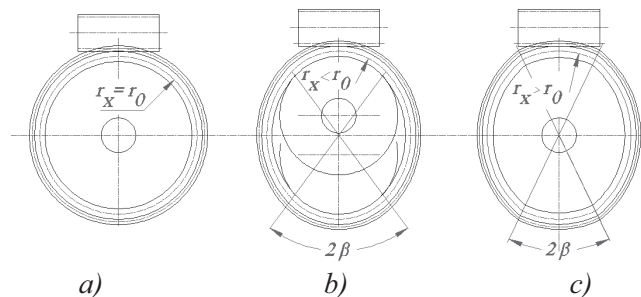
A hullámkerék fogai forgácsolással vagy képlékeny hidegalakítással, lefejtéssel vagy profilozással készülnek. A hullámkerék fogazásánál a nagy fogszámmra $z_1 = 100 \dots 800$, a kis fogszám különbségre $z_2 - z_1 = 2$, a kis modulra

szögsebessége ω_1 , ω_2 és ω_e . A fogaskerékpár excenterhez viszonyított $\omega_{1e} = \omega_1 - \omega_e$ és $\omega_{2g} = \omega_2 - \omega_g$ szögsebességének arányát a z_1 és z_2 fogszámok határozzák meg.

$m = 0,1 \dots 1,0 \text{ mm}$, és a keréktest hajlékonyságára figyelemmel kell lenni.

Ha feltételezzük, hogy a hullámkerék hossz tengelyére merőleges metszetben a hullámkeréket helyettesítő h_0 vastagságú gyűrű r_0 sugarú középvonalának hosszváltozása a fogazás közben elhanyagolhatóan kicsi, a fogprofil egy $z_{1x} = r_x \frac{z_1}{r_0}$ fogszámú virtuális

kerékhez tartozik. A hullámkerék fogazható a) normális hengeres fogaskerékként, belsejében a furatnak megfelelő támasztó tuskéval. A fogprofilok egy z_1 fogszámú hengeres kerékhez tartoznak. Pl.: $z_1 = 190$, $d_{a1} = 201,4 \text{ mm}$, $d_{f1} = 196,93 \text{ mm}$, $D = 191,5 \text{ mm}$, $r_0 = 97,1 \text{ mm}$ [2,3].



3. ábra. A hullámkerék fogazása. a) Hengeres fogaskerékként, b) és c) deformált állapotban fogazva

b) A hullámkerék a generátor nagytengelyén hossz tengelyére merőleges metszetben oly módon és mértékben van deformálva, mint a hajtóműben. A görbületi sugár $r_x = r_0 + w_0 - e$,

ahol w_0 a kerék radiális elmozdulása a generátor nagytengelyén, e az excentricitás. A fogprofil egy $z_{1x} < z_1$ fogszámú keréké. Pl.: $z_1 = 190$,

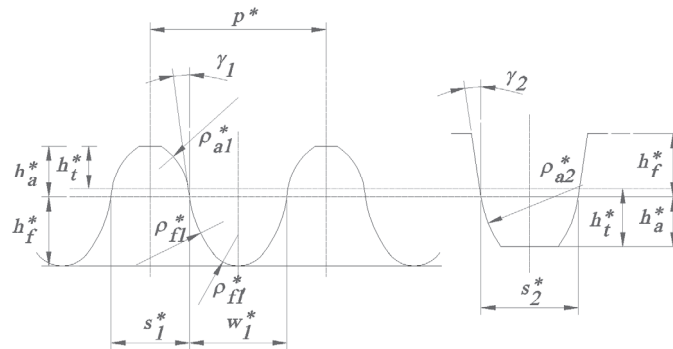
$d_{a1}=201,4\text{mm}$, $d_{f1}=196,93\text{mm}$, $D=191,5\text{mm}$,
 $r_0=97,1\text{mm}$, $r_x=94,4\text{mm}$, $z_x=185$ [].

c) A hullámkerék a generátor nagytengelyén hossz tengelyére merőleges metszetben nagyobb görbületűre van deformálva, mint a hajtóműben. A görbületi sugár $r_{xm} < r_x$, a fogprofil egy $z_{1xm} < z_{1x}$ fogszerű keréké. A módosítás célja a profilkapcsolódás, a görbület növelésének korlátja a hullámkerék maradé alakváltozása.

d) A hullámkerék a generátor nagytengelyén hossz tengelyére merőleges metszetben állandó görbületűre van deformálva. A görbületi sugár $r_{xm} > r_x$, a fogprofil egy $z_1 = z_2$ fogszerű keréké. A módosítás célja a két kerék tengelykapcsolóhoz hasonló kapcsolódása.

4. A FOGPROFIL

A fogprofil evolvens, egyenes, vagy körívekből összetett. Az evolvens fogprofil előnye, hogy a fogazótechnika az evolvens előállításán



4. ábra. Módosított körív fogprofil [4]

c) A körívekből összetett (a továbbiakban körív) fogprofil alkalmazásának célja a profilkapcsolódás feltételeinek megteremtése. Körív profil esetén a belső fogazatú kerék fogprofilja a kapcsolódás lehetséges szakaszán részben 3. ábra [4], vagy egészben domború [8], az utóbbi esetben a fogoldal és a fogtő S betűhöz hasonló alakot formál, innen ered az S profil elnevezés [8]. A fogprofilok oly módon vannak kialakítva, hogy a hullámkerék gyűrűkerékhez viszonyított elmozdulása közben

5. A HULLÁMKERÉK MODELL

A hullámkeréket a modellalkotáshoz gondolatban keréktestre és fogazatra bontjuk.

5.1. A hullámkerék-test modell

A hullámkerék külső fogait hajlékony keréktest hordozza. A hullámkerék a generátor bebújtatása előtt külső fogazatú

alapszik, és a legtöbb helyen rendelkezésre áll a gép, a szerszám és a szak tudás.

a) Evolvens fogprofil esetén egzakt kapcsolódás elvileg lehetséges, valójában a nagy profileltolás miatt – a hullámkerék profileltolástényezője 3...4 – a fogpárok a főponton túl élszerűen kapcsolódnak [2,3].

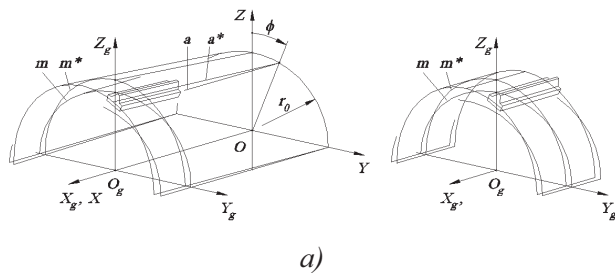
b) Egyenes fogprofil esetén egzakt kapcsolódás nem lehetséges. Az élkapcsolódás mindkét esetben a fogfejék környezetében a fogoldalakon történik, amint azt a laboratóriumi vizsgálat mutatja [2,3]. A nem konjugált fogprofilokkal úgy lehet egzakt kapcsolódáshoz közeli állapotot elérni, hogy a kapcsolódást a fogmagasságok csökkentésével arra a szakaszra korlátozzuk, ahol a hullámkerék foga a gyűrűkerékhez viszonyított elmozdulása közben a gyűrűkerék fogoldalával közel párhuzamosan mozog.

a kapcsolódás lehetséges szakaszán csak a fogoldalak érintkeznek. A hullámkerék és a gyűrűkerék alaprofilja eltérő, a hossz méretek a modul függvényében vannak megadva. A hullámkerék fogprofil jellemző méretei: $h_a^*=0,9$, $h_f^*=1,212$, $h_t^*=0,76$, $\rho_{a1}^*=1,08021$, $\rho_f^*=2,0528$, $\rho_f \cdot^*=0,55$, $\gamma_1=7^\circ 30' 30''$, a gyűrűkerék fogprofil jellemző méretei $h_a^*=0,9$, $h_f^*=1,212$, $h_t^*=0,966$, $\rho_{a2}^*=2,0528$, $\rho_f^*=2,0528$, $\gamma_1=8^\circ 24'$ [4].

fogaskoszorúból és a hozzá tartozó palástból álló forgástest.

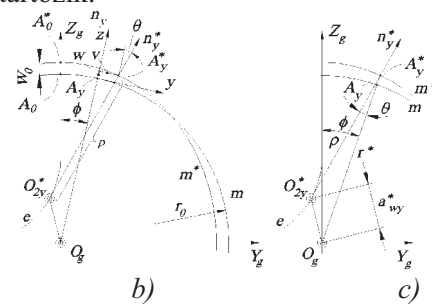
a) A keréktest vékony falú cső, M középfelülete egyenes alkotójú, r_0 sugarú és L hosszúságú körhenger.

- b) A generátor az Y_g, Z_g síkban hat a hajlékony kerékre. A generátor középpontja az O_g pont.



a)

- c) Az m középfelület tetszőleges a alkotójához a generátor Z_g nagytengelyétől számított φ koordináta tartozik.



b)

c)

5. ábra. a) A hullámkerék középfelülete és deformált középfelülete. b) és c) A hullámkerék középvonala és deformált középvonala

- d) A generátor hatására az M középfelület az M^* deformált középfelületbe, az a alkotó

az a^* alkotóba megy át.

- e) A hajlékony keréktestről feltételezzük, hogy alakváltozása közben a deformált középfelület megnyúlása valamint alkotóinak az egyenestől való eltérése elhanyagolhatóan kicsi.

- f) A generátor síkja az M középfelületből az m középvonalat, az M^* deformált középfelületből az m^* vonalat metszi ki.

- g) A generátor hatására az m középvonal A_0 pontja az A_0^* pontba kerül. A w_0 elmozdulást a generátor határozza meg.

- h) Az m középvonal tetszőleges A_y pontja a deformált középvonal A_y^* pontja. Az A_y pont sugárirányú elmozdulása $w = w(\varphi)$, érintőirányú elmozdulása $v = v(\varphi)$.

- i) A $v = v(\varphi)$ érintő irányú elmozdulás az $r_0 + w(\varphi)$ sugárhoz viszonyítva két nagyságrenddel kisebb, ezért az $O_g A_y^*$ sugár hossza jó közelítéssel $r^* = r_0 + w(\varphi)$.

- j) A m középvonal n_y normálisa a deformált középvonal n_y^* normálisa. A normális elfordulása $\mathcal{G} = \mathcal{G}(\varphi)$.

- k) A középvonal r_0 sugarú kör, a deformált középvonal $\rho = \rho(\varphi)$ görbületes sugarú vonal. A deformált középvonal tetszőleges

A_y^* pontjához tartozó görbületes körének középpontja a e evolútán az O_{2y}^* pont.

5.2. A hullámfogazat modell

- a) A hajlékony kereket hengeres kerékként fogazzuk, fogazás közben a hajlékony keréktestet belülről megtámasztjuk.

- b) A fogazat egyenes, a fogak a keréktest egyenes alkotó irányában helyezkednek el. Feltételezzük, hogy a fogak a deformált keréktesten is alkotóirányúak maradnak.

- c) Az Y_g, Z_g síkban a fog szimmetriatengelye az m középvonal normálisa, feltételezzük, hogy a fog szimmetriatengelye a deformált m^* vonalnak is normálisa.

- d) A fogprofil körevolvens. A fog O_{2y} középpontjának (az r_{b2} sugarú alapkör középpontjának) a középvonal A_y pontjától mért távolsága r_0 .

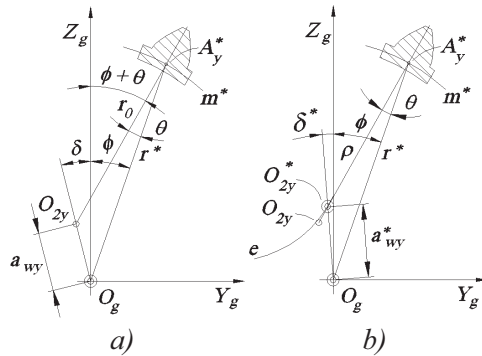
- e) Az $O_g O_{2y}$ sugár hossza $a_{wy} = a_{wy}(\varphi)$, a sugárhoz tartozó szögkoordináta $\delta = \delta(\varphi)$.

- f) A hullámkereket a generátorhoz viszonyítva forgatva a vizsgált fog pillanatnyi forgáspontja az O_{2y}^* pont. Az O_{2y}^* pillanatnyi forgáspontnak az A_y^* ponttól mért távolsága $\rho = \rho(\varphi)$.

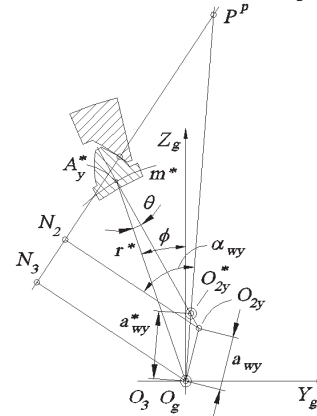
- g) Az $O_g O_{2y}^*$ sugár hossza $a_{wy}^* = a_{wy}^*(\varphi)$, a sugárhoz tartozó szögkoordináta $\delta^* = \delta^*(\varphi)$.

- h) A hullámkerék fogairól feltételezzük, hogy a keréktest alakváltozása közben működő

szakaszuk alakváltozása elhanyagolhatóan kicsi, ezért merevnek tekintjük.



6. ábra. O_{2y} a középpont, O_{2y}^* az evolútán a fog pillanatnyi forgáspont



7. ábra. A hullámkerék és a gyűrűkerék kapcsolódása

6. A FOGASKERÉKPÁR KAPCSOLÓDÁSA

A vizsgálatokat a hagyományos fogaskerék-hajtások analógiájára a generátorhoz rögzített, vagy a gyűrűkerékhez kötött vonatkozási rendszerben végezzük. Az első esetben a merev kerék pontjai kör pályán, a hullámkerék pontjai a generátor és a külső terhelés hatására kialakuló elliptikus pályán mozognak. A gyűrűkerékhez rögzített vonatkozási rendszerben a közel azonos alakú és egymáshoz közel fekvő fogfelületek egymásra hatását és/vagy a közöttük lévő hézagot tanulmányozzuk.

6.1. A generátorhoz rögzített vonatkozási rendszerben végzett vizsgálat

Térjünk vissza az 1. ábrához és az e jelű karhoz illetve a g generátorhoz viszonyítva képzeletben forgassuk el a fogaskerékpárt. A bolygókerék fogai a karhoz viszonyítva kör pályán, a hullámkerék fogai generátorhoz viszonyítva elliptikus pályán mozognak. A hullámkerék fogai a két hullámcsúcson kapcsolódnak; a szimmetrikus kialakításra tekintettel csak az egyiket vizsgáljuk.

Általános esetben a fogpárok kapcsolódása egy belső fogazatú és egy külső fogazatú kerék kapcsolódására vezethető vissza. A fogaskerékek tengelyei kitérőek, a tengelyszög és a tengelytáv a fogpár generátorhoz viszonyított elfordulása függvényében változik [1-5].

Amennyiben a hajlékony kerék fogai a kerék tengelyével párhuzamosak, vagy a fogak ferdeségét kicsinységükre tekintettel

elhanyagolhatóan vesszük, a fogpár kapcsolódása egy változó tengelytávú és változó kinematikai áttételű fogaskerékpár kapcsolódására vezethető vissza. A pillanatnyi tengelytáv az O_3 forgáspont és középpont valamint a O_2^P pillanatnyi forgáspont távolsága. A kapcsolódás pillanatnyi pólusa P^P . A fogpár pillanatnyi kinematikai áttétele $i_{23}^g = P^P O_3 / P^P O_2^P$. Az O_2^P pillanatnyi forgáspontnak a deformált középvonal A' pontjához viszonyított helyét a fog f_2 szimmetriatengelyén a ρ görbületi sugar határozza meg.

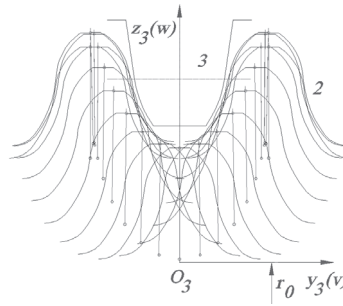
6.2. A gyűrűkerékhez rögzített vonatkozási rendszerben végzett vizsgálat

A munka során a hullámkerék fogát a gyűrűkerék fogához viszonyítva merev testként mozgatjuk (5. fejezet). A vizsgált fognak a generátor nagytengelyéhez viszonyított helyét a φ koordináta mutatja. A generátor hullámkerékhez viszonyított elfordulása közben a gyűrűkerék hullámkerékhez viszonyított

elfordulása $\varphi_3 = \frac{\pi - \varphi}{i_{g3}}$, ahol $g \rightarrow 3$ esetben az

áttétel $i_{g3} = \frac{z_3}{z_3 - z_2}$. A fogak helyét

szimmetriatengelyük és az r_{a2} , r_{a3} sugarú fejkörök (fejpontok) valamint az r_{f2} és r_{f3} sugarú lábkörök metszéspontjai (lábpont) segítségével határozzuk meg.



8. ábra. A hullámkerék körprofilú fogának a gyűrűkerék fogához viszonyított elmozdulása

A gyűrűkerék fej- és lábpontjának koordinátái

$$\begin{aligned} w_{a3} &= r_{a3} - r_0, & v_{a3} &= 0, \\ w_{f3} &= r_{f3} - r_0, & v_{f3} &= 0. \end{aligned}$$

A hullámkerék fej- és lábpontjának koordinátái

$$\begin{aligned} w_{a2} &= (w + r_{a2}) \cos \varphi_3 - r_0, \\ v_{a2} &= v + (r_{a2} - r_0) \theta - (r_{a2} + w) \varphi_3, \\ w_{f2} &= (w + r_{f2}) \cos \varphi_3 - r_0, \\ v_{f2} &= v + (r_{f2} - r_0) \theta - (r_{f2} + w) \varphi_3. \end{aligned}$$

Az összefüggésekben a $w = w(\varphi)$ és $v = v(\varphi)$ elmozdulás valamint a $\vartheta = \vartheta(\varphi)$ elfordulás a generátor konstrukció függvénye. A 8. ábrán látható esetben a generátor tárcsás, az összefüggések a [2, 5] munkákban megtalálhatók. A hullámkerék és a gyűrűkerék fogát a 4. ábra mutatja, a hullámkerék fogának a gyűrűkerék fogához viszonyított mozgása a 8. ábrán látható. A modul $m=1 \text{ mm}$, generátor nagytengelyén a hullámkerék sugárirányú elmozdulása, a hullám csúcsán a hullámkerék $2\beta = 69^\circ$ -os szöghöz tartozó íven simul a tárcsához, ahol a deformált középvonal görbületi sugara $r_x = 94,4 \text{ mm}$.

7. Összefoglalás

A cikkben a szerzők a fogaskerék kapcsolódás különleges esetével, a hullámkapcsolódással foglalkoztak. Összefoglalták a hullámzó keréktest a fogazat és a hullámkapcsolódás jellemzőit. A cikk célja a rugalmasan alakváltozó módosított profilú fogaskerék kapcsolódás és a kutatás irányának bemutatása.

Felhasznált irodalom

- [1] Musser C.W.: Elastic-Body Mechanics. Machine Design. 1961. No. 6. 150-156 p.
- [2] Péter József: Fogazott hullámhajtómű kapcsolódásának vizsgálata. A Miskolci Műszaki Egyetem Gépészmérnöki Karán elfogadott egyetemi doktori értekezés. 1981. 174 p.
- [3] Péter József: Fogaskerék-hullámhajtómű és tengelykapcsoló kapcsolódásának vizsgálata. A MTA Tudományos Minősítő Bizottsága által elfogadott kandidátusi értekezés. 1992. 111 p.
- [4] Romasin V. N.: Módosított profilú hullámhajtómű vizsgálata. Kandidátusi értekezés. MVTU. Moszkva, 1975.
- [5] Suvalov Sz. A., Volkov A. D.: A hullámhajtómű hajlékony fogaskereke két tárcsával deformálva, Izv. Vuz. Mas, 1971, No. 10, 44-49 p.
- [6] US2906143 (szabadalom).
- [7] US2931248 (szabadalom).
- [8] Harmonic Drive Systems GmbH.(Katalógus)

A bemutatott kutató munka a TAMOP-4.2.1.B-10/2/KONV-2010-0001 jelű projekt részeként az Európai Unió támogatásával, az Európai Szociális Alap társfinanszírozásával valósul meg. This research was carried out as part of the TAMOP-4.2.1.B-10/2/KONV-2010-0001 project with support by the European Union, co financed by the European Social Fund