

ZAHNFEDERSTEIFIGKEITS- UND VERFORMUNGSBERECHNUNG BEI EVOLVENTISCH-AUSSENVERZAHNTEN, ZYLINDRISCHEN ZAHNRADPAAREN

EVOLVENS, KÜLSŐ FOGAZATÚ, HENGERES FOGASKERÉKPÁROK KAPCSOLÓDÁSI MEREVSÉGÉNEK ÉS DEFORMÁCIÓJÁNAK MEGHATÁROZÁSA

*Debreczeni Dániel MSc, PhD Student, Institut für Maschinen- und
Produktplanung an Universität Miskolc,
Dr. Kamondi László PhD, Institut für Maschinen- und Produktplanung
an Universität Miskolc*

INHALT

In diesem Artikel wird die Möglichkeiten der Zahnfedersteifigkeits- und Verformungsberechnung bei evolventisch-aussenverzahnten, zylindrischen Zahnradpaaren durchgeschaut. Der Artikel bietet einen Einblick in die analytische Methoden und in die problematischen Bereichen erörtert.

Für die weitere Verfeinerung der analytischen Ergebnissen wird die Aufmerksamkeit auf die FE Analysen gemacht. Hier wird ohne Anspruch auf Vollständigkeit auf manche Aspekte zu dieser Untersuchungen hingewiesen.

Das Ziel des Artikels ist die Vorstellung der Komplexität der ausführlichen Definition des Zahnfedersteifigkeits- und Verformungsverlauf. Diese Analysen sind zu der genauen Verzahnungsauslegung unverzichtbar, da die Bestimmung der weiteren Kontakteigenschaften, z.B. der Hertzsche Pressung oder Drehwegfehler, aufgrund dieser Parameter möglich ist.

1. EINFÜHRUNG

Die je genauere Bestimmung der Eingriffseigenschaften und damit je feinere Auslegung der Verzahnungsgeometrie ist eine kontinuierliche Anforderung in der modernen Fahrzeugsindustrie. Hier muss aber beachtet werden, dass die Verzahnungskontakt nur eine Teile des Systems ist, deshalb hängt die zielführende Genauigkeit der Untersuchung der Kontakteigenschaften von der Verfeinerung der späteren Systemanalysen. Eine weitere Aspekte ist die vorhandene Zeit, weil es oft die durchführbare Methoden einschränkt.

Zu der Bestimmung sind sowohl analytischen als auch FE Methoden verfügbar. In den nächsten wird darauf hingewiesen, dass die Anwendung der einzelnen Formeln in welchen Fällen zielführend oder nicht möglich ist.

Die typische Verläufe der Gesamt- und Teilverformungen bei analytischer Kontaktanalyse wird durch die Ergebnisse von Petersen

vorge stellt. Für die Betrachtung der Potentialen der FE Analyse wird die Untersuchungen von Wanderer genutzt. Durch diese Beispiele ist die Wichtigkeit der zielführenden Auswahl der zu den Erwartungen entsprechenden Methode gut sichtbar.

Die nächsten Abschnitte werden einen Einblick in dieser Thematik ermöglichen. Bei der Formulierung der Feststellungen wird kein Anspruch auf Vollständigkeit erhoben.

2. ANALYTISCHE BERECHNUNG DES EINZELSTEIFIGKEITS UND FEDERSTEIFIGKEITSVERLAUFS

Ein kritischster Aspekt der optimierten Verzahnungsauslegung ist die je genaue Bestimmung der Kontaktsteifigkeiten. Hier kann normalerweise zwei Weg gewählt werden. Das Erste ist die analytische Methoden, das Zweite die FE Analyse. In diesem Kapitel werden ohne Anspruch auf Vollständigkeit die analytische Berechnungsmodellen durchgeschaut.

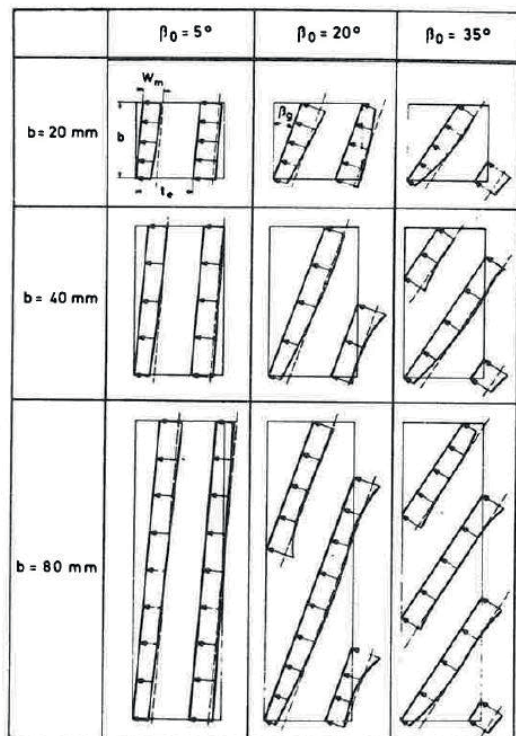
In der Praxis am meisten genutzte Formeln liegen in den ISO 6336 und DIN 3990 Standarten. Diese Gleichungen sind für die Bestimmung der maximalen Steifigkeitswerte anwendbar. Dieses Maximum tritt normalerweise in der Nähe des 'C' Kontaktpunkts auf.

Ziegler [10] hat aus Rechnungen und Messungen solche Näherungsformeln entwickelt, welche für die Bestimmung der minimalen und maximalen Federsteifigkeiten des Kontakts nutzbar sind. Die Formeln nach Ziegler gelten nur für Stahl als Werkstoff und der Wertebereich von mehreren Parameter ist eingeschränkt. Zum Beispiel muss die Porfilverschiebung des Rades kleiner sein als dieser Wert des Ritzels und das Zähnezahlnverhältnis darf nicht kleiner als 1 sein. Ziegler hat den Einzelsteifigkeitsverlauf mit einer Parabel 2. Ordnung dargestellt und durch einfache Addition im Doppelingriffsbereich die Zahnfedersteifigkeit hergestellt. Linke hat später auf die Notwendigkeit der Ergänzung des

Modells mit der Überdeckungsänderung unter Last Aufmerksam gemacht.

Der größte Vorteil der bisherigen Methoden ist die einfache Handhabung der Formeln. Aber für die Bestimmung der Kontaktsteifigkeiten in einem beliebigen Kontaktposition sind anedere, komplexere Methoden auch verfügbar. Diese Berechnungen geben die Basis der analytischen Kontaktanalyse. Die meistens genutzte Methode ist die Berechnungsmodell von Weber und Banaschek [9]. In diesem Fall ist die Verformung des Zahnradpars auf die Verformung der Radkörper mit starren Zähne, die Formänderung der Zähne und die Deformation durch Hertzsche Pressung verteilt. Die Formeln sind in ebener Verzerrungszustand definiert.

Lutz [5] hat mit der Verwendung der Formeln von Weber und Banaschek eine eigene Methode entwickelt, die zu der Verformungsberechnung der asymmetrischen Schneckenradzähne anwendbar ist. Die Formeln nach Lutz sind in ebener Verzerrungszustand definiert. Er hat auch die Berechnungsmodell der Radkörper-verformung so ergänzt, dass die Berücksichtigung beliebiger Querkontraktionszahl schon möglich ist. Lutz hat die Hertzsche-Verformung vernachlässigt.



1. Bild: Zahnkraftverlauf längs Berührlinien [7]
 Verzahnungsdaten: $z_1 = z_2 = 20$, $m_n = 5$, $x_1 = x_2 = 0$,
 $\alpha_n = 20^\circ$

Kagawa [3] hat die Verformungsberechnung eines eingespannten Plattenträger an einem Ersatzbalken in dem Fall der endlichen Erstreckung beschrieben. In dem Modell von Kagawa ist der Plattenträger längs seiner freien Kante belastet. Er hat durch das Verhältnis der Verformung in einem beliebigen Stelle und der Kraft in einem beliebigen Stelle des Trägers eine Einflußfunktion definiert.

Die Überführung der Einflußfunktion des Plattenträgertheorie in das Modell von Weber und Banaschek ist von Schmidt [7] ausgearbeitet. Die Kombination gibt eine gute Möglichkeit für Berechnung der Lastverteilung längs der Berührlinien und der mittleren Lastaufnahme eines Zahnes in einer beliebigen Eingriffsstellung.

Ein kritischer Punkt der analytischen Methoden ist, dass die genauere Berücksichtigung der Wechselwirkung zwischen in den Kontakt liegenden Zähne nicht möglich ist. Ein gutes Beispiel ist darauf die Steifigkeitsverlauf bei Lastübernahme eines neues Zahnpaares oder die Addition der Einzelsteifigkeitswerte in Doppeleingriffsbereich. Für die tiefere Analyse dieser Effekte geben eine gute Möglichkeit der FE Methoden.

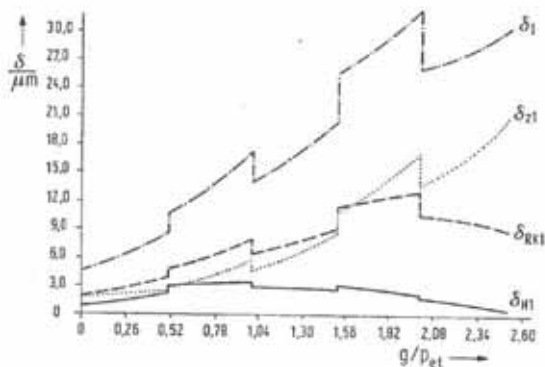
3. ANALYTISCHE VERFORMUNGSBERECHNUNG BEI HOCH ÜBERDECKENDEN STIRNRADPAARUNGEN

Wegen der schnelleren Variationsberechnung sind die analytische Methoden als Grundverfahren zur Verzahnungsauslegung weitgehend genutzt. Die Auswirkung der Lastverteilung auf die Verformung und die Zahnfußträgfähigkeit von hoch Überdeckenden Stirnradpaarungen hat Petersen [6] ausführlich zusammengefasst.

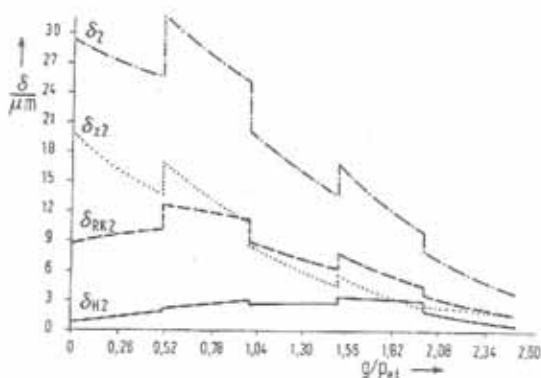
Er hat aufgrund der analytischen Verformungsberechnungen einen Federmodell entwickelt. In diesem Modell kann die Gesamtverformung durch eine lineare Funktion der Zahnnormalkraft nicht berechnet sein, deshalb hat Petersen zur Lösung eine Taylor-Reihen-Entwicklung durchgeführt.

Die Bilde zeigen in dem Modell von Petersen die typische Verläufe der Gesamt- und Teilverformungen in Kontakt bei der hoch überdeckenden Strinradpaarungen. Der Index 1 bezeichnet das Ritzel und der Index 2 bezeichnet das Rad. Das 'sigma-Z' zeigt die Verformung von Zahn, 'sigma-RK' bedeutet die Verformung des Radkörpers und 'sigma-H' markiert die Hertzsche-Abplattung.

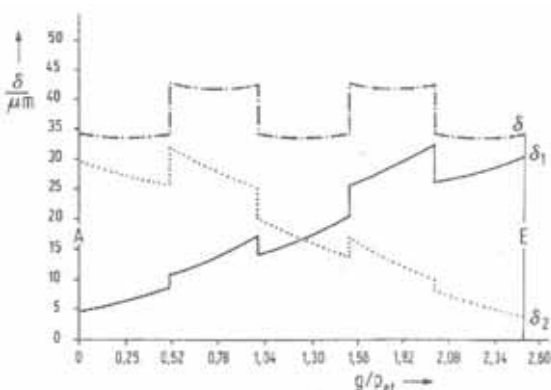
Diese Verläufe kann durch FE-Methoden mit der Berücksichtigung der Wechselwirkung verfeinert werden. Aber diese Optimierungen bedeuten schon deutlich größeren Arbeits- und Zeitaufwand, der in den Praxis oft nicht möglich ist.



2. Bild: Verläufe der Gesamt- und Teilverformungen des Ritzels [6]



3. Bild: Verläufe der Gesamt- und Teilverformungen des Rades [6]



4. Bild: Verläufe der Gesamt- und Teilverformungen des Zahnradpaares [6]

4. FEM BERECHNUNG DES EINZELSTEIFIGKEITS UND FEDERSTEIFIGKEITSVERLAUFS

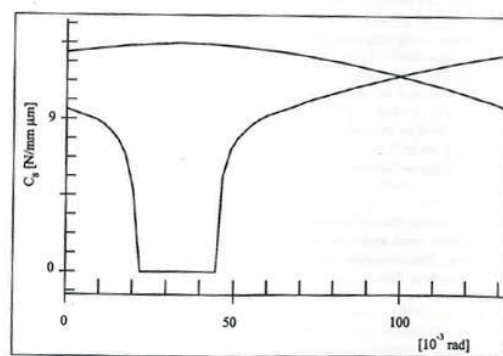
Bei FE Analyse der Verzahnungen ist ein kritischer Punkt die je genauere, und besser

durchsichtbare Modellierung der Zahngeometrie. Für dieses Vorhaben ist die Nutzung solcher Programme sehr wichtig, mit den ist die Geometrie aufgrund der Werkzeuggeometrie und Einstellungen der Fertigungstechnologie generierbar.

Die FE Analyse sind abhängig von der Untersuchungen sowohl durch 2-dimensionale als auch durch 3-dimensionale Modellen ausführbar. Zum Beispiel der Einfluss des Zahnprofils auf die Kontaktsteifigkeiten ist mit den 2-dimensionalen Modellen gut untersuchbar, aber zur Analyse des Drehwegfehlers ist nur die 3-dimensionale Geometrie anwendbar.

Weitere wichtige Punkt ist in der Berechnung berücksichtige Zähnezahl. Ein gutes Beispiel ist die Analyse in den Zahnfuß des Nachbarzahns wirkenden Druckspannung. Als allgemeine Empfehlung ist nutzbar, dass die berücksichtigte Zähnezahl so definiert ist, dass in allem untersuchten Eingriffsposition in beiden Seiten minimum 1 nicht belasteter Nachbarzahn liegt.

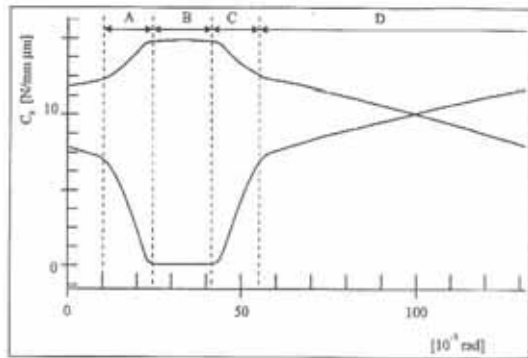
Mit dem früher schon erwähnte Einfluß auf die Zahnfedersteifigkeit von der Wechselwirkung hat Wanderer [8] sich ausführlich beschäftigt. Er hat als Beispiel-Verzahnung eine gerade Verzahnung mit 1.6 Profilüberdeckung ausgewählt. Er hat die Wechselwirkung durch Nebeneinflußzahlen berücksichtigt. Die aus der FE-Rechnung erhaltenen Verformungsdaten sind auf die Wirkunglinie projiziert.



5. Bild: Einzelsteifigkeitsverlauf ohne Berücksichtigung der Wechselwirkung [8]

Er hat bestimmt, dass dieser Verzahnung die maximale Zahnfedersteifigkeit deutlich geringer als der anfache Additionswert der Einzelsteifigkeiten ist. Das Verhältnis in seinem Berechnung zwischen Minimal und Maximalwert liegt in der Nähe von 1,3. Dieser Wert

müsste aufgrund analytischer Berechnungen in der Nähe von 2 sein.



6. Bild: Einzelsteifigkeitsverlauf mit Berücksichtigung der Wechselwirkung [8]

Die Bilde zeigen die Ergebnisse von Petersen in Bestimmung der Einzelsteifigkeitsverlauf. Mit ohne Berücksichtigung der Nebeneinflüßzahlen hat er sehr ähnlicher Verlauf zur Berechnung nach Ziegler bekommen. In Gegensatz zeigt die Berechnung mit der Berücksichtigung der Nebeneinflüßzahlen bei der Lastübernahme des neuen Zahnpaars eine Steifigkeitsverkleinerung des bereits in Kontakt befindlichen Zahnpaars. Die Hintergrund des Effekts ist die Wechselwirkung zwischen den in Eingriff liegenden Zahnpaaren, infolge der zeigt das entlastete Zahnpaar nahezu gleiche Verformung bei weniger Kraftübertragung.

8. ZUSAMMENFASSUNG

In den vorherigen Abschnitten wurden die Berechnung der Zahnfedersteifigkeit und Verformung der evolventisch-aussenverzahnten, zylindrischen Zahnradpaaren präsentiert. Außerhalb der Übersicht der wichtigsten analytischen Methoden war die Verformungsverlauf durch das analytischen Berechnungsmodell nach Petresen erörtert.

Nach der Vorstellung der analytischen Möglichkeiten wurde das Potential der FE Analysen aufgewiesen. Hier war für die Feststellung die Arbeit zu Grunde gelegt.

Die FE Berchnungen hat normalerweise deutlich größeren Zeitaufwand, der in der Praxis oft nicht möglich ist. Die Vorschätzung des Einfluß der Wechselwirkung ist auf die Zahnfedersteifigkeits- und Verformungsverlauf ist sehr schwierig, deshalb gibt die Untersuchung der Abhängigkeit von verschiedenen Geometrien viele Möglichkeit. Die Analyse dieser Auswirkungen ist ein wichtiges Thema meiner künftigen Forschungen.

“The described article/presentation/study was carried out as part of the EFOP-3.6.1-16-2016-00011 “Younger and Renewing University – Innovative Knowledge City – institutional development of the University of Miskolc aiming at intelligent specialisation” project implemented in the framework of the Szechenyi 2020 program. The realization of this project is supported by the European Union, co-financed by the European Social Fund.”

LITERATUR

- [1] DIN3990-1 Tragfähigkeitsberechnung von Strinrädern - Einführung und allgemeine Einflußfaktoren, 1987.12.
- [2] ISO 6336-1 Calculation of load capacity of spur and helical gears - Basic principles, introduction and general influence factors, 2006.09.
- [3] Kagawa, T.: Deflection and Moments Due to a Concentrate Edgeloal on an Cantilever Plate of Finite Length, 11th Japan National Congress for Appl. Mech., 1961
- [4] Kamondi, L.: Eine Möglichkeit für die Reduzierung bei dem Kontakt der zylindrischen Zahnräder, OGÉT 2003 XI. Internationales Treffen von Maschinenbauingenieuren, Kolozsvár, 8-11.05.2003. S: 129-132.
- [5] Lutz, M.: Methoden zur rechnerischen Ermittlung und Optimierung von Tragbildern an Schneckengetrieben, Dissertation, TU München, 2000
- [6] Petersen, D.: Auswirkung der Lastverteilung auf die Zahnfußtragfähigkeit von hoch überdeckenden Stirnradpaarungen. Braunschweig: Institut für Konstruktionslehre, Maschinen- und Feinwerkelemente, Technische Universität Braunschweig, 1989
- [7] Schmidt, G.: Berechnung der Wälzpressung schrägverzahnter Stirnräder unter Berücksichtigung der Lastverteilung, TU München, Diss., 1973
- [8] Wanderer G.: Zahnfedersteifigkeit aus FE-ermittelten Einflußzahlen, TU München, Diss., 1994
- [9] Weber, C.; Banaschek, K.: Formänderung und Profilrücknahme bei gerad- und schrägverzahnten Rädern; Schriftenreihe Antriebstechnik 11, 2. Auflage, Braunschweig, 1955
- [10] Ziegler, H.: Gesamt-Zahnfedersteifigkeit und Lastverteilung schrägverzahnter Stirnräder, TH Aachen, Diss., 1971