

TÁVVEZETÉK-TORONY OPTIMÁLÁSA EVOLÚCIÓS ÉS VEM TECHNIKÁVAL

OPTIMIZATION OF TRANSMISSION LINE TOWER WITH EVOLUTIONARY AND FEM TECHNICS

Nagy Szilárd*, Jármái Károly**, Baksa Attila***

ABSTRACT

The optimization of the pylon is shown in this paper. The optimization is made by using flower pollination algorithm. The objective function is mass of the structure. The design constraints are static stress, local buckling and buckling. The unknowns are the typical dimensions of the circular hollow section truss. Parametric inspections have been made changing yield strength of material and the number of grid divisions. The results show that the use of higher yield strength steels, do not imply a lighter structure.

1. BEVEZETÉS

A gyakorlatban alkalmazott acél távvezeték tartó tornyok kialakítása rácsos szerkezetű [1]. A leggyakrabban szögacél szelvényű rudakból épülnek fel. A szögacél-szelvény előnye az egyszerű szerelhetőségben rejlik, de nagy hátránya, hogy nagyon kicsi a kihajlási szilárdsága [2]. Körcső (CHS) szelvények alkalmazása jobb tömeg minimumot eredményezhet köszönhetően a jobb kihajlási szilárdságnak [3].

Az acél távvezeték-tornyok rendszerint két részre oszthatóak. Egy csonka gúla formájú rácsos alsó félre, és egy a vezetékek rögzítésére szolgáló felső részre. Az utóbbiak kialakítása változatos formát vehet fel, ezért jelen esetben csak az alsó rész optimalizálásával foglalkozunk.

Az optimalizáláshoz az ön-adaptív differenciális evolúciót (SaDE) [4] alkalmazunk. Az algoritmussal az optimalizálás jól automatizálható, mivel nincs szükség az eredményt befolyásoló paraméterek finomhangolására.

2. ÖN-ADAPTÍV DIFFERENCIÁLIS EVOLÚCIÓ

Az eredeti differenciális evolúció (DE) Storn és Price javasolta [5]. A DE iterációs lépések sorozatán keresztül javítja n_p elemű populáció D dimenziójú \mathbf{x} egyedeit.

$$\mathbf{x} = [x_1 \ x_2 \ x_3 \ \dots \ x_D]^T \in S \subset \mathbb{R}^D \quad (1)$$

ahol S a keresési tér. Ideális esetben a kezdeti populáció véletlenszerűen lefedi a teljes keresési teret. Az egyed minden egyes változója egyenletes eloszlású véletlen szám a keresési térben.

A DE minden egyes iterációs lépésben, vagyis generációnként három művelet ismételt végrehajtásával állítja elő az új egyedeket. Ezek név szerint a mutáció, keresztezés és visszahelyezés műveletek.

A mutáció művelet során minden egyes G generációs ${}^G\mathbf{x}_i$ egyedhez előállít egy ${}^G\mathbf{v}_i$ mutánst az alábbi öt stratégia egyikével:

- DE/rand/1:

$${}^G\mathbf{v}_i = {}^G\mathbf{x}_{r_1} + F({}^G\mathbf{x}_{r_2} - {}^G\mathbf{x}_{r_3}) \quad (2)$$

- DE/best/1:

$${}^G\mathbf{v}_i = {}^G\mathbf{x}_b + F({}^G\mathbf{x}_{r_1} - {}^G\mathbf{x}_{r_2}) \quad (3)$$

- DE/current to best/2:

$${}^G\mathbf{v}_i = {}^G\mathbf{x}_i + F({}^G\mathbf{x}_b - {}^G\mathbf{x}_i) + F({}^G\mathbf{x}_{r_1} - {}^G\mathbf{x}_{r_2}) \quad (4)$$

- DE/best/2:

$${}^G\mathbf{v}_i = {}^G\mathbf{x}_b + F({}^G\mathbf{x}_{r_1} - {}^G\mathbf{x}_{r_2}) + F({}^G\mathbf{x}_{r_3} - {}^G\mathbf{x}_{r_4}) \quad (5)$$

- DE/rand/2:

$${}^G\mathbf{v}_i = {}^G\mathbf{x}_{r_1} + F({}^G\mathbf{x}_{r_2} - {}^G\mathbf{x}_{r_3}) + F({}^G\mathbf{x}_{r_4} - {}^G\mathbf{x}_{r_5}) \quad (6)$$

ahol $r_1 \neq r_2 \neq r_3 \neq r_4 \neq r_5 \in [1, n_p]$ véletlen indexek, $F \in [0, 2)$ skálázó tényező és ${}^G\mathbf{x}_b$ a G . generáció legfittebb egyede.

A mutációt követi a „binominális” keresztezés, mely kombinálja az újonnan létrehozott ${}^G\mathbf{v}_i$ mutánst a vele azonos indexű ${}^G\mathbf{x}_i$ egyeddel

* PhD hallgató, Miskolci Egyetem, Energetikai és Vegyipari Gépészeti Intézet

** egyetemi tanár, Miskolci Egyetem, Energetikai és Vegyipari Gépészeti Intézet

*** egyetemi docens, Miskolci Egyetem, Műszaki Mechanikai Intézet

$${}^G \mathbf{u}_{j,i} = \begin{cases} {}^G \mathbf{v}_{j,i} & U_j(0,1) \leq C_R \text{ vagy } j = j_R \\ {}^G \mathbf{x}_{j,i} & \text{egyébként} \end{cases} \quad (7)$$

ahol $U_j(0,1)$ egy $[0,1]$ félig zárt intervallumon vett egyenletes eloszlású véletlen szám, $C_R \in [0,1]$ a keresztezési arány és $j_R \in [1, D]$ véletlen index.

Szelekció során, ha az újonnan generált ${}^G \mathbf{u}_i$ egyed fitness értéke jobb, mint a ${}^G \mathbf{x}_i$ egyedé, akkor bekerül az új generációs populációba, ha nem akkor az algoritmus eldobja

$${}^{G+1} \mathbf{x}_i = \begin{cases} {}^G \mathbf{u}_i & f({}^G \mathbf{u}_i) \leq f({}^G \mathbf{x}_i) \\ {}^G \mathbf{x}_i & \text{egyébként} \end{cases} \quad (8)$$

A differenciális evolúció működését, és ebből adódóan az optimalás sikerességét nagyban befolyásolja a választott mutációs stratégia, az F skálázási tényező értéke és a C_R keresztezési arány. Ezen paraméterek megválasztása sokszor fáradságos munka. Előfordulhat, hogy számos kombinációt ki kell találni, mire sikeres lesz a feladat megoldás. Az ön-adaptív differenciális (SaDE) [4] evolúció erre kínál megoldást.

A (2) egyenlettel definiált „DE/rand/1” mutációs stratégia és (4) szerint meghatározott „DE/current to best/2” között iterációs lépésként egy p valószínűségi változó szerint véletlenszerűen választ. A p értékét l_p szabadon választott iteráció szám után frissíti

$$p = \frac{n_{s1}(n_{s2} + n_{f2})}{n_{s2}(n_{s1} + n_{f1}) + n_{s1}(n_{s2} + n_{f2})} \quad (9)$$

ahol n_{s1} és n_{s2} az első, illetve a második stratégia által generált és sikeresen a következő generációba lépő egyedek száma, n_{f1} és n_{f2} pedig az egyes stratégiák által létrehozott, de a következő generációba nem lépő egyedek száma.

A skálázási faktor minden egyes mutáció előtt frissül. Értéke egy $(0,2]$ intervallumba eső normál eloszlású véletlen szám, mely várható értéke 0,5 szórása pedig 0,3.

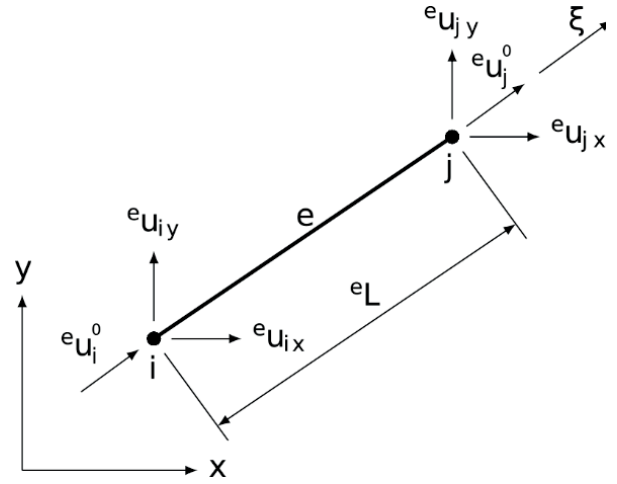
A C_R keresztezési arány is egy normál eloszlású véletlen szám a, mely várható értéke C_{Rm} és szórása 0,1. A C_{Rm} érték l_C iterációnként frissül, és értéke a következő generációba sikeresen lépő egyedekhez tartozó C_R értékek átlaga. A C_R keresztezési arány l_R iterációs lépésként frissül, és $l_R \ll l_C$.

3. RÁCSOSTARTÓK VÉGESELEM-MODELLJE

A rácsos szerkezetű tartók esetében a csomópont csatlakozásokat csuklós kapcsolattal modellezzük [6]. Csomóponti excentricitások, csak a tartót alkotó elemek metszéspontjából adódnak. A csomóponti excentricitások nyomatékot generálnak, melyek a számítások során figyelmen kívül hagyhatóak, ha az excentricitás értéke $-0,55D \leq e \leq 0,25D$ határok

között van CHS keresztmetszet esetén. A merev csomópontokkal történő számítás nem javasolt, még abban az esetben se, ha hegesztett kötéssel kapcsolódnak egymáshoz [6], mert túlzott nyomatékot generálnak a rácsrudakban.

Sík és térbeli rácsos tartók modellezhetőek húzott-nyomott rúdelemekkel (1. ábra). Csomóponti elmozdulás csak az i és j csomópontokon átmenő ξ tengely (helyi koordináta-rendszer) mentén lehetséges. A szerkezethez kötött $x - y$ globális koordináta-rendszerben pedig ezen elmozdulás x, y vetületei értelmezettek.



1. ábra Húzott-nyomott síkbeli rúdelem

A rúdelemen belüli elmozdulást közelítse a [7]

$$\begin{aligned} {}^e \mathbf{u}(\xi) &= \begin{bmatrix} \xi_i - \xi & \xi_j - \xi \\ eL & eL \end{bmatrix} \begin{bmatrix} {}^e \mathbf{u}'_i \\ {}^e \mathbf{u}'_j \end{bmatrix} \\ &= [{}^e \mathbf{N}_i(\xi) \quad {}^e \mathbf{N}_j(\xi)] \begin{bmatrix} {}^e \mathbf{u}'_i \\ {}^e \mathbf{u}'_j \end{bmatrix} \\ &= {}^e \mathbf{N} {}^e \mathbf{u}' \end{aligned} \quad (10)$$

függvény, amely kinematikailag lehetséges, ahol ${}^e L$ a rúdelem hossza, ${}^e \mathbf{N}$ alak függvények mátrixa, és ${}^e \mathbf{u}'$ a rúdhoz kötött lokális koordináta rendszerben értelmezett csomóponti elmozdulások vektora. A globális koordináta rendszerben pedig a csomóponti elmozdulások vektora

$${}^e \mathbf{u} = [{}^e u_{ix} \quad {}^e u_{iy} \quad {}^e u_{jx} \quad {}^e u_{jy}]^T \quad (11)$$

alakban írható fel. A két koordináta-rendszer között az átjárás a transzformációs mátrixszal lehetséges

$${}^e \mathbf{T} = \begin{bmatrix} {}^e T_{11} & {}^e T_{12} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & {}^e T_{23} & {}^e T_{24} \end{bmatrix} \quad (12)$$

$${}^e T_{11} = {}^e T_{23} = \frac{{}^e u_{jx} - {}^e u_{ix}}{{}^e L} \quad (13)$$

$${}^e T_{12} = {}^e T_{24} = \frac{{}^e u_{jy} - {}^e u_{iy}}{{}^e L} \quad (14)$$

$${}^e \mathbf{u}' = {}^e \mathbf{T} {}^e \mathbf{u} \quad (15)$$

A rúdelem fajlagos nyúlása

$${}^e \varepsilon = \frac{d{}^e u(\xi)}{d\xi} = \frac{1}{{}^e L} [-1 \quad 1] {}^e \mathbf{u}' \quad (16)$$

továbbá a tengelyirányú normál feszültség

$${}^e \sigma = E {}^e \varepsilon = \frac{E}{{}^e L} [-1 \quad 1] {}^e \mathbf{u}' \quad (17)$$

ahol E a rugalmassági modulusz. Az ${}^e A$ keresztmetszetű prizmatikus rúd alakváltozási energiája

$$\begin{aligned} {}^e U &= \int_L {}^e A {}^e \sigma {}^e \varepsilon d\xi \\ &= \frac{1}{2} {}^e \mathbf{u}'^T \frac{{}^e A E}{{}^e L} \begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix} {}^e \mathbf{u}' \\ &= \frac{1}{2} {}^e \mathbf{u}'^T {}^e \mathbf{K}' {}^e \mathbf{u}' \end{aligned} \quad (18)$$

ahol ${}^e \mathbf{K}'$ az elem merevségi mátrixa. A külső erők munkája pedig

$${}^e W = \int_L {}^e u(\xi) p d\xi = {}^e \mathbf{u}'^T {}^e \mathbf{f}' \quad (19)$$

ahol ${}^e \mathbf{f}'$ a külső terhelések csomópontba redukált terhelés vektora. Egy elem teljes potenciális energiája

$${}^e \Pi_p = {}^e U - {}^e W = \frac{1}{2} {}^e \mathbf{u}'^T {}^e \mathbf{K}' {}^e \mathbf{u}' - {}^e \mathbf{u}'^T {}^e \mathbf{f}' \quad (20)$$

szerint alakul, globális koordináta rendszerben értelmezett mennyiségekkel pedig

$${}^e \Pi_p = \frac{1}{2} {}^e \mathbf{u}^T {}^e \mathbf{K} {}^e \mathbf{u} - {}^e \mathbf{u}^T {}^e \mathbf{f} \quad (21)$$

ahol

$${}^e \mathbf{K} = {}^e \mathbf{T}^T {}^e \mathbf{K}' {}^e \mathbf{T} \quad (22)$$

$${}^e \mathbf{f} = {}^e \mathbf{T}^T {}^e \mathbf{f}' \quad (23)$$

Bevezetve az \mathbf{u} összes csomóponti elmozdulás vektort, és az \mathbf{f} összes csomóponti terhelések vektorát a teljes szerkezet potenciális energiája

$$\Pi_p = \frac{1}{2} \mathbf{u}^T (\mathbf{K} \mathbf{u} - \mathbf{f}) \quad (24)$$

ahol \mathbf{K} az elemillesztés szabályait (lásd [7], [8] irodalmakban) betartva a teljes szerkezet merevségi mátrixa. Egyensúlyban a Π_p potenciális energia minimális, ha az első $\delta \Pi_p$ variációja zérus [9],[10]. A peremfeltételek (megfogások, stb.) alkalmazása mellett a $\delta \Pi_p = 0$ egyenlet értelmében a megoldandó algebrai egyenletrendszer

$$\delta \Pi_p = \delta \mathbf{u}^T \frac{\partial \Pi_p}{\partial \mathbf{u}} = \mathbf{K} \mathbf{u} - \mathbf{f} = 0 \quad (25)$$

A rúd elemenkénti tengely irányú normál feszültsége számítható (25) egyenlet megoldásával kapott \mathbf{u} összes csomóponti elmozdulás vektorból

$${}^e \sigma = \frac{E}{{}^e L} [-{}^e T_{11} \quad -{}^e T_{12} \quad {}^e T_{11} \quad {}^e T_{12}] {}^e \mathbf{u} \quad (26)$$

4. OPTIMÁLÁSI FELADAT

A rácsos tartók optimálása korlátos optimálási feladat

$$\begin{aligned} \min. f(\mathbf{x}) \quad \mathbf{x} &= [x_1 \quad x_2 \quad \dots \quad x_D]^T \in \mathbb{R} \\ g_i(\mathbf{x}) &\leq 1 \quad 1 \leq i \leq q \\ h_j(\mathbf{x}) &= 0 \quad 1 \leq j \leq r \end{aligned} \quad (27)$$

ahol \mathbf{x} a független változók vektora, D a független változók száma, $f(\mathbf{x})$ az optimálandó célfüggvény, $g_i(\mathbf{x})$ egyenlőtlenségi feltételek, $h_j(\mathbf{x})$ egyenlőségi feltételek és q , r az egyenlőtlenségi, egyenlőségi feltételek száma.

Jelen esetben az optimálás célja a tömegminimum elérése

$$f(\mathbf{x}) = \rho \sum_{e=1}^{n_e} {}^e A {}^e L \quad (28)$$

ahol n_e a rúdelemek száma és ρ a sűrűség.

A szerkezetnek szilárdsági, és stabilitási követelményeknek kell megfelelnie. Jelen esetben három kritérium került figyelembevételre. A húzott rudak esetén a húzófeszültséggel szembeni ellenállás, a nyomot rudaknál pedig a kihajlás és végül a helyi horpadás. Ezen jellemzőket a keresztmetszeti kihasználtsági tényezővel jól lehet jellemezni.

A húzott és nyomott rudak húzással és nyomással szembeni ellenállását lehet egy egyenlőtlenségi feltétel definícióval értelmezni, abban az esetben, ha a terhelésből származó feszültséget előjelesen értelmezzük. A negatív feszültség nyomást jelent, míg a pozitív húzást

5. SZÁMPÉLDA

$$g_{ii} = \begin{cases} \frac{\gamma_{M0}|e\sigma|}{\chi f_y} \leq 1 & e\sigma < 0 \\ \frac{\gamma_{M0}|e\sigma|}{f_y} \leq 1 & e\sigma \geq 0 \end{cases} \quad (29)$$

ahol f_y a folyáshatár, γ_{M0} a biztonsági tényező [11] szerint és χ kihajlási tényező [11] szerint

$$\chi = \begin{cases} 1 & \bar{\lambda} \leq 0,2 \\ \frac{1}{\phi + \sqrt{\phi^2 + \bar{\lambda}^2}} & \bar{\lambda} > 0,1 \end{cases} \quad (30)$$

ahol

$$\phi = 0,5(1 + 0,21(\bar{\lambda} - 0,2) + \bar{\lambda}^2) \quad (31)$$

és $\bar{\lambda}$ karcsúsági tényező

$$\bar{\lambda} = \pi k L \sqrt{\frac{A}{I_x} \frac{f_y}{E}} \quad (32)$$

ahol I_x a rúd keresztmetszet másodrendű nyomatéka, k kihajlási hossz tényező, mely értéke közbenső rudak esetén $k = 1$ a megfogott rudaknál pedig $k = 0,7$.

A körcső-szelvények esetén helyi lemezhorpadásra [11] ajánlását felhasználva az egyenlőtlenségi feltétel

$$g_{ii} = \frac{df_y}{21150t} \leq 1 \quad (33)$$

mely csak abban az esetben igaz, ha f_y folyáshatár mértékegysége MPa, d átmérő és t falvastagság mértékegysége mm.

Felhasználva (28), (29) és (33) egyenleteket az optimalizálható fitness függvény

$$\mathcal{F}(\mathbf{x}) = \rho \sum_{e=1}^{n_e} e A^e L + \sum_{i=1}^{n_e} p(g_{ii}(\mathbf{x})) + \sum_{i=1}^{n_k} p(g_{kii}(\mathbf{x})) \quad (34)$$

ahol n_k az eltérő méretű körcsőszelvények száma, és p büntető statikus függvény

$$p(\mathbf{x}) = \begin{cases} 0 & g(\mathbf{x}) \leq 1 \\ 10^6 g(\mathbf{x}) & g(\mathbf{x}) > 1 \end{cases} \quad (35)$$

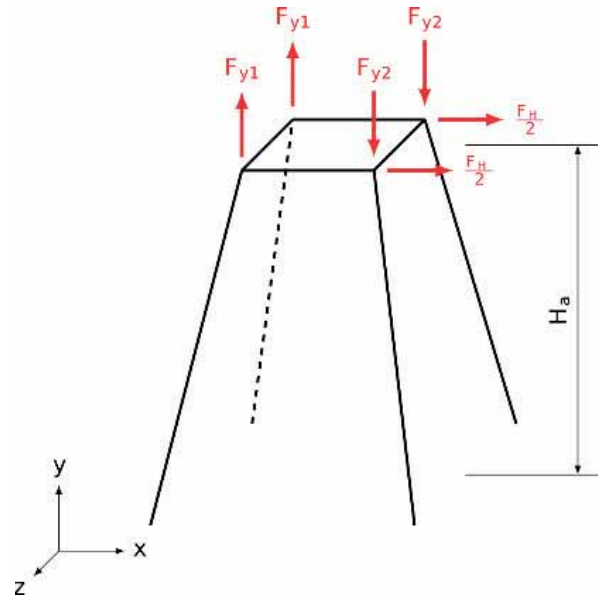
Az \mathbf{x} független változók vektora a körcsőszelvény jellemző méreteit tartalmazza, úgymint d külső átmérő és t falvastagság

$$\mathbf{x} = [d_1 \ d_2 \ \dots \ d_{n_k} \ t_1 \ t_2 \ \dots \ t_{n_k}]^T \quad (36)$$

Az optimalizálási probléma számszerűsítéséhez egy 45m magas, közbenső torony került kiválasztásra. A szerkezet két részre bontható egy $H_f = 21$ m magas felső, és egy $H_a = 24$ m magas alsó részre (lásd 2. ábra).

A terhelések a [12] szerint kerültek felvételre. A mértékadó terhelés fél vezeték húzás.

A [12] szerinti számítások részletezése nélkül egy 400m toronytávolságú, 12 áramvezetékes, 40kN becsült önsúlyú felső toronyrészről alsó toronyrészre átadó terhelések: 1,1 biztonsági tényezővel számított függőleges erő $F_V = 209,03$ kN, fél vezeték-húzásból adódó vízszintes erő $F_H = 312,14$ kN és hajlító nyomaték $M_h = 2850,5$ kNm.



2. ábra Alsó rész vázlatja

A 2. ábra szerinti négyzetes alapterületű csonkagúla alakú alsó toronyrész csúspontjaiba redukált erőrendszer:

$$F_{y1} = \frac{M_h}{2a_2} - \frac{F_V}{4} = 332,94 \text{ kN} \quad (37)$$

$$F_{y2} = \frac{M_h}{2a_2} + \frac{F_V}{4} = 437,46 \text{ kN} \quad (38)$$

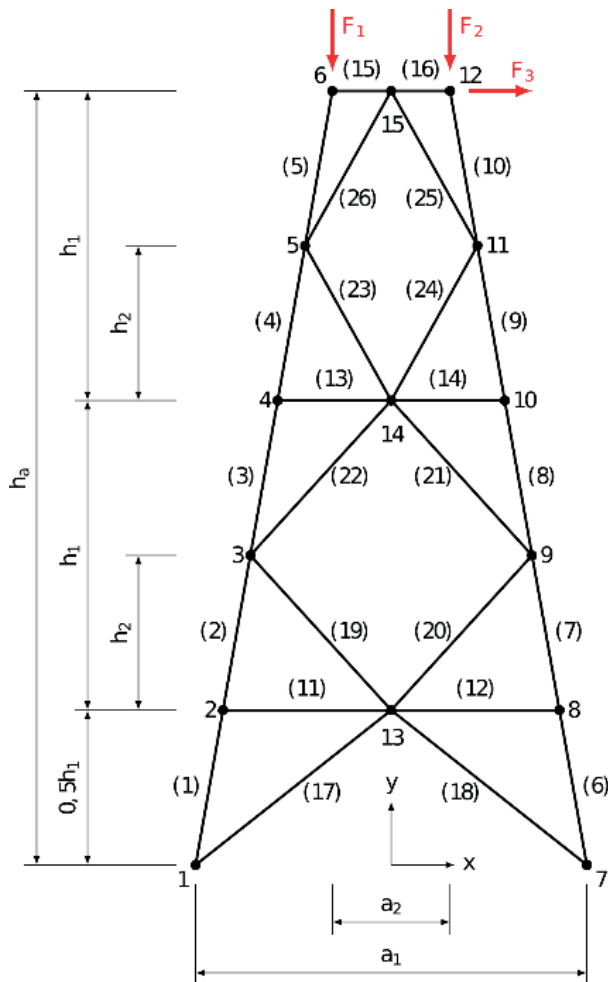
ahol $a_2 = 3,7$ m felső toronyszélesség.

A számításokat elegendő csak egy a terhelés szempontjából lényeges ferde síkon végezni (3. ábra). Egy $\beta_0 = 80^\circ$ oldalferdeségű gúla esetén a 3. ábra jelöléseivel a vizsgált ferde síkra ható erők:

$$F_1 = \frac{F_{y1}}{\sin \beta_0} = \frac{332,94 \text{ kN}}{\sin 80^\circ} = 338,08 \text{ kN} \quad (39)$$

$$F_2 = \frac{F_{y2}}{\sin \beta_0} = \frac{437,46 \text{ kN}}{\sin 80^\circ} = 444,21 \text{ kN} \quad (40)$$

$$F_3 = \frac{F_H}{2} = \frac{312,14 \text{ kN}}{2} = 156,07 \text{ kN} \quad (41)$$



3. ábra Síkbeli rácsos-tartó

A 3. ábra egy $n_r = 2$ rácsosztású példát szemléltet. A további vizsgálatok során több osztású feladat is megoldásra kerül. A rácsosztások csökkentése, illetve növelése a

$$h_1 = \frac{h_a}{2,5n_r} \quad (42)$$

összefüggés alapján történik. Az így kapott n_r darab egyenlő rész, deltoid rácsosztást kap vízszintes összekötő rudakkal. Az alsó $0,5h_1$ magasságú rész pedig egy az egyik oldalán nyitott háromszög rácsosztást. Ez a megfontolás teszi lehetővé, több csak rácsosztás számában eltérő topológia egyszerű összehasonlítását. A több vagy kevesebb rácsosztású topológiák esetén a 3. ábra

jelölésétől a rudak és csomópontok sorszámozása eltér, de a továbbiakban az azonos funkciójú rudak azonosítása a 3. ábra jelöléseivel fog történni.

6. OPTIMALIZÁLÁS EREDMÉNYEI

Az optimalizálás során a fitness függvény minden esetben folyamatosan konvergált egy értékhez. Több egymás utáni futtatás eredménye is 0,1% hibán belül volt. Ezért az eredményeket globális minimumnak, és az így kapott szerkezetet optimálisnak tekinthető, habár teljes bizonyossággal az evolúciós algoritmusok tulajdonságaiból adódóan ezt nem lehet állítani.

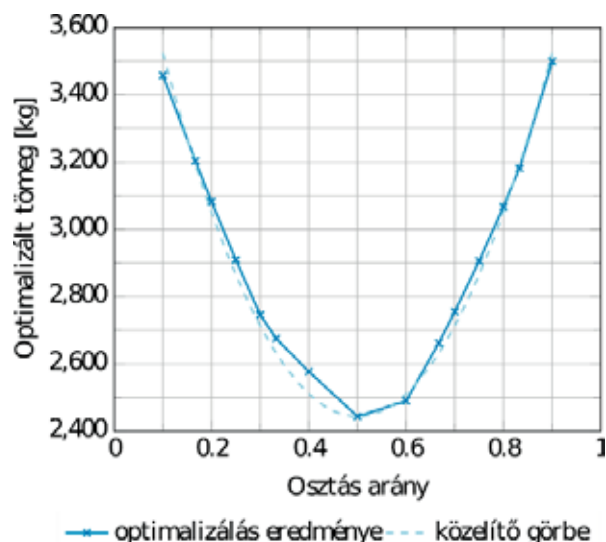
A 3. ábra szerint a deltoid csúcspontja felez egy rácsosztáshoz tartozó oldalt. Megvizsgáltuk, hogyan változik az optimalizált tömeg, ha ettől eltérünk. Az eredményeket szemlélteti a 4. ábra az h_r osztás arány változásának függvényében.

$$h_r = \frac{h_2}{h_1} \quad (43)$$

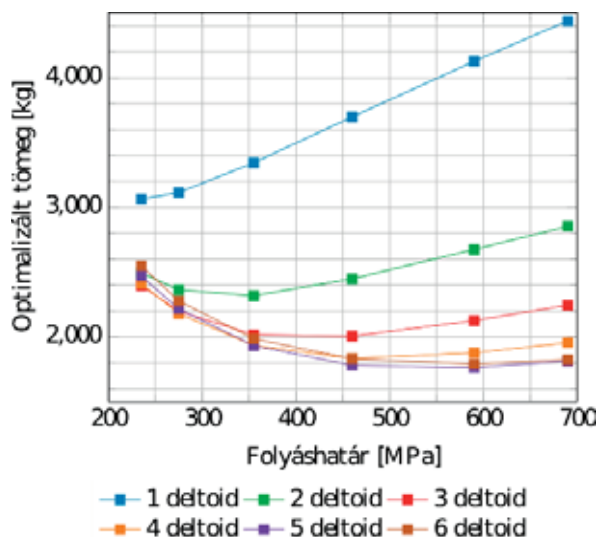
A legkisebb tömegű szerkezetet akkor kapjuk, ha a deltoid pont felezi az adott rácsosztást (4. ábra). Ha ettől eltérünk jobbra vagy balra, a tömeg másodfokú polinommal közelíthető az optimumhoz képest százalékban kifejezve

$$m_{\%} = 2,764(h_r - 0,5)^2 \quad (44)$$

Megvizsgálásra került, hogy hogyan változik az optimalizált tömeg, ha különböző minőségű acélokból készül a szerkezet. Ennek az eredményét szemlélteti a 5. ábra. A folyáshatár növekedésével az optimumhoz tartozó rácsosztásokat adó deltoidok száma is nő.

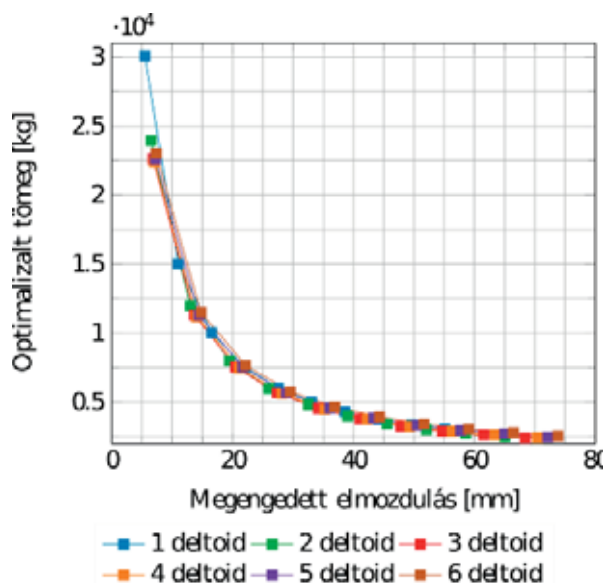


4. ábra Optimalizálás eredménye változó osztásarány mellett



5. ábra Optimalizálás eredménye változó anyag minőségekkel és rácsosztás számmal

A harmadik egyben ebben a témakörben az utolsó vizsgálat tárgyát az képezi, hogy miként változik a szerkezet tömege, ha a 3. ábra jelölései alapján a jobb felső 12-es csomópont elmozdulását korlátozzuk. Az eredményeket a 6. ábra szemlélteti.



6. ábra Tömeg változása a megengedett elmozdulás függvényében.

Az elmozdulás korlátot milliméterben megfogalmazva, az tapasztalható, hogy a tömeg hiperbolikusan nő és jó közelítéssel független a rácsosztások számától.

$$m_{\%} = 2,764(h_r - 0,5)^2 \quad (45)$$

7. ÖSSZEFOGLALÁS

A bemutatott evolúciós technika – ön-adaptív differenciális evolúció – összekapcsolása végeelem-moddal egy hatékony eszközt kínál rácsos tartók optimalizására. Jövőben kiegészítve a csomóponti excentricitások figyelembevételével, és a rudak metszéspontjában a helyi képlékeny alakváltozást korlátozó feltételekkel teljes értékű általánosan használható segédlet lehet.

A bemutatott távvezeték oszlop alsó részének optimalizálása során deltoid rácsosztást használva a tömeg minimum akkor adódik, ha a rácsrúd felezi az övrudat.

A jobb minőségű acél használata nem feltétlen eredményez kisebb tömegű szerkezetet, ha a rácsosztások száma nem változik. A folyáshatár növekedésnek kettős hatása van. Egyrészt növeli a maximálisan megengedhető feszültséget, másrészt rontja a χ kihajlási tényezőt. Ez azt eredményezi, hogy rövidebb, kevésbé karcsú rudakat kell alkalmazni.

A legnagyobb elmozdulással rendelkező csomópont elmozdulását korlátozva a tömeg hiperbolikusan nő.

8. KÖSZÖNETNYÍLVÁNÍTÁS

A bemutatott kutató munka részben a Nemzeti Kutatási, Fejlesztési és Innovációs Hivatal (NKFIH) támogatásával a K 134358 nyilvántartási számú projekt keretében valósul meg.

9. IRODALOM

- [1] RAO G. V.: Optimum design for transmission line towers. *Computers & Structures*, Vol. 57, No. 1, (1995), pp. 81–92.
- [2] SILVA J. G. S., VELLASCO P. C. G., ANDRADE S. A. L., OLIVEIRA M. I. R.: Structural steel design and behaviour; Steel structures; Spatial structures; Telecommunication and transmission towers. *Journal of Constructional Steel Research*, Vol. 61, No. 8, (2005)
- [3] ORBÁN F., FARKAS, J., JÁRMAI, K.: Optimum design of a transmission line tower : Welded tubular truss structure. *6th European Conference on Steel and Composite Structures*, Eurosteel 2011, Brussels
- [4] QIN A. K., SUGANTHAN P. N.: Self-adaptive differential evolution algorithm for numerical optimization, *IEEE Congress on Evolutionary*

- Computation*, Vol. 2, (2005), pp. 1785-1791, doi: 10.1109/CEC.2005.1554904.
- [5] STORN R., PRICE K. V.: Differential evolution – A simple and Efficient Heuristic for Global Optimization over Continuous Spaces, *Journal of Global Optimization*, Vol. 11, (1997), pp. 341-359.
- [6] WARDENIER J., KUROBANE Y., PACKER J. A., ZHAO X.-L.: *Design guide for circular hollow section (CHS) joints under predominantly static loading*, CIDECT 2008, ISBN 978-3-938817-03-2
- [7] FERREIRA A. J. M., FANTUZZI N.: *MATLAB Codes for Finite Element Analysis*, Springer, Cham, 2020, ISBN 978-3-030-47951-0, doi: 10.1007/978-3-030-47952-7
- [8] SMITH I. M., LEE M.: *Programming the Finite Element Method, 5th edition*, John Wiley and Sons Ltd, London 2013, ISBN 978-1-119-97334-8
- [9] PÁCZELT I.: *Végeselem-módszer a mérnöki gyakorlatban*, Miskolci Egyetemi Kiadó, Miskolc 1999, ISBN 963-661-312-5
- [10] PÁCZELT I., BAKSA A., SZABÓ T.: *A végeselem-módszer alapjai*, HEFOP jegyzet, Miskolc, 2007, pp. 243
- [11] EN 1993-1-1:2009: *Eurocode 3: Design of steel structures - part 1-1 General rules and rules for buildings*, European Committee Standardization, Brussels, (2009).
- [12] MSZ 151-1:2000: *Villamos légvezetékek. 1 kV-nál nagyobb névleges feszültségű légvezetékek szerelési követelményei*, Magyar Szabványügyi Testület, Budapest, (2000)