

# KERETSZERKEZETEK OPTIMÁLIS MÉRETEZÉSE KÜLÖNBÖZŐ TERHELÉSI ESETEKRE

## OPTIMAL DESIGN OF FRAME STRUCTURES FOR DIFFERENT LOADS

*Petrik Máté\**, *Jármai Károly\*\**

### ABSTRACT

*Frame structures are structures built of straight, less frequently curved bars, designed to support planar or spatial loads. These frame structures are generally considered to be statically indeterminate structures, so that several methods can be used to determine their loads, but all require some simplification. This paper is not concerned with the investigation of these theories for determining loads, but with the optimal design of a frame structure of a given geometry. Several different loads have been considered, where the value of the wind load in the horizontal direction has not been neglected. The optimization problem has been formulated mathematically such that the compressive forces and bending moments acting on both the horizontal beam and the vertical column, as well as their composite loads, are below the limit value determined by the material properties. The column connections were assumed to be fully rigid and welded I-sections were considered for both columns. Eurocode 3 was applied for local dents.*

### 1. BEVEZETÉS

A hegesztett fémszerkezetek nagy jelentőséggel bírnak az ipari és a mezőgazdasági szektorban is. Mivel ezek a szerkezetek karcsú rúdelemekből épülnek fel, az egyik legfontosabb stabilitásvesztési probléma a kihajlás jelensége. Amint azt a 17. század közepe óta tudjuk, Euler munkássága révén, a húzó igénybevételnek kitett rudak viselkedése könnyen és pontosan predesztinálható, míg a nyomó igénybevételnek kitett rudak meghibásodása, azaz kihajlása sokkal inkább statisztikai viselkedést mutat, amely miatt a számítása is problémásabb. Ennek következtében célszerű lenne olyan szerkezeteket tervezni, melyeknek rúdjai húzásnak vannak kitéve. Ez például hidak tervezésénél meg is valósulhat (függőhidak esetében), keretszerkezetek esetén viszont elkerülhetetlen a kihajlás ellenőrzése.

Vegyipari üzemek acélszerkezetének tervezésekor elvileg nem ütközünk magassági korlátokba. Horizontális építési mód esetén kis szelvény keresztmetszetekre van szükség, azonban ez nagy

alapterületet igényel, így sok veszteség jelenne meg a közegek áramoltatása során. Vertikális építési mód esetén viszont a készülékek sokkal közelebb kerülhetnek egymáshoz, így csökkenthetők a veszteségek, azonban a szelvények méretei is jelentősen megnövekednének, egyrészt a készülékek súlya, másrészt a gerendák önsúlya következtében. Nem szabad elfelejtenünk egy ilyen szerkezet tervezése esetén a balesetek következtékora a kezelőszemélyzet beavatkozási idejéről sem, ami egyik szélsőséges esetben sem mondható ideálisnak [1,2].

Tudománytörténeti szempontból először Galilei foglalkozott a kihajlás problémájával, melyet később, 1778-ban Euler oldott meg [3]. Az általa készített modell erősen idealizált volt: tökéletesen prizmatikus rudat és koncentrikus terhelést feltételezett. Közel száz évvel később Ayrton és Perry [4] a kezdeti pontatlanságokat, majd újabb száz évvel később Beer és Schulz [5] már a hegesztések hatását is figyelembe vették a számítások során. Ezeknek az elméleteknek a kombinálásával alkották meg az Eurocode szabványokban [6] leírt kihajlási feltételeket, melyek alapján számíthatók a vizsgált gerendák.

Azonban a vázolt oszlopok terhelése nem önmagukban történik, hanem valamilyen keret függőleges oszlopaként vagy vízszintes gerendájaként, melyek csatlakoztatása hegesztett vagy csavarozott kötésekkel történhet. Előbbiek merev, utóbbiak félmerev csatlakozásnak tekinthetők a számításokban. Csavarozott esetben a kötőelemek elmozdulásai szögtorzulást okozhatnak, melyek a gerendákban fellépő hajlítónyomatékra, normál- és nyíróerőkre és a váz stabilitására is hatással lesznek. Jelen tanulmány Glushkov [7] munkásságára támaszkodva különböző függőleges és vízszintes terhelésekkel terhelt keretszerkezetek optimális méretezése során kapott eredmények összehasonlítását mutatja be.

A vizsgált keretszerkezeteket nem csupán az alátámasztandó készülékek tömege, hanem természeti erők is terhelik. Ezek a természeti terhek azonban erősen földrajzi elhelyezkedés- és évszakfüggők lehetnek. A vizsgált szerkezet akár egy kompresszor csarnok is lehet, tetővel és oldalfalakkal burkolva, így a hóterhelés, a szélterhelés és a földrengés terhelés is figyelembe veendő

\* adjunktus, Miskolci Egyetem, Energetikai és Vegyipari Gépészeti Intézet

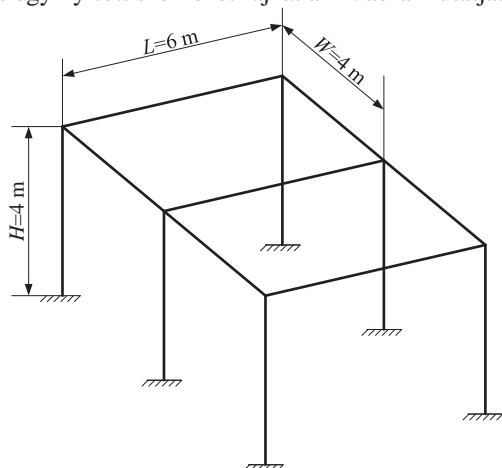
\*\*egyetemi tanár, Miskolci Egyetem, Energetikai és Vegyipari Gépészeti Intézet

a méretezés során. A hőterhelés függőleges irányú megoszló terhelést, a szél vízszintes irányú megoszló terhelést jelent. A földrengés vagy szeizmikus terhelés a nevéből adódóan földrengésből, forgó gépek működéséből vagy a közlekedő járművekből származhat, és a kifáradásra és a rezonancia-katasztrófára lesz hatással.

A szélterhelés kettős szempontból terheli az épületet: egyrészt egy felületen megoszló terhelésként, másrészt a szélirány, a szélesség és az épület alakjának kölcsönhatásából olyan örvényleválások keletkezhetnek, melyek a szerkezet rezonancia-katasztrófáját okozhatják, ahogy ez történt a Tacoma Narrows híd összeomlásánál is [8].

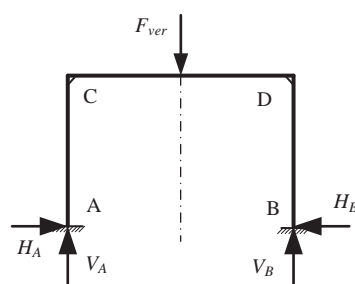
## 2. SZÁMÍTÁSI MÓDSZER

A tanulmány készítése során azonos peremfeltételekkel rendelkező keretszerkezetek optimális méretezése valósult meg. Különböző terhelések esetén az összehasonlíthatóság a keretek geometriai méretének azonossága mellett az egyenértékű terhelési faktor volt. A geometriai méretek lekötése nélkül az optimálás megvalósítása nem következhetett be. Ezek miatt egy olyan keretszerkezet számítása történt meg, ahol az oszlopok magassága 4 m, a fesztáv 6 m, az oszlopok távolsága pedig szintén 4 m volt. Két alapvetően különböző terhelés lett figyelembe véve: szélterhelés nélküli és szélterheléses eset. Az előbbi, vagyis egy nyitott szerkezet rajzát az 1. ábra mutatja.



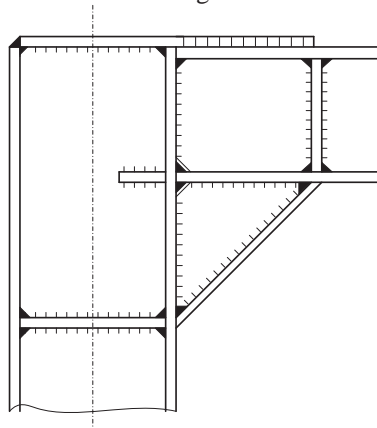
1. ábra Nyitott keretszerkezet

Az ábrán látszik, hogy a szerkezet szimmetrikus, és a számításnál gyakorlatilag elegendő csupán egy egyszerű keret számítását elvégezni, amely két függőleges oszlopból és egy vízszintes gerendából épül fel. Ebben az esetben a koncentrált erőként és egyenletesen megoszló terhelésként modellezett terhelést feltételezve azokat a szelvény geometriai értékeket keressük, amely képes elviselni a feltételezett terhelést és ezek mellett a legkisebb tömeggel rendelkezik. A 2. ábra a koncentrált erő modelljét mutatja.



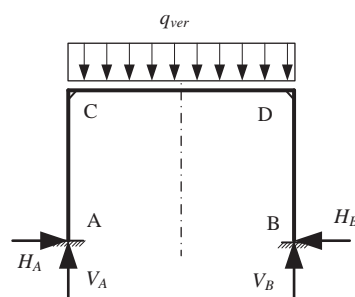
2. ábra Koncentrált erő

A számítások során az A és B pontokban ébredő erők meghatározása Glushkov munkássága [7] alapján történt. Az ábrán nem kerültek feltüntetésre a sarokpontokban ébredő nyomatékok. Ahogy a bevezetőben jeleztük, a sarokpontok feltételezés szerint hegesztéssel készüljenek, így merev csatlakozásként modellezhetők. Egy ilyen kialakítási lehetőséget mutat a 3. ábra.



3. ábra Lehetséges sarokpont kialakítás

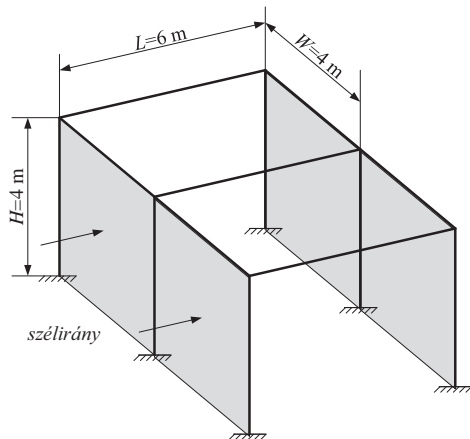
Meg kell jegyezni, hogy az ábrán vázolt kialakítás I-szelvényekre vonatkozik, így a számítások során mind a vízszintes, mind a függőleges oszlopok esetén ilyen típusú szelvény lett feltételezve. Nagyobb méretű berendezések vagy ömlesztett anyagok tárolása esetén a terhelés nem koncentrált erőként, hanem egyenletesen megoszló teherként vehető figyelembe. A 4. ábra ezt a terhelési esetet mutatja.



4. ábra Megoszló terhelés

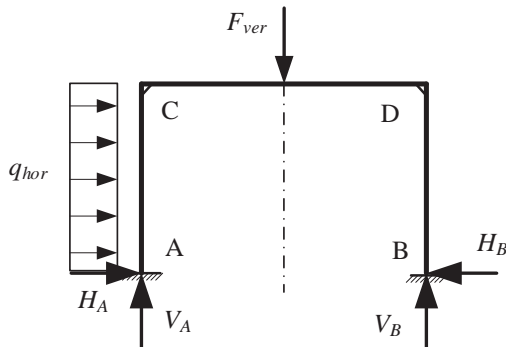
Nem nyitott, hanem valamilyen építészeti elemekkel burkolt szerkezet esetén nem feledkezhetünk el a szélterhelés esetétől sem. Ez a szélterhelés egy klasszikus

megoszló terhelés, nagysága egyenes arányban függ a homloklfelület nagyságával. Egy ilyen szerkezetet mutat az 5. ábra.

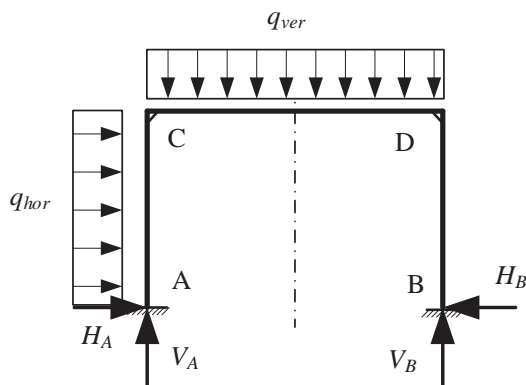


5. ábra Zárt keretszerkezet

Hasonlóan az előzőekben ismertettekhez, a szélterheléssel kombinált terhelési esetekben is a vízszintes áthidaló gerendát koncentrált erő (6. ábra) és megoszló terhelés (7. ábra) terheli.



6. ábra Koncentrált erő szélterheléssel



7. ábra Megoszló terhelés szélterheléssel

### 3. AZ OPTIMÁLÁSI MÓDSZER

A számítások elvégzésekor mindkét gerenda hegesztett I-szelvénynek lett feltételezve, így a számítás során 8 geometriai méretet (a gerinclemezek magasságát és

vastagságát, valamint az övlemezek szélességét és vastagságát) kellett meghatározni. Célfüggvényként a teljes tömeg lett meghatározva, mely arányos a szelvények keresztmetszet területével.

Az optimalás során szükséges feltételefüggvényeket is definiálni. A számítás során az Eurocode [6] szabványokban leírt méretezési összefüggések lettek alkalmazva. Ezek közül az első a teherviselésre vonatkozó feltétel:

$$\frac{N}{\chi_{\min} \cdot A \cdot f_{y1}} + \frac{k \cdot M}{W \cdot f_{y1}} \leq 1 \quad (1)$$

Az összefüggésben szereplő  $N$  a nyomóerőt jelenti, mely a csatlakozási pontokban ébredő rúderök közül a legnagyobb értéket, míg az  $M$  nyomaték az előzően hasonlóan a maximális nyomatékot jelenti.

További feltételként az övlemez és a gerinclemez lokális horpadása lett előírva. Ez az alkalmazott acél folyáshatárának függvényében tehető meg.

$$\varepsilon = \sqrt{\frac{235 \text{ MPa}}{f_y}} \quad (2)$$

A vonatkozó feltételek pedig ennek a horpadási értéknek függvényében:

- a gerinclemezre

$$\frac{h}{t_w} \leq 42 \cdot \varepsilon, \quad (3)$$

- az övlemezre pedig

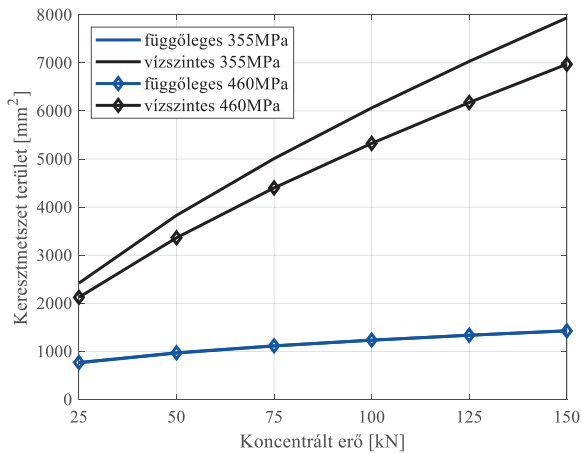
$$\frac{b}{t_f} \leq 28 \cdot \varepsilon. \quad (4)$$

Vegyük észre, hogy a szilárdsági osztály növelése a horpadási érték csökkenését jelenti, vagyis a nagyobb folyáshatárral jellemezhető acélok esetén kevésbé vékony lemezek alkalmazhatók. Ez a jelenség az eredmények ismertetésénél megfigyelhető.

A szélterhelés értéke a Magyarországon átlagosan tapasztalható 911 N/m<sup>2</sup> értékkel lett figyelembe véve.

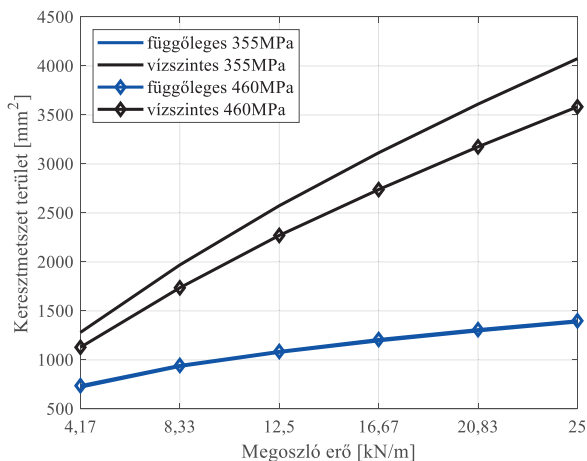
### 4. EREDMÉNYEK

A következőkben a különböző vizsgált esetekben kapott optimális keresztmetszet területek értékeinek bemutatása történik meg. A 8. ábra a 2. ábrán bemutatott terhelési eset optimális keresztmetszet területeit mutatja.



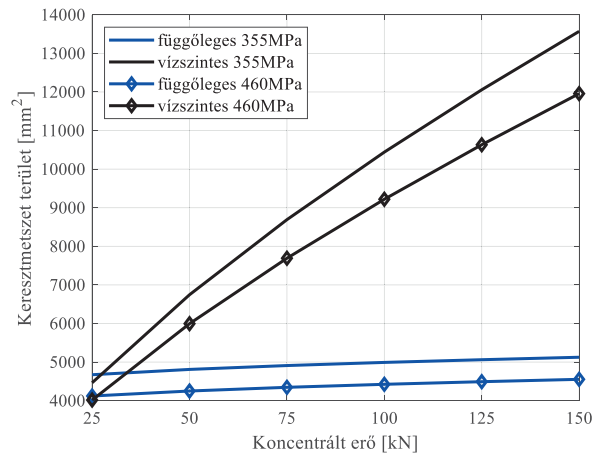
8. ábra Optimalis keresztmetszet területek koncentrált terhelés esetén

Az ábrán látszik, hogy a vízszintes gerenda, amelynek jellemző terhelése a hajlítónyomaték, sokkal nagyobb geometriai méreteket igényel, mint a függőleges oszlopok, melyeknek a kihajlásnak kell ellenállniuk. A grafikonból az is megállapítható, hogy míg a hajlítás miatt a nagyobb folyáshatárú acél alkalmazásával kisebb méretek kaphatók eredményül, addig ez az állítás nem érvényes a kihajlásra, itt gyakorlatilag egyforma geometriai méreteket ad az optimalás.



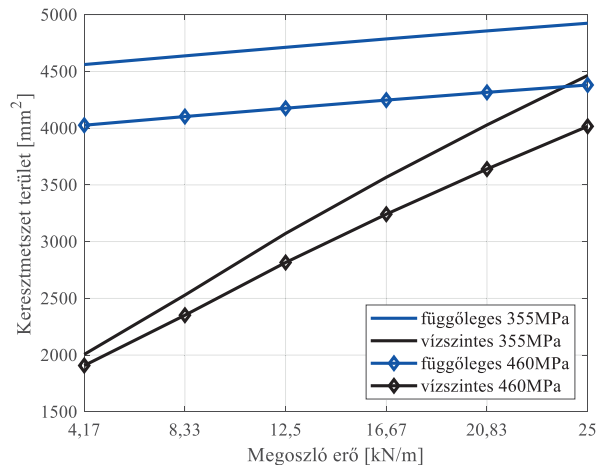
9. ábra Optimalis keresztmetszet területek megoszló terhelés esetén

A 9. ábrán láthatóak a megoszló terheléssel terhelt vízszintes gerenda optimalis keresztmetszet területei. Összehasonlítva a koncentrált erővel kapott eredményekkel megállapítható, hogy a megoszló terhelés következtében kisebb nyomaték alakul ki, mely kisebb keresztmetszeteket eredményez a vízszintes gerenda esetén, viszont a függőleges oszlopokra gyakorlatilag nincs hatással.



10. ábra Optimalis keresztmetszet területek koncentrált terhelés és szélterhelés esetén

A 10. ábra a szélterheléssel kombinált koncentrált terhelés keresztmetszet területeit mutatja. A plusz terhelés miatt a keresztmetszet területek jelentősen megnövekednek a 8. ábrán ábrázoltakhoz képest. Továbbá az is megfigyelhető, hogy a függőleges oszlopon ébredő nyomaték miatt, az előbbiektől eltérően, itt már van jelentősége az acél szilárdságának.



11. ábra Optimalis keresztmetszet területek megoszló terhelés és szélterhelés esetén

A 11. ábra a mindkét gerendán megoszló terhelés következtében kialakuló optimalis keresztmetszet területeket mutatja. Gyakorlatilag a 9. és 10. ábrán látható eredmények kombinációja látható. Mindkét gerenda mérete függ a megoszló erő nagyságától, de a kisebb hatás miatt sokkal kevésbé növeli a szükséges méreteket, mint az előző esetben.

#### 4. TŰZTERHELÉS HATÁSA

A bemutatott keretszerkezetek esetén a tervezést szinte minden esetben statikus terhelésekre kell elvégezni. Természetesen dinamikus hatások is érhetik a vizsgált

szerkezetet, de ezek minden esetben valamilyen baleset következményei, így az ezekre történő tervezés feleslegesen túlméretezné a szerkezetet. Másrészt a biztonsági tényezők használatának köszönhetően valószínűsíthető, hogy ezeket a hatásokat is elviselné a szerkezet összeomlás nélkül.

A vegyipari üzemekben azonban jellemzően tűz- és robbanásveszélyes közegek kezelése történik, így a tűzterhelés potenciális veszélyforrásként jelenik meg. Tűzterhelés esetén egy tranzien hőtadási folyamat játszódik le: a tűz hőmérséklete az idő függvényében növekszik, mely következtében a hőtadási tényezők és ezzel együtt a szerkezeti anyag hőmérséklete is növekszik. A szilárdsági jellemzők, a folyáshatár és a rugalmassági modulus a hőmérséklet növekedésével csökkennek, ami miatt a teherviselő képesség is csökken. A hőtágulás miatt azonban a geometriai méretek növekednek, ami miatt további járulékos feszültségek keletkeznek.

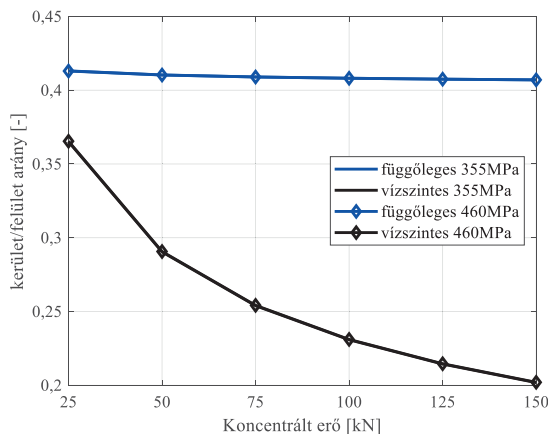
A tűzterhelés modellezése koncentrált paraméterű számítási módszerrel történhet [9,10], ahol a szelvény hőmérséklet növekedésének számításához a következő összefüggés használható:

$$\Delta\theta_{steel} = k_{sh} \cdot \frac{A_m / V}{c_{steel} \cdot \rho_{steel}} \cdot \alpha \cdot \Delta t, \quad (5)$$

ahol

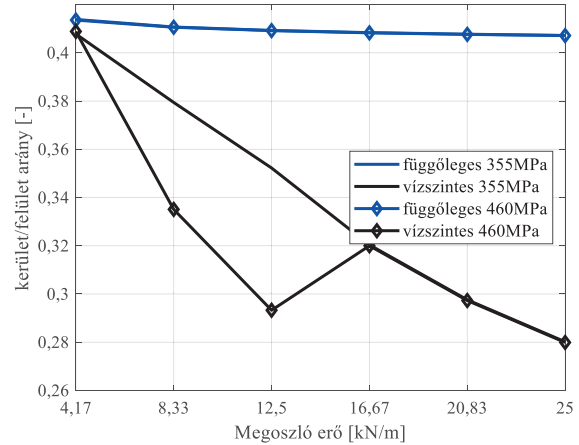
- $\Delta\theta$  a hőmérséklet-változás ( $^{\circ}\text{C}$ ),
- $k_{sh}$  az árnyékolási tényező (-),
- $A_m/V$  a tűznek kitett terület és teherviselő keresztmetszet aránya (1/m),
- $c_{steel}$  az acél fajhője (J/kgK),
- $\rho_{steel}$  az acél sűrűsége (kg/m<sup>3</sup>),
- $\Delta t$  a vizsgálati időtartam (s).

Az összefüggésből látszik, hogy minél nagyobb a kerület és keresztmetszet terület aránya, annál gyorsabban növekszik a gerendák hőmérséklete. A tervezés során célunk lehet az, hogy biztosítsuk a létesítményi tűzoltók kitéréséhez szükséges időt. A következőkben az optimált értékekre vonatkozó kerület/felület arányok, továbbiakban szelvénytényezők bemutatása történik.



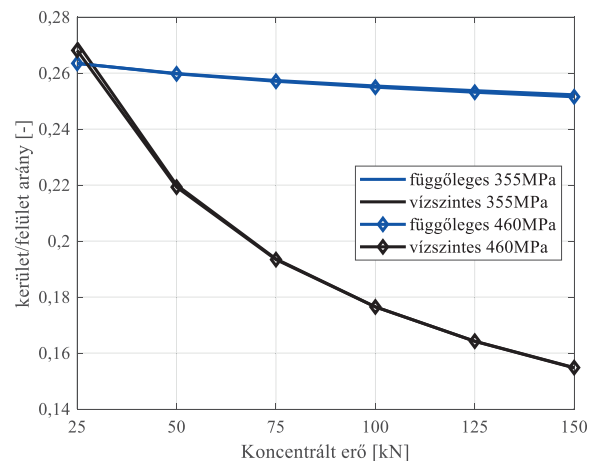
12. ábra Szelvénytényezők koncentrált terhelés esetén

A 12. ábra a vízszintes gerendán ható koncentrált terhelés esetén ábrázolja a szelvénytényezők értékeit a ható erő függvényében. Látható, hogy a két különböző szilárdságú acél esetén teljesen megegyezik az értéke. Azonban míg az oszlop esetén ez majdnem állandó érték, addig a vízszintes gerenda esetén csökkenő tendenciát mutat.



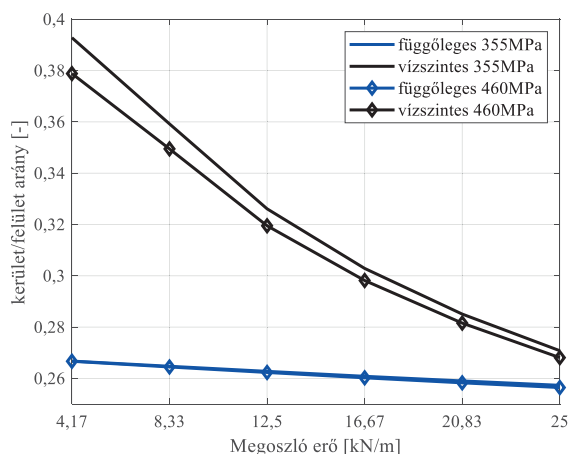
13. ábra Szelvénytényezők megoszló terhelés esetén

A 13. ábrán a vízszintes gerendán megoszló terhelés hatása látható. Hasonló tulajdonságokkal jellemezhető, mint a koncentrált terhelés. A grafikon azt is mutatja, hogy mivel az oszlop tényezői minden esetben nagyobbak a gerenda értékeitől, valószínűsíthető, hogy hosszabb ideig történő tűzben állás esetén a függőleges oszlop hajlik ki hamarabb, nem pedig a vízszintes gerenda károsodik. Az ábrán megfigyelhető a szelvénytényező érdekes viselkedése is, mely a lokális horpadás következménye.



14. ábra Szelvénytényezők koncentrált terhelés és szélterhelés esetén

A 14. ábra a már szélterheléssel is terhelt szerkezet szelvénytényezőit mutatja. Ebben az esetben már a oszlop is mutat egy minimális csökkenést a koncentrált erő növekedésének függvényében.



15. ábra Szelvénytényezők megoszló terhelés és szélterhelés esetén

A 15. ábra a mindkét gerendán egyenletesen megoszló terhelés esetén ábrázolja a szelvénytényezőket. Ennél a terhelési esetenél megfordul a tendencia, a vízszintes gerenda szelvénytényezője a nagyobb érték, viszont a csökkenés ismét ennél figyelhető meg. A másik különbség az előzőekhez képest az a tény, hogy látható a különbség a különböző szilárdságú acélok esetén, és ez a különbség a teljes vizsgált tartományt jellemzi.

## 5. ÖSSZEFOGLALÁS

Jelen tanulmány a merev sarokkapcsolattal jellemezhető keretszerkezetek optimális méretezésével foglalkozik. Az optimalás különböző terhelésekkel, de összehasonlítható terheléstartományokban lett elvégezve, ahol az optimalás célfüggvénye a legkisebb acéltömeget jelentette. A vizsgálatok az általánosított redukált gradiens módszerrel készültek, ahol statikus terheléseket feltételeztünk. Az eredmények azt mutatják, hogy a hajlítással igénybe vett gerendák esetén a nagyobb szilárdságú acélok kisebb keresztmetszet területeket igényelnek, azonban a nyomóerővel terhelt gerendák esetén, a kihajlás jelensége miatt, a vizsgált acélminőségek gyakorlatilag azonos geometriai méreteket igényelnek. A kivitelezés során ezek az adatok felhasználhatók, így a költségek csökkenthetők.

A kapott eredményekből információk nyerhetők a tűzterhelés közben kialakuló tranziens viselkedésre is. A szelvénytényezők értékei egyenesen arányosak a hőmérséklet növekedés sebességével. Az adatok felhasználhatók a tűzvédelem tervezésénél.

## 6. KÖSZÖNETNYILVÁNÍTÁS

A bemutatott kutató munka a Nemzeti Kutatási, Fejlesztési és Innovációs Hivatal (NKFIH) támogatásával a K 134358 számú projekt keretében valósult meg.

## 7. IRODALOM

- [1] Y. XU, Z. WANG, and Q. ZHU, "An Improved Hybrid Genetic Algorithm for Chemical Plant Layout Optimization with Novel Non-overlapping and Toxic Gas Dispersion Constraints," *Chinese J. Chem. Eng.*, vol. 21, no. 4, pp. 412–419, 2013, doi: [https://doi.org/10.1016/S1004-9541\(13\)60490-6](https://doi.org/10.1016/S1004-9541(13)60490-6).
- [2] Y. WU, S. ZHANG, R. WANG, Y. WANG, and X. FENG, "New model for large scale chemical industrial layout optimization," *Chem. Eng. Res. Des.*, vol. 161, pp. 58–71, 2020, doi: <https://doi.org/10.1016/j.cherd.2020.06.026>.
- [3] L. EULER, "Determinatio onerum, quae columnae gestare valent," *Acta Acad. Sci. Petrop.*, vol. 2, 1776.
- [4] W. E. AYRTON and J. PERRY, "On struts," *Eng.*, vol. 12, no. 62, p. 464, 1886.
- [5] H. BEER and G. SCHULZ, "Bases théoriques des courbes eropéennes de flambement," *Constr. Métallique*, no. 3, 1970.
- [6] EN 1993-1-1: Eurocode 3: Design of steel structures – Part 1-1: General rules and rules for buildings
- [7] G. GLUSHKOV, I. YEGOROV, and V. YERMOLOV, *Formulas for designing frames*. Moscow: Mir Publishers, 1975.
- [8] F. LI, L. ZOU, J. SONG, S. LIANG, and Y. CHEN, "Investigation of the spatial coherence function of wind loads on lattice frame structures," *J. Wind Eng. Ind. Aerodyn.*, vol. 215, p. 104675, 2021, doi: <https://doi.org/10.1016/j.jweia.2021.104675>.
- [9] EN 1993-1-2: Eurocode 3: Design of steel structures – Part 1-2: General rules – Structural fire design
- [10] PETRIK, M., ERDŐS, A., JÁRMAI, K., & SZEPESI, G. *Optimum design of an air tank for fatigue and fire load*. *Acta Polytechnica Hungarica*, 18(3), 163-177. (2021). doi:10.12700/APH.18.3.2021.3.9