

**Székesfehérvár:** *Orosz Gábor* (Óbudai Egyetem Alba Regia Műszaki Kar, Székesfehérvár, Budai út 45.),

**Szeged:** *Hilbert Margit* (Szegedi Tudományegyetem, Dóm tér 9., I. em. Budó Ágoston terem),

**Pécs:** *Kotek László* (Pécsi Tudományegyetem, Fizikai Intézet, Ifjúság útja 6., II. em. A408-as terem),

**Miskolc:** *Zámborszky Ferenc* (Földes Ferenc Gimn., 3525 Miskolc, Hősök tere 7.),

**Budapest:** *Vankó Péter* (BME, Fizikai Intézet, 1111 Budafoki út 8., Fizikus Hallgatói labor, F épület, III. lépcsőház, II. emelet). Az elméleti szakkört hétfőnként 3-tól 5 óráig tartjuk, jelentkezni nem kell, az első foglalkozás 2017. szeptember 25-én lesz. Info: <http://eik.bme.hu/~vanko/labor/Bpszakkor.pdf>. A tehetség-gondozó mérési szakkörre írásban jelentkezni kell (erről lásd még külön felhívásunkat). Info: <http://eik.bme.hu/~vanko/labor/Tehetseggondozas.pdf>.

A fenti szakkörökön való *aktív* részvétel mellett elsősorban önálló munkával, a KöMaL elméleti és mérési feladatainak rendszeres megoldásával lehet készülni a jövő évi Fizikai Diákolimpiára.

Eredményes felkészülést kívánunk!

**Szász Krisztián, Tasnádi Tamás és Vankó Péter**

## Beszámoló az 1. Európai Fizikai Diákolimpiáról



2017. május 20. és 24. között rendezték meg Észtországban az 1. Európai Fizikai Diákolimpiát, röviden EuPhO-t, ahol Magyarország is képviseltette magát. A versenyre való kiválasztás a Kunfalvi Rezső válogatóverseny alapján zajlott, ahonnan a három legjobb eredményt elért, nem végzős diák került a csapatba (a verseny időpontja ugyanis egybeesett az érettségi vizsgák időpontjával). A csapatot két tanár kísérte: *Vankó Péter* (BME Fizikai Intézet) mint csapatvezető és *Vigh Máté* (ELTE Fizikai Intézet) mint a javító bizottság tagja.

Maga a verseny Tartu városában zajlott, mely Észtország egyik egyetemi központja. Itt alkalmunk volt megnézni a gyönyörű városközpontot és a történelmi jelentőségű tartui obszervatóriumot. A javítás és az eredményhirdetés a fővárosban, Tallinnban történt, ahol lehetőségünk adódott megtekinteni a fantasztikus óvárost.

A versenyen – a Nemzetközi Diákolimpiához hasonlóan – egy elméleti és egy gyakorlati forduló volt, mindkettő öt órás terjedelemben. A szervezők törekedtek rövid, ötletes feladatok kitűzésére, melyek mellőzték a hosszadalmas számolásokat. Az elméleti fordulóban három feladat volt: az első egy kötél rezgéseit vizsgálta, a második egy termodinamikai probléma volt, míg a harmadik feladat egy szupravezető háló és egy mágneses dipólus kölcsönhatásával foglalkozott. A gyakorlati

fordulóban egy LED hatásfokát és  $U-I$  karakterisztikáját mérték meg a versenyzők a rendelkezésükre álló eszközökkel.

A csapat és eredményeik (a maximális pontszám 50):

**Németh Balázs** (24,2 pont) *ezüstérem*; Budapesti Fazekas M. Gyak. Ált. Isk. és Gimn., 11. évf., felkészítő tanár: *Csefkó Zoltán, Dvorák Cecília*;

**Marozsák Tóbiás** (23,0 pont) *ezüstérem*; Budapest, Óbudai Árpád Gimnázium, 11. évf., felkészítő tanár: *Mezei István, Gärtner István*;

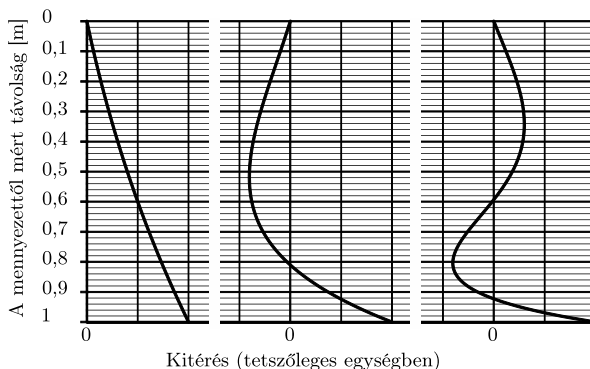
**Simon Dániel Gábor** (17,3 pont) *bronzérem*; Kecskeméti Bányai Júlia Gimnázium, 11. évf., felkészítő tanár: *Bakk János*.

A versenyen szerzett pozitív tapasztalatok alapján a résztvevők egyetértettek, hogy folytatják az EuPhO szervezését, így ha minden igaz, jövőre Oroszországban, Moszkvában kerül megrendezésre a 2. EuPhO, ahol reményeink szerint ötfős csapat fogja képviselni hazánkat, akár végzős diákok is.

A továbbiakban ismertetjük az elméleti feladatokat, valamint azok hivatalos megoldását.

## 1. Rezgő kötél

Egy súlyos, állandó vastagságú,  $L$  hosszúságú kötél függőlegesen lóg a mennyezetről. A kötél rezgéseket végezhet az egyensúlyi helyzete körül különböző sajátfrekvenciákkal, amelyeket növekvő sorrendben így jelölünk:  $f_i$  ( $i = 1, 2, \dots$ ). Az 1. ábra egy számítógépes szimuláció alapján a kötél alakját mutatja az első három sajátfrekvencián végzett rezgés esetében. Figyelj arra, hogy az ábrán a vízszintes és a függőleges skála nem egyforma. Felteheted, hogy a kötél kitérése sokkal kisebb a hosszánál (kis amplitúdójú közelítés).



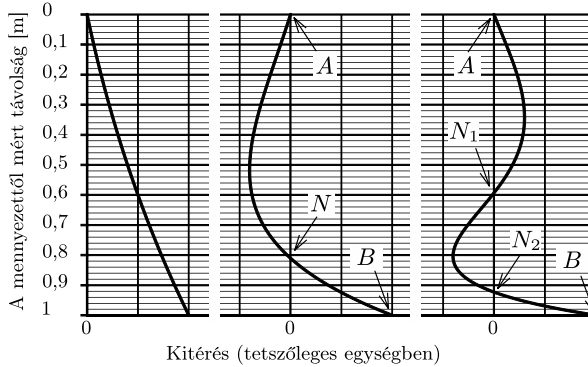
1. ábra

**A) Dolgozz ki egy egyszerűsített modellt, amellyel meg tudod becsülni a kötél alaprezgésének  $f_1$  frekvenciáját! Ez alapján számítsd ki közelítőleg  $f_1$  értékét, ha a kötél hossza  $L = 1,0$  m. Számold  $g = 9,8$  m/s<sup>2</sup> értékkel.**

**B) Olvasd le a szükséges adatokat az ábráról, és becsüld meg az  $f_1 : f_2 : f_3$  frekvenciaarányt!**

**Megoldás. A)** A 2. ábráról leolvasható, hogy az első esetben a kötélgörbülete elhanyagolható, vagyis kis kitéréseknél közelíthetünk egy fizikai ingával:

$$f_1 = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{mg\frac{L}{2}}{\theta}} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{mg\frac{L}{2}}{\frac{1}{3}mL^2}} = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{3g}{2L}} = 0,61 \text{ Hz.}$$



2. ábra

**B)** Dimenzióanalízis segítségével megállapítható, hogy a frekvencia csak  $g$ -től és  $L$ -től függhet, méghozzá a következő módon:

$$f_k = c_k \sqrt{\frac{g}{L}}.$$

Itt  $c_k$  egy dimenziótlan együttható, mely csupán a  $k$  módusszámtól függ. Bejelölve a 2. ábrán az  $N$  pontot világos, hogy az  $N$  pont kitérése 0 a mozgás során, így az  $NB$  kötélszakasz közelítőleg a kötélfrekvenciáján rezeg. Tehát írhatjuk:

$$f_2(L) \equiv f_1(NB) = f_1(L - NA).$$

Ezáltal:

$$\frac{f_2(L)}{f_1(L)} = \frac{f_1(L - NA)}{f_1(L)} = \sqrt{\frac{L}{L - NA}}.$$

A kötélfrekvenciák viszonyát igen kicsiny a hosszához képest, így mérhetjük az  $NA$  szakaszt a függőleges tengelyen. Ekkor  $NA \approx 0,8$  m,  $L = 1,0$  m, tehát:

$$\frac{f_2}{f_1} \approx 2,2.$$

Hasonló gondolatmenetet alkalmazva mint az előbb, lemérhetjük, hogy  $N_1A \approx 0,6$  m:

$$f_3(L) \equiv f_2(L - N_1A),$$

$$\frac{f_3(L)}{f_2(L)} = \frac{f_2(L - N_1A)}{f_2(L)} = \sqrt{\frac{L}{L - N_1A}} \approx 1,6.$$

Ezek szerint

$$\frac{f_3}{f_1} = \frac{f_3}{f_2} \cdot \frac{f_2}{f_1} \approx 3,5,$$

így a végeredmény:

$$f_1 : f_2 : f_3 \approx 1 : 2,2 : 3,5.$$

## 2. Korong gázban

Tekintsünk egy vékony, lapos,  $M$  tömegű,  $S$  területű, kezdetben  $T_1$  hőmérsékletű korongot, amely kezdetben a súlytalanság állapotában nyugalomban van egy  $\varrho$  sűrűségű,  $T_0$  hőmérsékletű gázban ( $T_1 = 1000 T_0$ ). A korong egyik oldala hőszigetelő réteggel van bevonva, a másik oldala viszont nagyon jó hőkontaktusban van a környező gázzal: az  $m$  tömegű gázmolekulák a felülettel történő egyetlen ütközés során elnyerik a korong hőmérsékletét.

*Becsüld meg a korong kezdeti  $a_0$  gyorsulását és a kialakuló mozgás során elért  $v_{\max}$  maximális sebességét!*

Tedd fel, hogy a korong hőkapacitása  $Nk_B$  nagyságrendű, ahol  $N$  a benne lévő atomok száma,  $k_B$  pedig a Boltzmann-állandó, valamint hogy a gáz és a korong anyagának moláris tömege ugyanakkora nagyságrendű. A molekulák átlagos szabad úthossza (az az átlagos távolság, amit egy molekula két ütközés között megtesz) sokkal nagyobb, mint a korong mérete. Hanyagolj el minden, a korong pereménél fellépő széleffektust.

**Megoldás.** A gáz által a korong hőszigetelő réteggel bevont oldalára kifejtett nyomás kezdetben  $P_0 = nk_B T_0$ , ahol  $n$  a gáz részecskeszám-sűrűsége. Erre az eredményre a  $j_0 \sim v_{x0}$  részecskeáram, valamint az egy molekula által átadott  $p_0 = 2mv_{x0}$  impulzus ( $v_{x0}$  a molekulák sebességének normál irányú komponense) szorzatának átlagolásával juthatunk ( $2v_{x0}^2 \sim T_0$ ).

Hasonló gondolatmenetet követve számíthatjuk ki a korong jó hővezető oldalán fellépő nyomást. Itt a részecskeáram-sűrűség az előbbi érték, azonban a molekulánként átadott impulzus nagyobb a teljesen rugalmas ütközés esetéhez képest:

$$p_1 = m(v_{x0} + v_{x1}) \approx mv_{x1},$$

ahol  $v_{x1}$  a kontaktust követően a korongtól távolodó molekulák sebességének a felületre merőleges komponense. Ennélfogva a  $P_1$  nyomásra:

$$\frac{P_1}{P_2} = \frac{\overline{v_{x0}v_{x1}}}{2\overline{v_{x0}^2}} \approx \frac{\sqrt{T_1 T_0}}{T_0},$$

ami egy konstans (egy nagyságrendű) szorzótényezőtől eltekintve helyes eredmény.

A korongra ható eredő erő:

$$F = (P_1 - P_0)S \approx S n k_B \sqrt{T_0 T_1},$$

így a kezdeti gyorsulás:

$$a_0 \approx \frac{S n k_B}{M} \sqrt{T_0 T_1} = \frac{S \varrho k_B}{m M} \sqrt{T_0 T_1}.$$

Mivel  $P_1 \gg P_0$ , a korong gyorsulni fog egészen addig, amíg a sebessége el nem éri a gázmolekulák sebességének nagyságrendjét. Amikor ez bekövetkezik, azaz a korong  $v$  sebessége eléri a  $v_0 = \sqrt{kT_0/m}$  nagyságrendet, a hátoldalt érő  $j(v)$  részecskeáram exponenciális ütemnél is gyorsabban csökkenni kezd, összhangban az ideális gáz molekuláinak sebességeloszlásával (például  $j(2v_0) \approx j_0 10^{-3}$ , míg  $j(3v_0) \approx j_0 10^{-6}$ ). Hasonló ütemben csökken a korongot előre hajtó  $P_1$  nyomás is, így a korong nem gyorsul tovább. Ennélfogva a korong legnagyobb sebessége:

$$v_{\max} \approx v_0 = \sqrt{\frac{k_B T_0}{m}}.$$

Az előzőekben feltettük, hogy a korong nem hűl le jelentősen az említett sebesség eléréséig. Ennek belátásához tekintsük először a hozzávetőleges gyorsulási időt:

$$t_{\text{gy}} \approx \frac{v_{\max}}{a_0} \approx \frac{M \sqrt{m k_B T_0}}{S \rho k_B \sqrt{T_0 T_1}} = \frac{M}{\rho S} \sqrt{\frac{k_B T_1}{m}}.$$

Mivel a hűlést jellemző  $P_h$  teljesítmény a korong indulásakor maximális, felső becslést adhatunk a hűlés idejére  $t_h = \frac{Q}{P_h}$  alakban, ahol  $Q$  a korong teljes hőmennyisége. A  $P_h$  teljesítmény becsült értéke:

$$P_h \approx S j_0 \cdot k_B T_1 \approx S n k_B \sqrt{T_0 T_1} \sqrt{\frac{k_B T_1}{m}},$$

továbbá a teljes hőmennyiség  $Q \approx N k_B T_1$ . Felhasználva, hogy  $M \approx N m$ , a hűlés idejére a következő adódik:

$$t_h \approx \frac{(M/m) k_B T_1}{S n k_B T_1 \sqrt{k_B T_0/m}} = \frac{M}{\rho S} \sqrt{\frac{k_B T_0}{m}}.$$

Végül vegyük észre, hogy  $t_{\text{gy}}/t_h \approx \sqrt{T_0/T_1} \ll 1$ , azaz a korong valóban nem hűl le jelentősen a  $v_0$  sebesség elérése előtt.

### 3. Szupravezető háló

Tekintsünk egy hálót, amely egy lapos szupravezető lapból úgy készül, hogy abba rácsszerűen, sűrűn egymás mellé kis lyukakat fúrunk. Kezdetben a lap nincs szupravezető állapotban, és egy  $m$  dipólmomentumú, a hálótól  $a$  távolságban lévő mágneses dipólus merőlegesen a háló felé mutat. Ekkor a hálót lehűtjük, és így szupravezetővé válik. Ezután a dipólust a felületre merőleges irányban elmozdítjuk úgy, hogy az új távolsága a hálótól  $b$  legyen.

*Határozd meg a háló és a dipólus közt fellépő erőt! A lyukrács rácsállandója (a lyukak egymástól mért távolsága) sokkal kisebb, mint  $a$  és  $b$ , a lap lineáris mérete viszont sokkal nagyobb, mint  $a$  és  $b$ .*

**Megoldás.** A megoldás kulcsa az, hogy észrevegyük: a mágneses fluxus „beszorul” a szupravezető hálóba. Mindenekelőtt ezt a hatást gondoljuk meg. Miután a hálót szupravezető állapotúra hűtjük, a mágneses mező minden helyen „állandósul”,

nem változhat meg, akárhogyan is mozgatjuk a mágneses dipólust. Mivel a mágneses mező jól meghatározott a háló mentén, a feladat igazából egy határfeltétel-probléma, amit általában tükörtöltésekkel szoktunk megoldani.

Nézzük meg, mit történik, ha a dipólust eltávolítjuk a hálótól nagyon messzire. El kell helyeznünk egy tükördipólust, ami pont ugyanazt a mágneses mezőt hozza létre a háló mentén, mint az eredeti mágnes. Ezt megoldhatjuk egy dipólussal, amely  $a$  távolságra van a háló mögött, és szintén  $m$  a dipólusmomentuma. Most hozzuk vissza az eredeti dipólust  $b$  távolságra a hálótól. Ennek a mezejét viszont ki kell zárunk a szupravezető hálóból, ezt egy  $-m$  momentumú, a háló mögött  $b$  távolságra lévő dipólussal tehetjük meg.

A továbbiakban a tükördipólusok által a dipólusra ható erőt kell meghatároznunk. Ezt például a mágneses és az elektromos dipólusok közötti analógia felhasználásával tehetjük meg. A mágneses dipólusokra egymáshoz nagyon közeli,  $q_m$  és  $-q_m$  nagyságú „mágneses töltéseként” is gondolhatunk, amelyek egymástól  $d$  távolságra vannak, ahol  $m = q_m d$ .

Határozzuk meg a dipólus mágneses térerősségét a dipólus tengelye mentén, a dipólustól  $x \gg d$  távolságbán:

$$B = \frac{\mu_0 q_m}{4\pi x^2} + \frac{\mu_0 (-q_m)}{4\pi (x+d)^2} \approx \frac{\mu_0 q_m}{4\pi x^2} - \frac{\mu_0 q_m}{4\pi x^2} \left(1 - 2\frac{d}{x}\right) = \frac{\mu_0 q_m d}{2\pi x^3} = \frac{\mu_0 m}{2\pi x^3}.$$

Most vizsgáljuk meg az  $x$  helyen lévő dipólusra ható erő nagyságát egy inhomogén,  $B(x)$  helyfüggésű mágneses mezőben:

$$F = -q_m B(x) + q_m B(x+d),$$

amit kifejezhetünk  $B(x)$  deriváltja segítségével is:

$$F \approx -q_m B(x) + q_m \left( B(x) + d \cdot \left. \frac{dB}{dx} \right|_x \right) = q_m d \left( -\frac{3\mu_0 m}{2\pi x^4} \right) = -\frac{3\mu_0 m^2}{2\pi x^4}.$$

A negatív előjel azt jelenti, hogy két párhuzamos dipólus vonzza egymást.

Visszatérve a feladathoz, a  $b$  távolságra lévő dipólust vonzza a  $-a$  távolságra lévő dipólus, de taszítja a  $-b$  távolságra lévő. Vagyis az eredő erő:

$$F = -\frac{3\mu_0 m^2}{2\pi (a+b)^4} + \frac{3\mu_0 m^2}{2\pi (b+b)^4} = \frac{3\mu_0 m^2}{2\pi} \left( \frac{1}{16b^4} - \frac{1}{(a+b)^4} \right),$$

ahol a negatív előjel azt jelenti, hogy a dipólus vonzást érez a háló felé.

Izgalmas megnézni azt az esetet, ha  $b$  és  $a$  közel egyenlőek, vagyis  $b = a + \delta$  ( $\delta \ll a$ ). Ebben az esetben

$$F = \frac{3\mu_0 m^2}{2\pi} \left( \frac{1}{16(a+\delta)^4} - \frac{1}{(2a+\delta)^4} \right),$$

vagyis

$$F \approx \frac{3\mu_0 m^2}{2\pi} \frac{1}{16a^4} \left( \left(1 - 4\frac{\delta}{a}\right) - \left(1 - 4\frac{\delta/2}{a}\right) \right),$$

ami tovább egyszerűsödik:

$$F \approx -\frac{3\mu_0 m^2}{16\pi a^5} \delta.$$

A negatív előjel miatt ez az erő  $\delta > 0$  esetén a háló felé mutat. A pozitív  $\delta$  itt azt jelenti, hogy távolítjuk a dipólust a hálótól. Látható, hogy az  $F$  erő *lineárisan* változik a hely függvényében, tehát ha kicsit kimozdítjuk a dipólust az eredeti (egyensúlyi) helyzetéből, akkor – egyéb erők hiányában – harmonikus rezgőmozgást fog végezni.

Marozsák Tóbiás, Németh Balázs és Simon Dániel Gábor

## Tehetséggondozás: Mérési szakkör a Budapesti Műszaki és Gazdaságtudományi Egyetem Fizikai Intézetében

A fizika iránt érdeklődő, tehetséges középiskolás diákok számára a BME Fizikai Intézet gyakorlati foglalkozásokat tart. A foglalkozásokon lehetőséget biztosítunk arra, hogy a tanulók mérőpárokban fizikai kísérleteket és méréseket végezhesenek. A foglalkozásokra októbertől kezdődően kéthetente, kedden 15.00-tól 18.00-ig kerül sor, összesen nyolc alkalommal. Információ: <http://eik.bme.hu/~vanko/labor/Tehetséggondozas.pdf>.

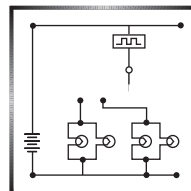
Az érdeklődők e-mail-ben jelentkezhetnek **2017. szeptember 30-ig** az alábbi címen: [vanko@eik.bme.hu](mailto:vanko@eik.bme.hu).

Elsősorban a gimnáziumok utolsó két évfolyamára járók jelentkezését várjuk. A jelentkezők írjanak pár sort magukról, ismertessék a fizika és a matematikai tanulmányaik során elért eredményeiket (versenyeredmények, KöMaL szereplés stb.), és továbbtanulási elképzeléseiket.

A foglalkozások ingyenesek! Minden jelentkezőt e-mail-ben értesítünk (aki nem kap választ, küldje el még egyszer a jelentkezését).

Vankó Péter

### Fizika gyakorlatok megoldása



**G. 587.** Egy kezdetben nyugalomban lévő,  $m$  tömegű, könnyen gördülő kiskocsira  $t$  ideig  $F$  nagyságú húzóerő hat, majd az erő megszűnte után szabadon gördül vízszintes pályán. Mekkora utat tett meg a kocsi az indulástól számított  $2t$  idő alatt?

Adatok:  $m = 1,6$  kg,  $F = 2$  N,  $t = 0,5$  s.

(3 pont)