hallgatója; **Gyulai Márton,** a miskolci Földes Ferenc Gimnázium 11. osztályos tanulója, *Pál Mihály* és *Zámborszky Ferenc* tanítványa; **Kürti Zoltán,** az ELTE Apáczai Csere János Gyakorló Gimnázium és Kollégium érettségizett tanulója, *Zsigri Ferenc* tanítványa – az ELTE fizikus hallgatója; **Mocskonyi Mirkó,** a szentendrei Ferences Gimnázium érettségizett tanulója, *Adolf Géza* és *Borbély Venczel* tanítványa – az ELTE fizikus hallgatója; **Olosz Adél,** a PTE Gyakorló Általános Iskola, Gimnázium és Szakgimnázium 11. osztályos tanulója, *Koncz Károly* és *Kotek László* tanítványa; **Simon Dániel Gábor,** a Kecskeméti Bányai Júlia Gimnázium 12. osztályos tanulója, *Bakk János* tanítványa; **Szakály Marcell,** a Budapesti Fazekas Mihály Gyakorló Általános Iskola és Gimnázium 12. osztályos tanulója, *Csefkó Zoltán* és *Dvorák Cecília* tanítványa, valamint **Tófalusi Ádám,** a Debreceni Fazekas Mihály Gimnázium 11. osztályos tanulója, *Tófalusi Péter* és *Zámborszky Ferenc* tanítványa.

Az első díjjal *Zimányi Gergely* adományából 63 ezer, a második díjjal 45 ezer, a harmadik díjjal 25 ezer forint pénzjutalom járt, a dicséretesek könyv- és tárgyjutalmat, a díjazottak tanárai pedig a Typotex Kiadó könyveit kapták. A verseny megszervezését az Eötvös Loránd Fizikai Társulat a MOL támogatásából fedezte.

Tichy Géza, Vankó Péter, Vigh Máté

Megoldásvázlatok a 2018/2. szám emelt szintű fizika gyakorló feladatsorához

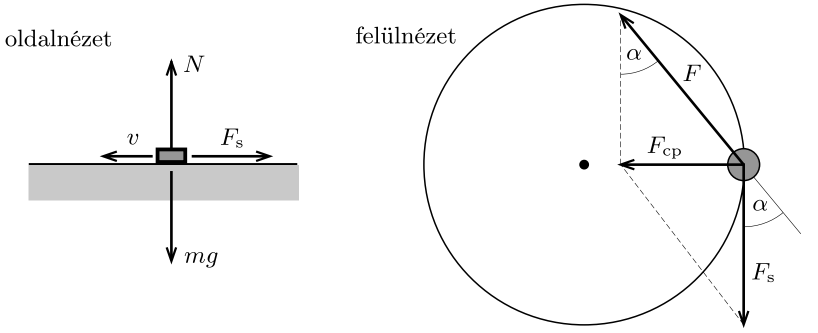
Tesztfeladatok

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
A	A	D	B	C	D	A	C	A	D	A	C	A	D	C

Számolásos feladatok

1. *a*) Összesen négy erő hat a testre, kettő vízszintes és kettő függőleges. Függőleges irányban az mg nehézségi erő és az asztal N tartóereje kiegyenlítik egymást. A vízszintes erők egyike az F fonálerő, a másik pedig a csúszási súrlódási erő ($F_\mathrm{s} = \mu N = \mu mg \approx 0{,}25 \cdot 0{,}6\ \mathrm{kg} \cdot 10\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}^2} = 1{,}5\ \mathrm{N}$). Ezek eredője szolgáltatja a centripetális erőt ($F_\mathrm{cp} = \frac{mv^2}{r} = 1{,}2\ \mathrm{N}$). Tudjuk, hogy a centripetális erő a kör középpontja felé mutat, a csúszási súrlódási erő pedig a sebességgel ellentétes, vagyis a körpálya érintője menti. Ennek alapján a fonálerőről megállapíthatjuk, hogy a súrlódási erővel vektorosan összeadva megkapjuk a centripetális erőt, valamint a vektorösszeadás olyan derékszögű háromszöget eredményez, amelynek egyik befogója a súrlódási erő, átfogója a fonálerő és másik befogója a centripetális erő (*1. ábra*). Az F fonálerő nagyságát a Pitagorasz-tétel segítségével számíthatjuk ki:

$$F = \sqrt{F_\mathrm{s}^2 + F_\mathrm{cp}^2} \approx \sqrt{1{,}5^2 + 1{,}2^2}\ \mathrm{N} = 1{,}9\ \mathrm{N}.$$



1. ábra

b) A fonálerő és a test sebességvektora közötti szöget a tangensfüggvény segítségével számolhatjuk ki:

$$\operatorname{tg}\alpha = \frac{F_{\mathrm{cp}}}{F_{\mathrm{s}}} \approx \frac{1{,}2}{1{,}5} = 0{,}8,$$

amiből $\alpha = 38{,}7°$.

c) A fonálerő pillanatnyi teljesítményét nem egyszerűen a fonálerő és a sebesség szorzata adja, mert ezek a vektorok nem egyirányúak. Csak a sebességvektorral párhuzamos erőösszetevő (1,5 N) végez munkát, a merőleges komponens munkája, és így a teljesítménye is nulla. Ezért a fonálerő pillanatnyi teljesítménye: $1{,}5\ \mathrm{N} \cdot 1\ \mathrm{m/s} = 1{,}5\ \mathrm{W}$.

Megjegyzés. Mivel a sebesség állandó, a mozgási energia nem változik, a fonálerő munkáját tehát teljesen felemészti a súrlódási veszteség.

2. *a*) Alkalmazzuk a hosszú egyenes vezető mágneses terére vonatkozó összefüggést:

$$B = \mu_0 \frac{I}{2\pi r} = 4\pi 10^{-7}\ \frac{\mathrm{Vs}}{\mathrm{Am}} \cdot \frac{20\ \mathrm{A}}{2\pi(3 \cdot 10^{-3}\ \mathrm{m})} = 1{,}33 \cdot 10^{-3}\ \mathrm{T}.$$

b) Lényegében az előző összefüggést kell alkalmaznunk (ami az Ampère-féle gerjesztési törvényből következik), azonban csak azt az áramot kell figyelembe vennünk, ami az $r < R = 1$ mm-es sugáron belül folyik. Mivel az áramsűrűség a vezető keresztmetszete mentén azonos, és a felület a sugár négyzetével arányos, így a kérdéses sugáron belül folyó áram:

$$I(r) = I(R) \cdot \frac{r^2}{R^2}.$$

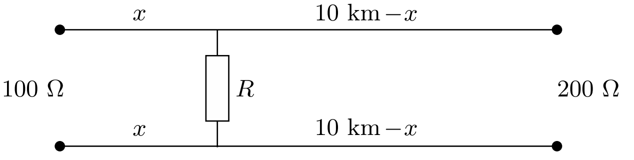
Ennek felhasználásával a következő egyenletet írhatjuk fel:

$$B = 1{,}33 \cdot 10^{-3}\ \mathrm{T} = \mu_0 \cdot \frac{I}{2\pi r} = \mu_0 \cdot \frac{I(R) \cdot \frac{r^2}{R^2}}{2\pi r} = \mu_0 \cdot \frac{I(R) \cdot r}{2\pi R^2} =$$

$$= 4\pi \cdot 10^{-7} \frac{\mathrm{Vs}}{\mathrm{Am}} \cdot \frac{(20\ \mathrm{A}) \cdot r}{2\pi (1 \cdot 10^{-3}\ \mathrm{m})^2} = \left(4\ \frac{\mathrm{T}}{\mathrm{m}}\right) \cdot r,$$

amiből a kérdéses sugarat egyszerűen leolvashatjuk: $r = 0{,}33 \cdot 10^{-3}\ \mathrm{m} = 0{,}33\ \mathrm{mm}$.

3. A feladat *a*) és *b*) részének megoldása összekapcsolódik. Írjuk fel az ellenállásokat a nyugati és a keleti oldalra; mindkét esetben a dupla kábelellenálláshoz sorosan kell hozzáadnunk az átvezetés ellenállását (*2. ábra*):



2. ábra

$$100\ \Omega = 2\cdot\left(13\ \frac{\Omega}{\mathrm{km}}\right)\cdot x + R,$$

$$200\ \Omega = 2\cdot\left(13\ \frac{\Omega}{\mathrm{km}}\right)\cdot(10\ \mathrm{km} - x) + R.$$

a) Ha a két egyenletet kivonjuk egymásból, kiesik az R ellenállás, és x-re egy elsőfokú egyenletet kapunk:

$$100\ \Omega = 260\ \Omega - 52\ \frac{\Omega}{\mathrm{km}}\cdot x,$$

amelynek megoldása: $x = \frac{40}{13}$ km $\approx$ 3,1 km.

b) Ha x-et akármelyik fenti egyenletbe behelyettesítjük, megkapjuk az átvezetés ellenállását: $R = 20\ \Omega$.

4. *a*) A megadott 10 pm $= 10^{-11}$ m-nek meg kell felelnie az elektronok de Broglie-féle hullámhosszának:

$$\lambda_{\text{elektron}} = \frac{h}{p},$$

ahol h a Planck-állandó és p az elektronok impulzusa, amit így már könnyen kiszámíthatunk:

$$p = m\cdot v = \frac{h}{\lambda_{\text{elektron}}} = \frac{6{,}63\cdot 10^{-34}\ \mathrm{J\,s}}{10^{-11}\ \mathrm{m}} = 6{,}63\cdot 10^{-23}\ \frac{\mathrm{kg\ m}}{\mathrm{s}}.$$

Ha a fenti képletben lévő m tömeget az elektron nyugalmi tömegének tekintjük, akkor az elektron sebességére

$$v = \frac{p}{m} = \frac{6{,}63\cdot 10^{-23}\ \frac{\mathrm{kg\ m}}{\mathrm{s}}}{9{,}1\cdot 10^{-31}\ \mathrm{kg}} = 7{,}29\cdot 10^{7}\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}$$

értéket kapunk, ami a fénysebességnek közel negyedrésze. Ha az elektron energiáját egyszerűen az $\frac{1}{2}mv^2$ mozgási energiaként számítjuk ki (vagy használhatjuk a $\frac{p^2}{2m}$ összefüggést is), akkor az elektron mozgási energiájára a következő értéket kapjuk:

$$\frac{1}{2}mv^2 = \frac{p^2}{2m} = \frac{1}{2}\left(9{,}1\cdot 10^{-31}\ \mathrm{kg}\right)\left(7{,}29\cdot 10^{7}\ \frac{\mathrm{m}}{\mathrm{s}}\right)^2 \approx 2{,}4\cdot 10^{-15}\ \mathrm{J} = 15\ \mathrm{keV}.$$

Megjegyzés. Egy százalékon belül azonos eredményre jutunk akkor is, ha a mozgási energiát relativisztikusan számoljuk:

$$E_{\text{mozg.}} = \frac{mc^2}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} - mc^2 = \sqrt{p^2c^2 + (mc^2)^2} - mc^2 \approx 2{,}4 \cdot 10^{-15}\ \text{J} = 15\ \text{keV}.$$

b) Az ugyanekkora (10 pm) hullámhosszúságú fotonok energiája:

$$E_{\text{foton}} = h \cdot f = h \cdot \frac{c}{\lambda} = (6{,}63 \cdot 10^{-34}\ \text{Js}) \cdot \frac{3 \cdot 10^8\ \frac{\text{m}}{\text{s}}}{10^{-11}\ \text{m}} \approx 2 \cdot 10^{-14}\ \text{J} = 125\ \text{keV}.$$

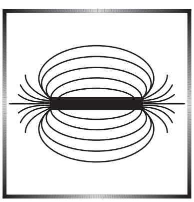
Megjegyzés. A feladat *a*) és *b*) része egymástól függetlenül is megoldható.

c) A mikroszkópoktól elvárjuk, hogy ne tegyék tönkre a preparátumokat, amelyeket bennük vizsgálunk. Tudományosabban megfogalmazva az elvárás az, hogy a mérőműszer minél kevésbé befolyásolja a vizsgálandó tárgyat, jelenséget. Ezért az elektronmikroszkóp látszik alkalmasabbnak, mert annak kisebb energiájú elektronokra van szüksége, mint a fénymikroszkópnak.

Megállapíthatjuk azonban, hogy hiába kisebb az elektronok energiája az ugyanakkora hullámhosszúságú fotonokéhoz képest, a $2{,}4 \cdot 10^{-15}$ J = 15 keV energiájú elektronok is nagy rombolást tudnak végrehajtani (főleg az atomok külső és középső elektronhéjain), tudományosan megfogalmazva ezek az elektronok rugalmatlanul szóródnak az atomi elektronokon. Ezért az elektronhéjak mintázatát még nem sikerült közvetlen módon megfigyelnünk.

A 10 pm hullámhosszúságú fotonok a kemény röntgensugárzás tartományába esnek (energiájuk 125 keV körüli). Még nem találták meg annak a módját, hogy ezeket a röntgensugarakat fókuszálják, vagyis mai tudásunk szerint röntgenlencsék, és így röntgenmikroszkópok sem léteznek.

Honyek Gyula
Budapest



Fizika feladatok megoldása

P. 4958. *Egy uránércdarabban* 200 *millió* ^{233}U *atom található. Az* ^{233}U *izotóp felezési ideje* $1{,}6 \cdot 10^5$ év, *és* ^{229}Th*-ra bomlik, melynek felezési ideje* $7{,}8 \cdot 10^3$ év. *Ez tovább bomlik* ^{225}Ra*-ra, melynek felezési ideje* 15 *nap. Becsüljük meg az uránércdarabban levő* ^{225}Ra *atommagok számát!*

(*5 pont*) *Országos Szilárd Leó Fizikaverseny,* Paks