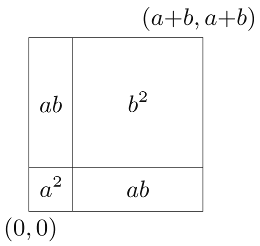
Innen azt kapjuk, hogy

$$(n+1)^n = \sum_{k=0}^{n} \binom{n}{k} n^{n-k} \leqslant \left(\sum_{k=0}^{n} \frac{1}{k!} \right) n^n < en^n < 3n^n,$$

ahonnan végül az alábbi becslés nyerhető:

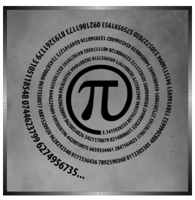
$$\frac{n}{3} < \frac{n}{e} < \frac{n}{s_n} < \frac{n^{n+1}}{(n+1)^n},$$

ahol s_n a $\sum\limits_{k=0}^{\infty} \frac{1}{k!}$ sor n-edik részletösszegét jelöli. Visszatérve egy pillanatra az eredeti kérdéshez, a fenti becslés alapján az $n = 10 - 1 = 9$, $10^2 - 1 = 99$, $10^3 - 1 = 999$ értékekre 9^{10}, 99^{100}, 999^{1000} rendre legalább $3, 33, 333$-szor nagyobb, mint 10^9, 100^{99}, 1000^{999}. A pontos hányadosok 4 tizedesjegyre kerekítve 3,4867, 36,6032, 367,6954. Az e számot használó becslésre a faktorok: 3,3109, 36,4201, 367,5116. Ez a becslés igen pontos abban az értelemben, hogy $\left\lfloor \frac{n}{e} \right\rfloor = \left\lfloor \frac{n^{n+1}}{(n+1)^n} \right\rfloor$. A hiperkocka modell egy másik előnye, hogy a fenti gondolatmenet mentén a $(0, 0, \ldots, 0)$, $(a+b, a+b, \ldots, a+b)$ szemközti csúcsokkal rendelkező hiperkockát partícionálva a binomiális tétel geometriai bizonyítása nyerhető és az azonos típusú alkotórészek száma éppen a Pascal-háromszög egy sorában található binomiális együtthatókkal egyezik meg.



4. ábra. Az $n = 2$ dimenziós hiperkocka partíciója

Zoltan Retkes
26, Moore Road, Barwell, UK
e-mail: tigris35711@gmail.com



A Matematika Nemzetközi Napja – π-nap

A Nemzetközi Matematikai Unió (IMU) létrehozta a Matematika Nemzetközi Napját „π-nap" (International Day of Mathematics – IDM) elnevezéssel, melyet minden év március 14-én ünnepelnének. Az UNESCO is jóváhagyta, így az első π-napot 2020. március 14-én rendeznék.

Minden évben egy nem kötelező, de ajánlott témakör köré építenék a π-nap programját.

Az IMU most felhívással fordul a tagegyesületekhez, javaslatokat várnak a 2020-ban elsőként megrendezendő π-nap témájára.

A javaslatokat 2019. április 30-ig várják, ötleteiket a

`bolyai.tarsulat@renyi.mta.hu`

címre várjuk, azokat összesítjük és továbbítjuk az IMU felé.

Társulatunk – csatlakozva az IMU felhívásához – szintén szervezne olyan eseményt a π-nap alkalmából, mellyel növeljük a matematika láthatóságát. Ehhez is várunk javaslatokat, ötleteket a fenti e-mail címre.

Bolyai János Matematikai Társulat

Gyakorló feladatsor emelt szintű matematika érettségire

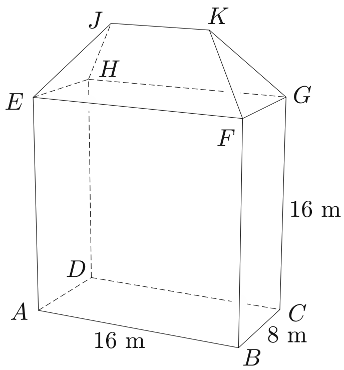
I. rész

1. *a*) A 2, 0, 1, 9 számjegyekből az összes lehetséges módon háromjegyű természetes számokat képeztünk. Számítsuk ki annak a valószínűségét, hogy a képzett számok közül egyet véletlenszerűen kiválasztva, annak számjegyei különbözők. (*3 pont*)

b) Oldjuk meg a $\left[\frac{\pi}{2};\pi\right]$ halmazon a $\sin(x+2019\pi)=-\frac{1}{2}$ egyenletet. (*8 pont*)

2. A Regéci Vár egy 1300 körül épült vár, ahol II. Rákóczi Ferenc fejedelem a gyermekkorát töltötte. Az *1. ábrán* ennek a várnak a XIV. századi állapota látható, a *2. ábrán* pedig egy vázlatos képet láthatunk annak tornyáról.

1. ábra



2. ábra

A torony az $ABCDEFGH$ téglatestből és az $EFGHJK$ tetőből áll. A tornyot alkotó téglatest külső méretei: $AB = 16$ m, $BC = 8$ m és $CG = 16$ m.

a) Mekkora az oldalfalak térfogata, ha a fal vastagsága 2 m és az összes faltérfogatot az ablakok, ajtók és lőrések 5%-kal csökkentik? (*4 pont*)